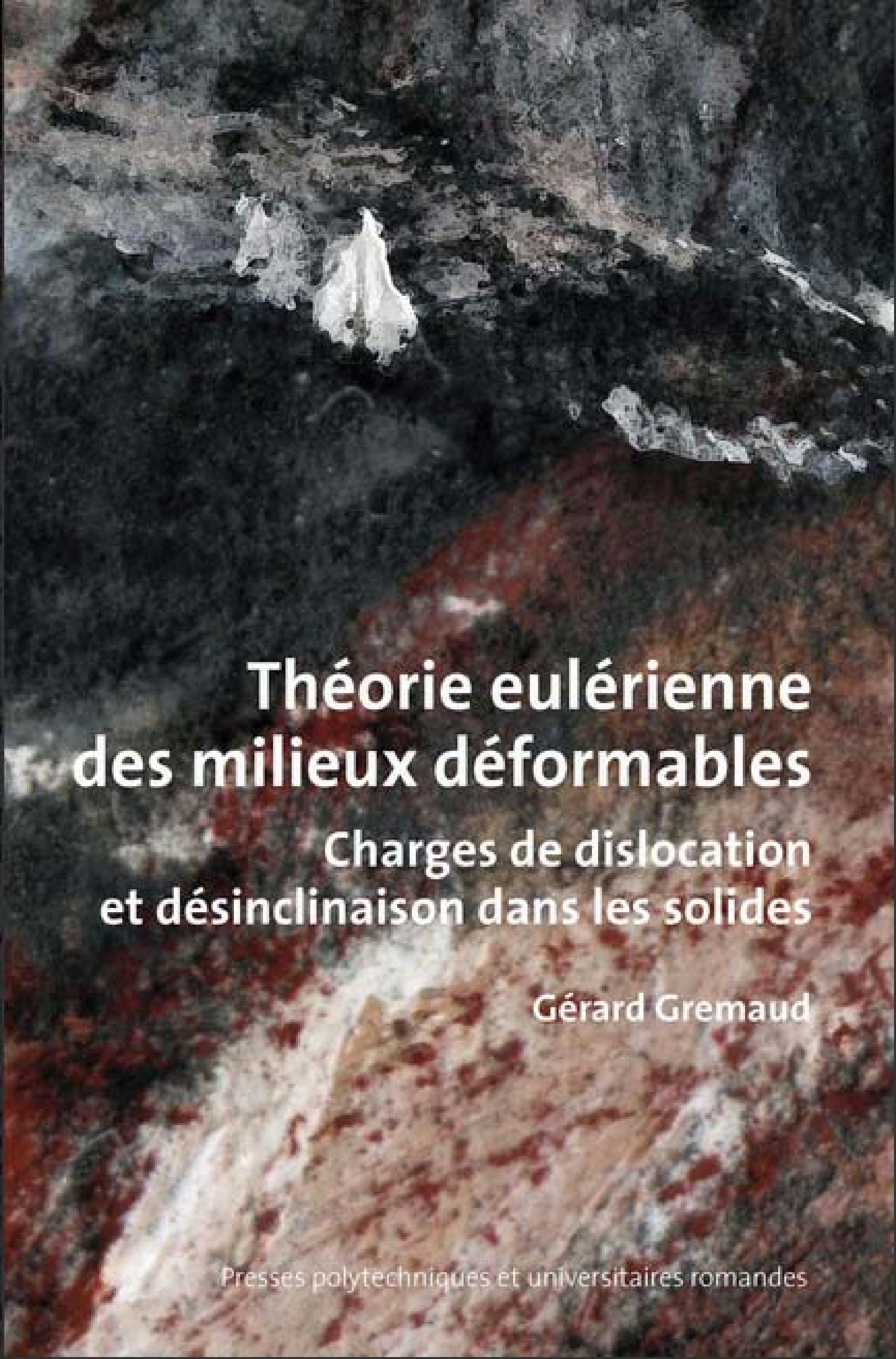

Théorie eulérienne des milieux déformables

Charges de dislocation et désinclinaison dans les solides

Gérard Gremaud

Presses polytechniques et universitaires romandes

Table des matières

solide parfait isotrope – Une formulation «maxwellienne» des cisaillements purs – Propagation d'ondes dans le solide parfait isotrope – Discussion du développement de l'énergie libre du solide isotrope

- **Chapitre 11 -** équations d'évolution des solides autodiffusifs – Diffusion de défauts ponctuels intrinsèques dans un solide – Thermocinétique et potentiels chimiques – Principes de la dynamique newtonienne dans un réseau autodiffusif – Equations d'évolution d'un solide autodiffusif – Relations phénoménologiques d'un solide autodiffusif – Bilan énergétique et équations d'évolution spatio-temporelle
- **Chapitre 12 -** Application : éléments de phénoménologie des solides autodiffusifs – Equations d'état des solides autodiffusifs – Equations de transport et matrice des coefficients cinétiques – Phénomène de création-annihilation de paires lacune-interstitiel – Evolution vers l'équilibre thermodynamique – Processus de relaxation des défauts ponctuels – Formulation «maxwellienne» des cisaillements purs dans le solide isotrope autodiffusif – Propagation d'ondes dans le solide isotrope autodiffusif
- **Chapitre 13 -** équations d'évolution des solutions solides – Solutions solides lacunaires – P otentiels chimiques et équation thermocinétique – Dynamique newtonienne dans les solutions solides – Equations d'évolution des solutions solides – Relations phénoménologiques des solutions solides – Bilan énergétique et équations d'évolution spatio-temporelle
- **Chapitre 14 -** Application: précipitation et transition de phase ordre-désordre dans les solutions solides – Energie libre d'interaction d'une solution solide binaire – Paramètre d'ordre d'une solution solide binaire – Transformation de phase par précipitation dans une solution solide – Transition de phase ordre-désordre dans une solution solide
- **Chapitre 15 -** équations d'évolution des solides anélastiques et plastiques – Anélasticité et plasticité d'un réseau solide de particules – Thermocinétique d'un réseau anélastique et plastique – Dynamique newtonienne d'un réseau anélastique et plastique – Autodiffusion en présence de sources de sites de réseau – Equations d'évolution d'un solide anélastique et plastique – Relations phénoménologiques d'un solide anélastique et plastique – Bilan énergétique et équations d'évolution spatio-temporelle
- **Chapitre 16 -** Application : éléments de phénoménologie des solides anélastiques – A nélasticité des solides – Phénomènes de relaxations et d'hystérèses anélastiques – Activation thermique de l'anélasticité – Formulation «maxwellienne» des cisaillements purs dans le solide isotrope, autodiffusif et anélastique – Ondes transversales dans le solide isotrope anélastique – Anélasticité par transformations structurales displacives de deuxième et de première espèce – Discussion de la phénoménologie de l'anélasticité
- **Chapitre 17 -** Application : éléments de phénoménologie des solides plastiques – Plasticité des solides – Essais de fluage – Essais de traction – Essais de fatigue – Activation thermique de la plasticité – Limites de l'approche phénoménologique de la plasticité

- **SECONDE PARTIE : Charges de distorsions et de contorsions plastiques dans les solides**

- **Chapitre 18 -** Densités et flux de charges de dislocation et densité de charges de désinclinaison – Concept macroscopique de charges de distorsions plastiques – Concept macroscopique de charges de contorsions plastiques – Description topologique complète des solides chargés
- **Chapitre 19 -** Singularités topologiques associées aux charges de dislocation et de désinclinaison – Singularités topologiques macroscopiques – Cordes et lignes de dislocation – Membranes de dislocation et joints de torsion, de flexion et d'accommodation – Cordes et lignes de désinclinaison aux frontières de membranes de dislocation – Cordes et lignes de dispiration et réseaux solides à symétrie axiale – Boucles de dislocation et de désinclinaison – Amas de dislocations, de désinclinaisons et de dispirations

Introduction

Ce livre a pour ambition de développer une théorie unifiée, novatrice et rigoureuse, de la déformation des fluides et des solides décrite en coordonnées d'Euler.
Dans une première partie, intitulé *«approche eulérienne unifiée des fluides et des solides»*, les bases d'une approche des fluides et des solides par les coordonnées d'Euler sont développées et justifiées de manière originale et méthodique. Sur ces bases, on obtient l'ensemble des équations fondamentales et phénoménologiques nécessaires à décrire complètement et en détail l'évolution spatio-temporelle macroscopique de n'importe quel type de milieux déformables, tels que les fluides viscoélastiques et les fluides chimiques, les solides élastiques, les solides auto-diffusifs, les solutions solides et les solides anélastiques et plastiques.
Dans la deuxième partie, intitulée *«charges de distorsions et contorsions plastiques dans les solides»*, on introduit le concept de *charges tensorielles de dislocation et de désinclinaison du solide* qui permet de quantifier les singularités topologiques pouvant apparaître à l'échelle microscopique d'un réseau solide. Ce concept de charges permet d'introduire de manière rigoureuse les dislocations et les désinclinaisons au sein de la théorie des milieux déformables. Sur la base de ce concept, on peut déduire un nouvel ensemble d'équations fondamentales et phénoménologiques qui permet de traiter de manière rigoureuse l'évolution macroscopique d'un solide se déformant plastiquement via l'évolution spatio-temporelle à l'échelle microscopique des singularités topologiques comme les dislocations et les désinclinaisons qu'il contient.

Les motivations et la genèse de ce livre

Il est d'usage général de décrire l'évolution des liquides dans un système de coordonnées d'Euler, de transcrire l'évolution des solides continus déformables à l'aide d'un système de coordonnées de Lagrange et d'utiliser diverses géométries différentielles pour décrire les défauts topologiques dans les solides.
Alors que l'usage des coordonnées d'Euler pour décrire l'évolution spatio-temporelle des fluides est généralisé et ne pose aucun problème majeur, l'utilisation des coordonnées de Lagrange pour décrire les solides déformables présente un certain nombre de difficultés qui leur sont inhérentes. D'un point de vue mathématique, les tenseurs décrivant les déformations d'un solide continu en coordonnées de Lagrange sont toujours d'ordre supérieur à un en les dérivées spatiales des composantes du champ de déplacement, ce qui conduit à un formalisme mathématique très compliqué lorsqu'un solide présente de fortes distorsions (déformations et rotations). A ces difficultés d'ordre mathématique s'ajoutent encore des difficultés d'ordre physique lorsqu'il s'agit d'introduire certaines propriétés connues des solides. En effet, le système des coordonnées de Lagrange devient pratiquement inutilisable, par exemple lorsqu'il faut décrire l'évolution temporelle de la structure microscopique d'un réseau solide (transitions de phase) et de ses défauts de structure (défauts ponctuels, dislocations, désinclinaisons, joints, etc.), ou s'il est

nécessaire d'introduire certaines propriétés physiques du milieu (thermiques, électriques, magnétiques, chimiques, etc.) se traduisant par l'existence dans l'espace réel de champs scalaires, vectoriels ou tensoriels.

L'utilisation de géométries différentielles pour introduire des défauts topologiques comme les dislocations dans les milieux continus déformables a été initiée par le travail de Nye[1] (1953), qui a pour la première fois fait le rapport entre le tenseur de densité de dislocations et la courbure du réseau. D'autre part, Kondo[2] (1952) et Bilby[3] (1954) ont indépendamment montré que les dislocations peuvent s'identifier à une version cristalline du concept de Cartan[4] (1922) de torsion d'un continuum. Cette approche a été formalisée de manière très détaillée par Kröner[5] (1960). Cependant, l'utilisation de géométries différentielles pour décrire les milieux déformables se heurte très vite à des difficultés très semblables à celles du système des coordonnées de Lagrange. Une première difficulté est liée au fait que le formalisme mathématique y est d'une très grande complexité, puisque similaire au formalisme de la relativité générale, ce qui rend par conséquent très difficiles la manipulation et l'interprétation des équations générales de champs ainsi obtenues. Une seconde difficulté apparaît avec les géométries différentielles lorsqu'il s'agit d'introduire dans le milieu des défauts topologiques d'autres types que des dislocations. Par exemple, Kröner[6] (1980) a proposé que l'existence de défauts ponctuels extrinsèques, qui peuvent être considérés comme de l'extra-matière, pourrait s'identifier à la présence de matière dans l'univers et être introduite par conséquent sous la forme d'équations d'Einstein, ce qui conduirait à une géométrie différentielle purement riemannienne en l'absence de dislocations. Il a aussi proposé que les défauts ponctuels intrinsèques (lacunes, interstitiels) pourraient être approchés par une partie non-métrique d'une connexion affine. Finalement, il a envisagé aussi que l'introduction d'autres défauts topologiques tels que des désinclinaisons pourrait faire appel à des géométries d'ordres supérieurs encore plus complexes, comme les géométries de Finsler ou de Kawaguchi.

Vu la complexité des calculs ainsi obtenus, que ce soit dans le cas du système des coordonnées de Lagrange ou dans celui des géométries différentielles *[48 à 53]* , il m'a paru souhaitable d'essayer de développer une approche nettement plus simple des milieux déformables, mais néanmoins tout aussi rigoureuse. Je présente donc dans cet ouvrage une approche nouvelle et originale de la description des fluides, des solides déformables *et* des défauts topologiques de structure des solides, basée sur le seul système des *coordonnées spatio-temporelles d'Euler*.

Cette approche est le résultat de plus de trente années de réflexion, de recherche et d'enseignement dans les domaines de la dynamique des dislocations dans les milieux solides ordon-

---

[1] *J.F. Nye, Acta Metall.,vol. 1, p.153, 1953*

[2] *K. Kondo, RAAG Memoirs of the unifying study of the basic problems in physics and engeneering science by means of geometry, volume 1. Gakujutsu Bunken Fukyu- Kay, Tokyo, 1952*

[3] *B. A. Bilby , R. Bullough and E. Smith, «Continous distributions of dislocations: a new application of the methods of non-riemannian geometry», Proc. Roy. Soc. London, Ser. A 231, p. 263–273, 1955*

[4] *E. Cartan, C.R. Akad. Sci., 174, p. 593, 1922 & C.R. Akad. Sci., 174, p.734, 1922*

[5] *E. Kröner, «Allgemeine Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen», Arch. Rat. Mech. Anal., 4, p. 273-313, 1960*

[6] *E. Kröner, «Continuum theory of defects», in «physics of defects», ed. by R. Balian et al., Les Houches, Session 35, p. 215–315. North Holland, Amsterdam, 1980.*

nés et de la spectroscopie mécanique. Son exposition est conçue dans cet ouvrage sous la forme d'un cours, qui peut s'adresser à la fois aux étudiants de premier et second cycle, aux enseignants universitaires et aux chercheurs. Son abord ne nécessite que certaines connaissances préalables de base en mathématique et en physique, qui sont succinctement résumées dans quelques annexes à la fin de ce livre. On y présente aussi une bibliographie de livres couvrant les divers sujets abordés dans cet ouvrage, qui seront cités dans le texte afin de permettre au lecteur de comparer les approches ou d'approfondir des sujets qui l'intéressent.
Cet ouvrage n'est pas simplement une énième version des théories bien connues des milieux continus et des dislocations, mais au contraire une approche qui se veut originale et novatrice des milieux déformables, et cela de plusieurs points de vue différents, que nous allons rapidement énumérer ci-dessous.

L'originalité de l'approche des milieux déformables développée dans la première partie

Dans la première partie, pour décrire les milieux déformables, on développe de nouveaux outils mathématiques de *description topologique unifiée des milieux fluides et solides dans le système des coordonnées d'Euler*. Ces outils sont les *tenseurs eulériens de distorsion et de contorsion* et leur décomposition, qui autorise une description détaillée des différents types de déformations d'un fluide ou d'un solide, et qui permettent aussi, dans le cas des solides, de définir un ensemble de conditions sur ces tenseurs, dites *de géométrocompatibilité*, qui assurent que ceux-ci restent solides au cours de leur évolution spatio-temporelle. On introduit aussi une *notation vectorielle des tenseurs*, qui permet une utilisation intensive du calcul et de l'analyse vectorielle. Grâce à cette notation et à l'analyse vectorielle, la contraction sur les indices tensoriels et la dérivation spatiale des tenseurs deviennent très simples et leurs résultats très faciles à interpréter, tout en évitant les concepts de covariance et de contravariance qu'on rencontre en général en théorie purement tensorielle. Cette originalité de traitement mathématique des tenseurs conduit à une description topologique complète des *distorsions (déformations et rotations)* et des *contorsions (flexions et torsions)* des milieux déformables, présentant une très élégante symétrie. Elle conduit aussi à définir en coordonnées d'Euler un nouveau *scalaire d'expansion volumique* τ , qui est lié au logarithme de la densité locale de particules du milieu, et qui permet entre autre de traiter de manière précise les très fortes déformations des milieux, que ceux-ci soient fluides ou solides.
En admettant une cinétique galiléenne, la description de la *dynamique de l'évolution spatio-temporelle* des milieux déformables est ici entièrement et exclusivement basée sur les trois principes physiques classiques les plus fondamentaux, à savoir la dynamique newtonienne et les premier et deuxième principes de la thermodynamique phénoménologique. On montre que ces trois principes peuvent être exprimés sous forme de trois équations de continuité en les coordonnées d'Euler, respectivement pour la densité de masse du milieu et pour les fonctions d'état de l'énergie interne et de l'entropie, exprimées ici *par particules dans les fluides* ou *par site de réseau dans les solides*. En appliquant ces trois principes fondamentaux à n'importe quel type de milieu déformable, on obtient un ensemble complet d'équations fondamentales et d'équations phénoménologiques permettant de décrire complètement et en détail l'évolution spatio-temporelle macroscopique de ce milieu. De plus, le développement empirique des fonctions d'état par particule dans les fluides ou par site de réseau dans les solides *à partir des ten-*

seurs eulériens de distorsion, et notamment *à partir du scalaire d'expansion volumique* τ *et du tenseur de cisaillement* $\vec{\alpha}_i$, permet aussi d'obtenir très simplement des comportements phénoménologiques assez complexes des milieux déformables aux grandes déformations, tel que le *fluide de Van der Waals* par exemple, sans avoir à faire d'hypothèses compliquées au niveau des comportements microscopiques de ces milieux.
Pour la description des solides en coordonnées d'Euler, on introduit des *repères locaux macroscopiques.* Ces repères, qui suivent localement le déplacement et les rotations globales du solide, permettent une description très simplifiée des équations d'évolution du solide, notamment en permettant d'écrire les fonctions d'état des solides anisotropes et d'introduire des défauts de structure non isotropes, même dans des solides présentant de fortes déformations. Mais les repères locaux macroscopiques permettent aussi de faire une approximation fortement simplificatrice de la *dérivé particulaire* propre aux coordonnées d'Euler, en la remplaçant par la dérivé partielle par rapport au temps au voisinage de l'origine du repère local. L'introduction de ce repère local permet aussi d'éviter l'artillerie mathématique très lourde (tenseur métrique et symboles de Christoffel) utilisée dans les géométries différentielles pour décrire l'évolution spatiotemporelle dans des repères locaux infinitésimaux, comme l'a fait par exemple Zorawski[7] (1967) dans sa théorie mathématique des dislocations.

L'originalité de l'approche des dislocations et des désinclinaisons dans les solides développée dans la seconde partie

La deuxième partie de ce livre s'attaque à la description des défauts (singularités topologiques) qui peuvent apparaître au sein d'un milieu solide, comme les dislocations et les désinclinaisons. Ce domaine de la physique, initié principalement par l'idée des défauts macroscopiques de Volterra[8] (1907), a connu un développement fulgurant au cours de son siècle d'histoire très riche, comme l'a très bien illustré Hirth[9] (1985). C'est en 1934 qu'a réellement démarré la théorie des dislocations de réseau, suite aux papiers d'Orowan[10], de Polanyi[11] et de Taylor[12] décrivant indépendamment la dislocation coin. Puis c'est en 1939 que Burgers[13] décrit les dislocations vis et mixtes. Et c'est finalement en 1956 que sont reportées les premières observations expérimentales de dislocations, simultanément par Hirsch, Horne et Whelan[14] et par Bollmann[15], grâce au microscope électronique. Quant aux désinclinaisons, c'est en 1904 que Lehmann[16] les observe pour la première fois dans des cristaux moléculaires, et c'est en 1922 que Friedel[17] en donne une première description physique. A partir de la moitié du vingtième siècle, la physi-

---

7 *M. Zorawski, «Théorie mathématique des dislocations», Dunod, Paris, 1967.*

8 *V. Volterra, «L'équilibre des corps élastiques», Ann. Ec. Norm. (3), XXIV, Paris, 1907*

9 *J.-P. Hirth, «A Brief History of Dislocation Theory», Metallurgical Transactions A, vol. 16A, p. 2085, 1985*

10 *E. Orowan, Z. Phys., vol. 89, p. 605,614 et 634, 1934*

11 *M. Polanyi, Z. Phys., vol.89, p. 660, 1934*

12 *G. I. Taylor, Proc. Roy. Soc. London, vol. A145, p. 362, 1934*

13 *J. M. Burgers, Proc. Kon. Ned. Akad. Weten schap., vol.42, p. 293, 378, 1939*

14 *P. B. Hirsch, R. W. Horne, M. J. Whelan, Phil. Mag., vol. 1, p. 667, 1956*

15 *W. Bollmann, Phys. Rev., vol. 103, p. 1588, 1956*

16 *O. Lehmann, «Flussige Kristalle», Engelman, Leibzig, 1904*

17 *G. Friedel, Ann. Physique, vol. 18, p. 273, 1922*

que des défauts dans les solides a pris une ampleur considérable, comme le montrent bien les nombreux livres et articles proposés dans la bibliographie en fin de cet ouvrage *[23-53]* .

Dans le présent ouvrage, les dislocations et les désinclinaisons sont abordées en introduisant intuitivement le concept de *charges de dislocation*, en s'aidant des fameux «tuyaux» de Volterra[18] (1907) et d'une analogie avec les charges électriques. En coordonnées d'Euler, la notion de densité de charges apparaît alors dans une *équation de géométrocompatibilité* du solide, alors que la notion de flux de charges s'introduit dans une *équation de géométrocinétique* du solide. La *formulation rigoureuse du concept de charges* dans les solides fait l'originalité essentielle de notre approche des singularités topologiques. Le développement fouillé de ce concept fait apparaître des charges tensorielles de premier ordre, les *charges de dislocation*, associées aux *distorsions plastiques (déformations et rotations plastiques)* du solide, et des charges tensorielles de deuxième ordre, les *charges de désinclinaison*, associées aux *contorsions plastiques (flexions et torsions plastiques)* du solide. Il apparaît que ces singularités topologiques se quantifient dans un réseau solide et qu'elles ne peuvent être topologiquement que des *cordes (tubes minces),* qui peuvent se modéliser sous forme de *lignes unidimensionnelles de dislocation ou de désinclinaiso*n, ou des *membranes (plaques minces),* qui peuvent se modéliser sous forme de *joints bidimensionnels de flexion, de torsion ou d'accomodation*.

Le concept de charges de dislocation et de désinclinaison permet de retrouver de manière rigoureuse les principaux résultats obtenus par la théorie classique des dislocations. Mais il permet surtout de définir un tenseur $\vec{\Lambda}_i$ de *charge linéique d'une dislocation*, dont on déduit un scalaire Λ de *charge linéique de rotation,* qui est associée à la partie vis de la dislocation, et un vecteur $\vec{\Lambda}$ de *charge linéique de flexion,* qui est associée à la partie coin de la dislocation. Pour une dislocation donnée, ces deux charges Λ et $\vec{\Lambda}$ sont alors parfaitement définies sans avoir à faire appel à une convention pour les définir, au contraire de la définition classique d'une dislocation par son vecteur de Burgers! D'autre part, la description des dislocations *dans le système de coordonnées d'Euler* par le concept de charges de dislocation permet de traiter de manière exacte l'évolution des charges et des déformations *lors de très fortes contractions ou expansions volumiques* d'un milieu solide.

On peut aussi calculer l'*énergie de repos* E_0 des dislocations, qui correspond à *l'énergie élastique stockée dans le réseau* par leur présence, et leur *énergie cinétique* E_{cin}, qui correspond à *l'énergie cinétique des particules du réseau* mobilisées par leur mouvement. On peut alors attribuer une *masse d'inertie virtuelle* M_0 aux dislocations, qui satisfait des relations similaires à la fameuse équation $E_0 = M_0 c^2$ de la relativité restreinte d'Einstein, mais qui est obtenue ici de manière tout-à-fait classique, c'est à dire sans faire appel à un principe de relativité! A haute vitesse, la dynamique des dislocations satisfait aussi *les principes de la relativité restreinte* et *les transformations de Lorentz*. Quant à la fameuse relation d'équivalence $E_0 = M_0 c^2$, il apparaît qu'elle n'est pas aussi générale que celle postulée en relativité restreinte, car il peut y apparaître une constante de proportionnalité différente de 1 entre E_0 et $M_0 c^2$ suivant le type des singularités topologiques et des milieux solides considérés.

L'existence d'analogies entre *la mécanique des milieux continus et la physique des défauts* et *les théories de l'électromagnétisme, de la relativité restreinte et de la gravitation* a déjà fait l'objet de nombreuses publications, dont les plus célèbres sont assurément celles de Kröner[4,5].

---

[18] *V. Volterra, «L'équilibre des corps élastiques», Ann. Ec. Norm. (3), XXIV, Paris, 1907*

D'excellentes revues dans ce domaine de la physique ont été publiées, notamment par Whittaker[19] (1951) et par Unzicker[20] (2000). Mais je pense qu'aucune de ces publications ne soit allée aussi loin dans la mise en évidence de ces analogies que l'approche présentée dans ce livre.
En effet, dans le cas des milieux solides présentant une expansion volumique homogène et constante, donc ne se déformant que par cisaillement, il apparaît *une analogie complète avec les équations de Maxwell de l'électromagnétisme*. Cette analogie est possible grâce au remplacement du tenseur de cisaillement par le vecteur de rotation lors de *cisaillements purs du milieu*. L'existence d'une analogie entre l'électromagnétisme et la théorie des milieux continus incompressibles a déjà été montrée il y a fort longtemps par MacCullagh's[21] (1839) et développée par la suite par de nombreux auteurs, comme l'a montré Whittaker[19] (1951). Cependant, l'analogie devient beaucoup plus complète dans cet ouvrage, car elle ne se borne pas à une analogie avec l'un des deux couples d'équations de Maxwell dans le vide, mais elle se généralise aux deux couples d'équations ainsi qu'aux diverses phénoménologies de *polarisation diélectrique* et de *magnétisation de la matière*. Et dans la deuxième partie de cet ouvrage, on montre que l'analogie peut encore être étendue aux notions *de charges et de courants électriques*! Hormis les côtés assez intrigants d'une analogie absolument complète, celle-ci peut aussi s'avèrer très *fructueuse*, notamment par la possibilité qu'elle offre de pouvoir utiliser tout l'arsenal bien connu des techniques mathématiques de résolution des équations de Maxwell pour décrire la déformation usuelle par cisaillement des solides isotropes .
L'analogie avec les équations de Maxwell est très étonnante de par le fait qu'il est initialement postulé que le solide ou le réseau considéré satisfait une *dynamique très simple, purement newtonienne*, dans le référentiel absolu du laboratoire de l'observateur extérieur, qui est muni de règles orthonormées et d'une horloge donnant un temps universel, alors que les singularités topologiques au sein du réseau solide, à savoir les dislocations et les désinclinaisons avec leurs charges respectives, responsables des distorsions et des contorsions plastiques du solide, sont soumises à une *dynamique relativiste* au sein du solide, due au set d'*équations maxwelliennes* gouvernant les cisaillements du milieu. De ce point de vue, la dynamique relativiste des singularités topologiques n'est rien d'autre qu'une *conséquence de la dynamique newtonienne parfaitement classique du réseau solide* dans le référentiel de l'observateur extérieur!
Finalement, il apparaît aussi qu'à grande distance d'un *amas localisé* de singularités topologiques, formé par exemple d'une ou plusieurs boucles de dislocation ou d'une ou plusieurs boucles de désinclinaison, l'aspect tensoriel des champs de distorsion générés par cet amas à courte distance peut être négligé à grande distance, de sorte que les perturbations du réseau peuvent être parfaitement décrites *à grande distance* par les deux seuls *champs vectoriels de rotation et de flexion* associés aux deux seules charges scalaires de l'amas, sa *charge scalaire de rotation* $\boldsymbol{Q}_{\lambda}$ et sa *charge scalaire de courbure* $\boldsymbol{Q}_{\theta}$. La charge de rotation est alors l'analogue parfait de *la charge électrique* dans les équations de Maxwell, alors que la charge de courbure présente une analogie certaine avec *la masse gravitationnelle* dans la théorie de la gravitation.

---

[19] *S. E. Whittaker, «A History of the Theory of Aether and Electricity», Dover reprint, vol. 1, p. 142, 1951.*

[20] *A. Unzicker, «What can Physics learn from Continuum Mechanics?», arXiv:gr-qc/0011064, 2000*

[21] *J. MacCullagh, Transactions of the Royal Irish Academy XXI, p.17 , 1839.*