

L'ÉTHER CRISTALLIN

Troisième version revue et corrigée du livre

ET SI L'UNIVERS ÉTAIT UN RÉSEAU
ET QUE NOUS EN ÉTIONS DES SINGULARITÉS TOPOLOGIQUES ?

ET SI LES SEULS PRINCIPES FONDAMENTAUX DE L'UNIVERS
ÉTAIENT LES LOIS DE NEWTON ET DE LA THERMODYNAMIQUE ?

GÉRARD GREMAUD

Mai 2021

L'ETHER CRISTALLIN

Troisième version simplifiée et illustrée du livre:

Et si l'Univers était un réseau
et que nous en étions des singularités topologiques?

Et si les seuls principes fondamentaux de l'Univers
étaient les lois de Newton et de la thermodynamique?

Gérard Gremaud

mai 2021



Livres publiés par Gérard Gremaud

Professeur honoraire de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Suisse (gerardgremaud.ch)

L'éther cristallin

- http://gerardgremaud.ch/, troisième version revue et corrigée, mai 2021, 334 pages

The crystalline ether

- http://gerardgremaud.ch/, third version revised and corrected, May 2021, 318 pages

Théorie de l'éther cristallin

- http://gerardgremaud.ch/, troisième version revue et corrigée, mai 2021, 674 pages

Theory of the crystalline ether

- http://gerardgremaud.ch/, third version revised and corrected, May 2021, 664 pages

Et si l'Univers était un réseau et que nous en étions des singularités topologiques?

- http://gerardgremaud.ch/, deuxième version revue et corrigée, mai 2020, 324 pages
- Editions Universitaires Européennes, première version, avril 2020, 328 pages, ISBN 978-613-9-56428-6
- ResearchGate, première version, mars 2020, 324 pages

What if the Universe was a lattice and we were its topological singularities?

- http://gerardgremaud.ch/, second version revised and corrected, May 2020, 316 pages
- ResearchGate, first version, March 2020, 316 pages

Univers et Matière conjecturés comme un Réseau Tridimensionnel avec des Singularités Topologiques

- http://gerardgremaud.ch/, deuxième version revue et corrigée, mai 2020, 668 pages
- Amazon, Charleston (USA), première version, deux éditions, 2016, 664 pages, ISBN 978-2-8399-1940-1
- ResearchGate, première version, 2015, DOI: 10.13140/RG.2.1.2266.5682

Universe and Matter conjectured as a 3-dimensional Lattice with Topological Singularities

- http://gerardgremaud.ch/, second version revised and corrected, May 2020, 654 pages
- Amazon, Charleston (USA), first version, two editions, 2016, 650 pages, ISBN 978-2-8399-1934-0
- ResearchGate, first version, 2015, DOI: 10.13140/RG.2.1.3839.4325

Théorie eulérienne des milieux déformables – charges de dislocation et désinclinaison dans les solides

- Presses polytechniques et universitaires romandes (PPUR), Lausanne 2013, 751 pages, ISBN 978-2-88074-964-4

Eulerian theory of newtonian deformable lattices – dislocation and disclination charges in solids

- Amazon, Charleston (USA) 2016, 312 pages, ISBN 978-2-8399-1943-2

On n’a peut-être pas encore prêté assez d’attention [à] l’utilité dont cette étude [de la Géométrie] peut être pour préparer comme insensiblement les voies à l’esprit philosophique, et pour disposer toute une nation à recevoir la lumière que cet esprit peut y répandre [...]. Bientôt l’étude de la Géométrie conduira [...] à la vraie Philosophie qui par la lumière générale et prompte qu’elle répandra, sera bientôt plus puissante que tous les efforts de la superstition.

Jean le Rond D’Alembert, *article “Géométrie” de L’Encyclopédie, 1772*

Si toute la connaissance scientifique disparaissait dans un cataclysme, quelle phrase unique pourrait préserver le maximum d'information pour les générations futures? Comment pourrions-nous leur transmettre au mieux notre compréhension du monde? Je propose: "Toutes choses sont faites d'atomes, petites particules animées d'un mouvement incessant, qui s'attirent lorsqu'elles sont distantes les unes des autres, mais se repoussent lorsqu'on les force à se serrer de trop près". Cette seule phrase contient, vous le verrez, une quantité énorme d'information sur le monde, pour peu que l'on y mette un peu d'imagination et de réflexion.

Richard P. Feynman

The more the universe seems comprehensible, the more it also seems pointless. But if there is no solace in the fruits of our research, there is at least some consolation in the research itself [...] The effort to understand the universe is one of the very few things that lifts human life a little above the level of farce, and gives it some of the grace of tragedy.

Steven Weinberg*, from “The First Three Minutes”*

Imagination is more important than knowledge. For knowledge is limited to all we now know and understand, while imagination embraces the entire world, and all there ever will be to know and understand.

Albert Einstein

Pensons, il en restera toujours quelque chose!
(Think, there will always be something left!)

Snoopy

Table des matières

Introduction

Le «storytelling» de ce livre 1
A la recherche d'une Théorie du Tout 4

1 - La théorie eulérienne des réseaux newtoniens déformables

Les systèmes de coordonnées pour décrire la déformation d'un milieu 9
Qu'est-ce qu'un réseau solide? 12
Définition de grandeurs locales en coordonnées d'Euler 16
Les distorsions d'un réseau solide 18
Géométro-cinétique d'un réseau en coordonnées d'Euler 21
Géométro-compatibilité des distorsions d'un réseau 23
Les contorsions d'un réseau solide 25
Géométro-compatibilité des contorsions d'un réseau 28
La dynamique newtonienne et la thermocinétique eulérienne 29
Propriétés physiques propres au milieu 32
Des potentialités de la représentation eulérienne des milieux déformables 35

2 - Les charges de dislocation et de désinclinaison dans un réseau

Le concept macroscopique de charges de distorsion plastique 37
Définition de tenseurs de densité et de flux de charges plastiques 41
Le concept macroscopique de charges de contorsion plastique 45
Les dislocations quantifiées dans un réseau 48
Dissociation des dislocations quantifiées dans un réseau 53
Membranes de dislocations quantifiées dans un réseau 55
Les désinclinaisons quantifiées dans un réseau 59
Réseaux solides à symétrie axiale 62
Les boucles quantifiées de dislocation et de désinclinaison dans un réseau 64
Amas de dislocations, de désinclinaisons et de dispirations 69
Flux de charges de dislocation 72
La force de Peach et Kohler agissant sur une ligne de dislocation 76
Des potentialités de la représentation eulérienne des milieux chargés 78

3 - Le «Réseau Cosmologique» et ses propriétés

Le «réseau cosmologique» et son équation de Newton 83
Perturbations transversales et longitudinales dans le réseau cosmologique 85

Courbure des rayons d'ondes par une singularité de l'expansion et trous noirs 89
Expansion-contraction cosmologique d'une sphère de réseau parfait et énergie noire 92

4 - Les équations de Maxwell de l'électromagnétisme

Séparabilité de l'équation de Newton en partie «rotationnelle et partie «divergente» 101
Comportement "maxwellien" de la partie rotationnelle de l'équation de Newton 103
De l'analogie entre les charges de rotation et les charges électriques 104
De l'analogie entre l'anélasticité du réseau et la diélectricité de la matière 105
De l'analogie entre le transport de masse dans le réseau et le magnétisme de la matière 106
L'analogie complète avec les grandeurs de la théorie de l'électromagnétisme 107
Des effets d'une expansion volumique du réseau dans le référentiel absolu du GO 107
Existe-t-il des «monopôles magnétiques» dans cette analogie? 108
Existe-t-il des «charges électriques vectorielles» dans cette analogie? 109
De l'importance de cette analogie 110

5 - Les singularités topologiques au sein du réseau cosmologique

Séparabilité de l'équation de Newton en trois équations partielles en présence d'une singularité topologique 113
De l'application et des potentialités de la séparabilité de l'équation de Newton 115
Energie élastique, énergie cinétique et masse d'inertie d'une dislocation 116
Singularités sphériques de charge de rotation et de charge de courbure données 119
Charge, champs, énergies et masse d'une boucle de désinclinaison vis (BV) 121
Interaction «de type coulombienne» entre singularités topologiques localisées avec des charges de rotation 123
Charge, champs, énergies et masse d'une boucle de dislocation prismatique (BC) 124
Charge, champs, énergies et masse d'une boucle de dislocation de glissement (BM) 125
Des «briques topologiques» pour construire le monde des particules élémentaires 126
Des diverses propriétés physiques transportées par les singularités en boucle 128

6 - La transformation de Lorentz et la relativité restreinte

Charges mobiles et transformations de Lorentz 132
La contraction des longueurs dans la direction du mouvement 133
La dilatation du temps d'un amas mobile de singularités topologiques 134
La transformation de Lorentz pour un "objet" mobile lié par les champs de rotation 136
Unicité de la transformation de Lorentz suivant la valeur de l'expansion de fond 137
Energies relativistes des dislocations vis et coin 139
L'équation de la dynamique relativiste d'une dislocation vis ou coin 141
Energies relativistes des singularités en boucles et des charges sphériques de rotation 142
De l'explication probable du paradoxe de l'énergie des électrons 144
Force de Peach & Koehler et force relativiste de Lorentz 145

Du rôle d'«éther» joué par le réseau cosmologique 146
L'expérience de Michelson-Morley dans le réseau cosmologique 149
De la composition relativiste des vitesses
et de l'absence de notion absolue de simultanéité pour les HS 150
L'effet Doppler-Fizeau entre singularités en mouvement
dans le réseau cosmologique 152
Du fameux paradoxe des jumeaux de la Relativité Restreinte …
… qui n'en est un que dans l'esprit des observateurs HS 155

7 - Les champs gravitationnels des singularités topologiques

Perturbations de l'expansion par une singularité d'énergie de distorsion donnée 155
Perturbations de l'expansion par une singularité de charge de courbure donnée 159
Perturbations de l'expansion par une singularité de charge de rotation donnée 161
A propos des champs gravitationnels des singularités macroscopiques 164
La lacune macroscopique localisée dans le réseau, véritable trou noir gravitationnel 165
L'interstitiel macroscopique localisé dans le réseau,
véritable anti-singularité de la lacune macroscopique 168
De l'analogie possible entre les singularités lacunaires et les trous noirs
et entre les singularités interstitielles et les étoiles à neutrons 170
Perturbations de l'expansion associée à la boucle de désinclinaison vis (BV) 171
Perturbations de l'expansion associée à la boucle de dislocation prismatique (BC) 172
Perturbations de l'expansion associée à la boucle de dislocation mixte (BM) 174
Des diverses propriétés des boucles topologiques élémentaires 175

8 - La gravitation newtonienne et la relativité générale

Interaction gravitationnelle newtonienne d'amas de boucles de désinclinaison vis 180
Les règles et l'horloge locale d'un observateur HS 182
Analogies et différences d'avec la relativité générale 189
De l'analogie formelle entre l'équation de courbure spatiale 3D du réseau cosmologique
et l'équation d'Einstein du champ de courbure 4D en relativité générale 191
De la dépendance des singularités topologiques du réseau
en l'expansion du réseau 193
L'ensemble des interactions gravitationnelles
entre les diverses singularités du réseau 197

9 - La cohésion des dispirations coin-vis et la force faible

Interactions à longue et courte portée entre une boucle de désinclinaison vis (BV)
et une boucle de dislocation coin (BC) 201
L'énergie de couplage d'une boucle de dispiration vis-coin (BVC)
formée d'une boucle vis (BV) et d'une boucle coin (BC) 203
De l'analogie avec l'interaction faible du Modèle Standard
des particules élémentaires 205

10 - L'asymétrie matière-antimatière et son évolution cosmologique

De la constitution et de l'asymétrie de la matière et de l'anti-matière 208
Les effets de l'expansion cosmologique du réseau sur les interactions gravitationnelles 210
Un scénario plausible d'évolution cosmologique des singularités topologiques dans un réseau cosmologique parfait 212
De la fameuse «matière noire» des astrophysiciens 218
De la constante de Hubble 219
Du «redshift» des galaxies 221
Du mécanisme de «refroidissement» du fond diffus cosmologique 222

11 - La Physique Quantique

Equation d'ondes relativiste des fluctuations du champ gravitationnel d'expansion au-delà de la limite de décohérence quantique 225
Perturbations gravitationnelles d'une singularité massive à vitesse relativiste 229
Equation de Schrödinger des perturbations gravitationnelles d'une singularité massive se déplaçant à vitesse non-relativiste dans un potentiel variable 231
L'équation d'onde stationnaire d'une singularité placée dans un potentiel statique 233
De l'interprétation de la fonction d'onde des fluctuations gravitationnelles 234
Superposition de singularités topologiques, bosons, fermions et principe d'exclusion 238
De la démystification de la physique quantique 240

12 - Le Spin des boucles topologiques

De la non-existence d'un champ interne de perturbations statiques de l'expansion au sein d'une boucle de désinclinaison vis (BV) 243
Rotation classique d'une boucle de désinclinaison vis (BV) 245
De la quantification du moment cinétique de la boucle vis 246
De l'interprétation tout-à-fait classique du spin d'une particule 248
Du problème de la valeur du spin d'une boucle topologique 249
Du lien existant entre les notions de bosons, de fermions et de spin 250
Des conséquences très importantes de l'existence du spin sur le comportement cosmologique du réseau 250

13 - Le Modèle Standard des particules et la Force Forte

Le Modèle Standard actuel des particules élémentaires 251
Les leptons et les quarks 252
Les interactions fondamentales et les bosons de jauge 253
L'interaction électromagnétique et l'électrodynamique quantique 253
L'interaction faible et la théorie électrofaible 255
L'interaction forte et la théorie de chromodynamique quantique 255
La masse des particules et le boson de Higgs 258

Les problèmes du modèle standard qui possèdent déjà des solutions dans la théorie du réseau cosmologique parfait 258
Les problèmes du modèle standard qui n'ont pas encore d'explications dans la théorie du réseau cosmologique parfait 259
Un réseau «coloré» de structure cubique à faces centrées pour expliquer la première famille de quarks et de leptons du modèle standard 260
De l'existence des quarks de par la nécessité de combiner une boucle de désinclinaison vis avec une boucle de dislocation coin dans un tel réseau 264
De l'existence des bosons de jauge intermédiaires 265
De l'interaction faible entre quarks via les bosons intermédiaires 266
De l'existence de «baryons» et de «mésons» localisés, formés de 3 et 2 dispirations 267
De la force forte et de son comportement asymptotique 270
De l'interaction forte entre quarks via des bosons de jauge gluons 271
De la constitution des leptons neutrinos et anti-neutrinos 273
De la constitution des leptons électrons et positrons 274
De l'interaction faible des leptons et des bosons intermédiaires du modèle standard 276
Essai d'explication des trois familles de quarks et de leptons du modèle standard 277
De la possibilité de faire intervenir l'énergie de faute d'empilement entre plans denses axiaux 278
De la constitution des familles de neutrinos 279
De la constitution des familles d'électrons 280
De la constitution des familles de querks 281
De l'intérêt de l'analogie entre le réseau cosmologique «coloré» et le modèle standard 282
Des questions encore en suspens concernant le modèle du réseau cosmologique «coloré» et son analogie avec le modèle standard 285

14 - Photons, Fluctuations Quantiques du Vide, Multivers et Gravitons

Paquets d'ondes transversales de rotation: les photons 289
Les propriétés envisageables des paquets d'ondes transversales de rotation 292
Fluctuations gravitationnelles longitudinales localisées 290
Fluctuations microscopiques aléatoires et fluctuations quantiques du vide 296
Est-il possible de former des fluctuations gravitationnelles oscillatoires stables? 298
Oscillations gravitationnelles macroscopiques stables dans un réseau cosmologique infini et Multivers 299
Oscillations gravitationnelles microscopiques quantifiées: les «gravitons» 301

Conclusion

Du rôle central de l'équation de Newton du réseau cosmologique 305
Du rôle parfaitement novateur de la charge de courbure 306
De l'importance de la structure microscopique du réseau cosmologique 308
Des points encore obscurs concernant l'Ether Cristallin 308

Du pouvoir unificateur de notre Théorie de l'Ether Cristallin *309*
De l'épistémologie et des conséquences de cet essai *310*

Glossaire *311*

Symboles mathématiques et physiques *315*

L'ETHER CRISTALLIN

Introduction

Le «storytelling» de ce livre

«Et si l'Univers était un cristal?», telle fut la question qui me vint petit à petit à l'esprit il y a une quarantaine d'années en préparant un cours pour des étudiants de physique en quatrième année d'étude. A cette époque, nanti d'un diplôme d'ingénieur-physicien et d'un doctorat en physique, je poursuivais des recherches en *dynamique des dislocations* à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, et dans le cadre de cette activité de recherche, je devais aussi participer à l'enseignement. Le cours dont je fus chargé était directement lié à ma recherche et s'intitulait *physique des dislocations*. Les dislocations sont des défauts d'arrangement dans la structure cristalline des solides, comme par exemple les métaux. Et ce sont les mouvements de ces défauts de structure qui expliquent une bonne part des propriétés macroscopiques de déformation des solides cristallins, d'où l'importance de décrire théoriquement et d'étudier expérimentalement ces objets.

En préparant pour la première fois mon cours, je décidai d'enseigner une approche mathématique très théorique des dislocations développée par M. Zorawski[1]. Malheureusement, cette approche est très compliquée, car elle fait appel à la géométrie différentielle de Riemann pour décrire l'évolution spatio-temporelle des dislocations dans des repères locaux infinitésimaux, approche faisant intervenir toute l'artillerie mathématique très lourde de la relativité générale (tenseur métrique et symboles de Christoffel). Cette première version de mon cours fut un cuisant échec. Non seulement cette approche cachait toute la réalité du comportement des dislocations derrière une armada d'objets mathématiques (des tenseurs) très compliqués, mais elle a aussi très vite provoqué une forte répulsion de la part des étudiants, mais aussi du professeur.

Lors de la deuxième année d'enseignement de ce cours, je décidai donc de changer complètement mon approche des dislocations, en basant celle-ci sur une description plus usuelle des déformations des solides, en utilisant le système classique des coordonnées de Lagrange et en formalisant au mieux les propriétés physiques du milieu, ce qui n'est généralement pas très bien fait dans la plupart des cours de théorie des milieux continus.

En enseignant d'année en année cette théorie, et en perfectionnant chaque fois l'exposé de mon cours, je vis apparaître des analogies intrigantes avec d'autres théories de la physique. La première analogie qui apparut était surprenante, car elle impliquait la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell. Et l'analogie devint au cours des années de plus en plus claire et évidente, car elle ne se bornait pas seulement à une analogie avec l'un des deux couples d'équations de Maxwell dans le vide, mais elle se généralisait aussi aux diverses phénoménologies rencontrées en électromagnétisme, comme la *polarisation diélectrique* et la *magnétisation de la ma-*

---

[1] *M. Zorawski, «Théorie mathématique des dislocations», Dunod, Paris, 1967.*

tière, ainsi que *les charges et les courants électriques.*

C'est en m'inspirant de la littérature que j'ai aussi montré dans mon cours qu'il était possible de calculer l'*énergie de repos* E_0 des dislocations, qui correspond à *l'énergie élastique de déformation stockée dans le réseau* par leur présence, et leur *énergie cinétique* E_{cin}, qui correspond à *l'énergie cinétique des particules du réseau* mobilisées par leur mouvement, ce qui permettait alors de leur attribuer une *masse d'inertie virtuelle* M_0 qui satisfait des relations parfaitement similaires à la fameuse équation $E_0 = M_0 c^2$ de la relativité restreinte d'Einstein, mais qui était obtenue ici de manière tout-à-fait classique, c'est à dire sans faire appel à un principe de relativité. De plus, la dynamique des dislocations à haute vitesse satisfaisait aussi *les principes de la relativité restreinte* et *les transformations de Lorentz.*

L'analogie avec les équations de Maxwell était déjà très étonnante de par le simple fait qu'il était initialement postulé que le réseau solide satisfaisait une *dynamique très simple, purement newtonienne*, dans le référentiel de l'expérimentateur, alors que les dislocations au sein du réseau solide, responsables des déformations plastiques du solide, étaient soumises obligatoirement à une *dynamique relativiste* au sein du solide, obligation due *au set d'équations de Maxwell* gouvernant les déformations du milieu. Par conséquent, j'arrivais à la conclusion très paradoxale que la dynamique relativiste des dislocations n'est en fait rien d'autre *qu'une conséquence de la dynamique newtonienne parfaitement classique du réseau solide élastique* dans le référentiel de l'expérimentateur.

Les nombreuses analogies qui sont apparues au cours de la préparation de mon cours entre la théorie des milieux solides déformables et les théories de l'électromagnétisme et de la relativité restreinte étaient suffisamment étonnantes et remarquables pour ne pas manquer de titiller tout esprit scientifique ouvert et quelque peu curieux. Mais il était clair que ces analogies n'étaient de loin pas parfaites. Il était dès lors très tentant d'analyser plus en profondeur ces analogies et d'essayer de trouver comment les perfectionner. C'est ce qui m'a conduit à travailler sur ce sujet, à mes heures perdues et pendant une quarantaine d'années, et de proposer finalement plusieurs livres théoriques développant d'une part une approche originale de la déformation des solides[2] en utilisant les coordonnées d'Euler au lieu des coordonnées de Lagrange, et d'autre part une théorie révolutionnaire de l'Univers[3] basée sur l'approfondissement, l'amélioration et la compréhension des analogies entre la théorie de la déformation des solides cristallins et les grandes théories de la physique moderne que sont les équations de Maxwell, la relativité restreinte, la gravitation newtonienne, la relativité générale, la cosmologie moderne, la physique quantique et le modèle standard des particules élémentaires.

Il est tout-à-fait remarquable de pouvoir déduire toutes les grandes théories de la physique moderne à partir d'un développement logique basé exclusivement sur les concepts simples que

---

[2] *G. Gremaud, "Théorie eulérienne des milieux déformables – charges de dislocation et désinclinaison dans les solides", Presses polytechniques et universitaires romandes (PPUR), Lausanne (Switzerland) 2013, 751 pages, ISBN 978-2-88074-964-4*
G. Gremaud, "Eulerian theory of newtonian deformable lattices – dislocation and disclination charges in solids", Amazon, Charleston (USA) 2016, 312 pages, ISBN 978-2-8399-1943-2

[3] *G. Gremaud, "Univers et Matière conjecturés comme un Réseau Tridimensionnel avec des Singularités Topologiques", Amazon, Charleston (USA) 2016, 664 pages, ISBN 978-2-8399-1940-1*
G. Gremaud, "Universe and Matter conjectured as a 3-dimensional Lattice with Topological Singularities", Amazon, Charleston (USA) 2016, 650 pages, ISBN 978-2-8399-1934-0

sont, d'un point de vue physique, les trois grands principes de la physique classique, à savoir *la dynamique newtonienne* (l'équation de Newton), *le premier principe de la thermodynamique* (la conservation de l'énergie totale d'un système) et *le deuxième principe de la thermodynamique* (l'existence d'une grandeur physique, l'entropie, mesurant le désordre d'un système), et d'un point de vue mathématique, la description détaillée de l'évolution spatio-temporelle d'un réseau grâce à *une géométrie originale basée sur les coordonnées d'Euler*.

Mais si les principes de base de mon approche sont très simples et tout-à-fait classiques, les développements menant à retrouver les grandes théories de la physique moderne à partir de ces principes sont longs, assez difficiles et très théoriques, avec beaucoup de formules mathématiques. Ils ne sont donc pas d'une approche facile, même pour des physiciens, et surtout si ceux-ci ne sont pas versés dans le domaine de la physique des solides et de leurs déformations. C'est pourquoi j'ai entrepris d'écrire ce nouveau livre dans lequel j'ai l'ambition de faire connaître, si possible avec le minimum de mathématiques, les tenants et les aboutissants de mon approche, afin de familiariser les physiciens et toutes les personnes passionnées par la connaissance de l'Univers à la simplicité et l'élégance de mon approche originale de celui-ci sur quelques concepts de base simples et très classiques.

Je me dois de noter ici que l'existence d'analogies entre *la mécanique des milieux continus et la physique des défauts* et *les théories de l'électromagnétisme, de la relativité restreinte et de la gravitation* n'est de loin pas une idée qui m'est propre. En effet, elle avait déjà fait l'objet de nombreuses publications avant que je ne m'en préoccupe. D'excellentes revues sur ce sujet ont été publiées, notamment par Whittaker[4] en 1951 et par Unzicker[5] en 2000.

Par exemple, Nye[6] a initié en 1953 *l'utilisation de géométries différentielles* pour introduire des défauts topologiques comme des dislocations dans les milieux continus déformables, et a pour la première fois fait le rapport entre le tenseur de densité de dislocations et la courbure du réseau. D'autre part, Kondo[7] en 1952 et Bilby[8] en 1954 ont indépendamment montré que les dislocations peuvent s'identifier à une version cristalline du concept de Cartan[9] de 1922 de torsion d'un continuum. Et cette approche a été formalisée de manière très détaillée par Kröner[10] en 1960, qui a aussi proposé en 1980 que l'existence de défauts ponctuels extrinsèques, qui peuvent être considérés comme de l'extra-matière, pourrait s'identifier à la présence de matière

---

[4] *S. E. Whittaker, «A History of the Theory of Aether and Electricity», Dover reprint, vol. 1, p. 142, 1951.*

[5] *A. Unzicker, «What can Physics learn from Continuum Mechanics?», arXiv:gr-qc/0011064, 2000*

[6] *J.F. Nye, Acta Metall.,vol. 1, p.153, 1953*

[7] *K. Kondo, RAAG Memoirs of the unifying study of the basic problems in physics and engeneering science by means of geometry, volume 1. Gakujutsu Bunken Fukyu- Kay, Tokyo, 1952*

[8] *B. A. Bilby , R. Bullough and E. Smith, «Continous distributions of dislocations: a new application of the methods of non-riemannian geometry», Proc. Roy. Soc. London, Ser. A 231, p. 263–273, 1955*

[9] *E. Cartan, C.R. Akad. Sci., 174, p. 593, 1922 & C.R. Akad. Sci., 174, p.734, 1922*

[10] *E. Kröner, «Allgemeine Kontinuumstheorie der Versetzungen und Eigenspannungen», Arch. Rat. Mech. Anal., 4, p. 273-313, 1960*

dans l'univers[11] et être introduite par conséquent sous la forme d'équations d'Einstein, ce qui conduirait à une géométrie différentielle purement riemannienne en l'absence de dislocations. Il a aussi proposé que les défauts ponctuels intrinsèques (lacunes, interstitiels) pourraient être approchés par une partie non-métrique d'une connexion affine. Finalement, il a envisagé aussi que l'introduction d'autres défauts topologiques tels que des désinclinaisons pourrait faire appel à des géométries d'ordres supérieurs encore plus complexes, comme les géométries de Finsler ou de Kawaguchi. Les analogies de Kröner entre mécanique des milieux continus et grandes théories modernes de la physique sont assurément les plus célèbres. Cependant, aucune de ces recherches antérieures n'était allée aussi loin dans la mise en évidence d'analogies que l'approche présentée dans ce livre.

A la recherche d'une Théorie du Tout

La recherche d'une Théorie du Tout capable d'expliquer la nature de l'espace-temps, ce qu'est la matière et comment la matière interagit, est un des problèmes fondamentaux de la physique moderne. Depuis le 19ème siècle, les physiciens ont cherché à développer des théories de champs unifiées, qui devraient consister en un cadre théorique cohérent capable de prendre en compte les diverses forces fondamentales de la nature. Parmi les tentatives de recherche d'une théorie unifiée, citons:

- la "*Grande Unification"* qui rassemble les forces d'interaction électromagnétiques, les forces faibles et les forces fortes,
- la *Gravité Quantique*, la *Gravitation Quantique à Boucles,* et les *Théories de Cordes,* qui cherchent à décrire les propriétés quantiques de la gravité,
- la *Supersymétrie,* qui propose une extension de la symétrie d'espace-temps reliant les deux classes de particules élémentaires, les bosons et les fermions,
- les *Théorie de Cordes et de Supercordes,* qui sont des structures théoriques intégrant la gravité, dans lesquelles les particules ponctuelles sont remplacées par des cordes unidimensionnelles dont les états quantiques décrivent tous les types de particules élémentaires observées,
- la *Théorie M*, qui unifie cinq versions différentes de théories de cordes, avec la propriété surprenante que des extra-dimensions sont requises pour assurer sa cohérence.

Cependant, aucune de ces approches n'est capable pour l'instant d'expliquer de manière consistante et en même temps l'électromagnétisme, la relativité, la gravitation, la physique quantique et les particules élémentaires observées. De nombreux physiciens pensent que la Théorie M à 11 dimensions est la Théorie du Tout. Cependant, il n'existe pas un large consensus à ce propos et il n'y a pas à l'heure actuelle de théorie candidate apte à calculer des grandeurs expérimentales connues comme la constante de structure fine ou la masse de l'électron. Les physiciens des particules espèrent que les résultats à venir des expériences en cours - la recherche de particules nouvelles dans les grands accélérateurs et la recherche de la matière noire - seront encore nécessaires pour définir une Théorie du Tout.

Mais ces recherches semblent avoir réellement stagné pendant environ 40 ans, et de nombreux physiciens ont maintenant de sérieux doutes quant à la pertinence de ces théories. Sur

---

[11] *E. Kröner, «Continuum theory of defects», in «physics of defects», ed. by R. Balian et al., Les Houches, Session 35, p. 215–315. North Holland, Amsterdam, 1980.*

ce sujet, je conseille vivement aux lecteurs de consulter entre autres les livres de Smolin[12], Woit[13] et Hossenfelder[14]. Depuis les années 1980, des milliers de physiciens théoriciens ont publié des milliers d'articles scientifiques qui sont généralement acceptés dans des revues à comité de lecture, même si ces articles n'ont absolument rien apporté de nouveau à l'explication de l'Univers et ne résolvent aucun des mystères actuels de la physique. Une énorme quantité d'énergie a été mobilisée pour développer ces théories, qui s'éloignent de plus en plus de la réalité physique de notre monde. C'est une course à la publication de plus en plus d'articles ésotériques et à la recherche d'une forme de "beauté mathématique" au détriment de la "réalité physique". En outre, des sommes énormes ont été investies dans cette recherche, au détriment de la recherche fondamentale dans d'autres domaines de la physique, sous la forme de la construction de machines de plus en plus complexes. Et, au grand désespoir des physiciens expérimentaux, les résultats obtenus n'ont pratiquement rien apporté de nouveau à la physique des hautes énergies, contrairement aux prédictions "visionnaires" et optimistes des théoriciens.

Dans le présent livre, le problème de l'unification des théories physiques est traité de façon radicalement différente. Au lieu d'essayer de construire une théorie unifiée en bricolant un assemblage des théories existantes, en les complexifiant à souhait, en leur rajoutant même des symétries étranges et des dimensions additionnelles pour leur «beauté mathématique», je pars exclusivement des concepts classiques les plus fondamentaux de la physique que sont l'équation de Newton et les deux premiers principes de la thermodynamique. A l'aide de ces principes fondamentaux, et en développant une géométrie originale basée sur les coordonnées d'Euler, j'en viens, par un cheminement purement logique et déductif, à suggérer que l'Univers pourrait être un cristal, un réseau tridimensionnel élastique et massif, et que les éléments constituants de la Matière Ordinaire pourraient être des défauts de structure (appelés par la suite des singularités topologiques) de ce réseau cristallin, à savoir diverses boucles de dislocation et de désinclinaison que nous décrirons en détail. Pour un réseau isotrope cubique à faces centrées satisfaisant la loi de Newton, et avec des hypothèses spécifiques sur ses propriétés élastiques, je trouve que les comportements de ce réseau et de ses singularités topologiques regroupent "toute" la physique connue actuellement, en faisant apparaître spontanément *des analogies très fortes et souvent parfaites avec toutes les grandes théories physiques actuelles* du Macrocosme et du Microcosme, comme les Equations de Maxwell, la Relativité Restreinte, la Gravitation Newtonienne, la Relativité Générale, la Cosmologie Moderne et la Physique Quantique.

Mais cette approche ne fait pas que de trouver des analogies avec les autres théories de la physique, elle propose aussi des explications tout-à-fait originales, nouvelles et simples à de nombreux phénomènes physiques qui sont encore assez obscurs et mal compris à l'heure actuelle par la physique, comme par exemple la signification et l'interprétation physique profonde

---

[12] *Lee Smolin, «The trouble with Physics», Penguin Books 2008, London, ISBN 978-0-141-01835-5*
Lee Smolin, «La révolution inachevée d'Einstein, au-delà du quantique», Dunod 2019, ISBN 978-2-10-079553-6
Lee Smolin, «Rien ne va plus en physique., L'échec de la théorie des cordes», Dunod 2007, ISBN 978-2-7578-1278-5

[13] *Peter Woit, «Not Even Wrong, the failure of String Theory and the continuing challenge to unify the laws of physics», Vintage Books 2007, ISBN 9780099488644*

[14] *Sabine Hossenfelder, «Lost in Maths», Les Belles Lettres 2019, ISBN978-2-251-44931-9*

de *l'expansion cosmologique*, de *l'électromagnétisme*, de *la relativité restreinte*, de *la relativité générale*, de *la physique quantique*, et du *spin des particules*. Elle propose aussi des explications à ce que sont réellement *la décohérence quantique, l'énergie noire, la matière noire, les trous noirs*, et bien d'autres phénomènes.

Le développement détaillé de cette théorie permet aussi de trouver des idées très novatrices, parmi lesquelles la plus importante est *l'apparition de la charge de courbure*, qui est une conséquence incontournable du traitement d'un réseau solide et des ses singularités topologiques en coordonnées d'Euler. Ce concept n'apparaît absolument pas dans toutes les théories modernes de la physique, que ce soit en relativité générale, en physique quantique ou dans le Modèle Standard, alors que dans notre approche ce concept apporte des explications à de nombreux points obscurs de ces théories, tels que l*a force faible, l'asymétrie matière-antimatière, la formation des galaxies, la ségrégation entre matière et antimatière au sein des galaxies, la formation de gigantesques trous noirs au coeur des galaxies, la disparition apparente de l'antimatière dans l'Univers, la formation des étoiles à neutrons, le concept de matière noire, la nature bosonique ou fermionique des particules*, etc.

Finalement, en étudiant des réseaux cubiques à faces centrées avec des symétries spéciales appelées axiales, représentées symboliquement par *des réseaux 3D "colorés",* on peut identifier une structure de réseau dont les singularités topologiques en boucles coïncident parfaitement avec la zoologie complexe de toutes les particules élémentaires du Modèle Standard, et on y trouve aussi des explications physiques simples de la force faible et de la force forte du Modèle Standard, avec toutes leurs propriétés spécifiques.

Cette approche par le réseau cosmologique, publiée dans mon deuxième livre «*Univers et Matière conjecturés comme un Réseau Tridimensionnel avec des Singularités Topologiques*»[3], n'a pas la prétention de présenter une *Théorie du Tout* qui serait déjà complètement élaborée et utilisable, mais elle devrait et pourrait par contre s'avérer extrêmement fructueuse pour donner des *explications simples* aux théories physiques modernes dont il est difficile, si ce n'est impossible, de comprendre le sens profond, mais aussi et surtout pour définir *des liens étroits et des ponts unificateurs* entre les diverses grandes théories de la physique moderne.

Ce livre a donc pour but de faire connaître cette approche à un public averti et intéressé, en l'abordant de manière la plus simple possible, sur la base de nombreuses figures, en l'expliquant «avec les mains» et en essayant d'éviter autant que faire se peut le développement des équations mathématiques sous-jacentes. Par contre, je pense qu'il est important de mettre en exergue les équations les plus fondamentales de la théorie dans des figures, mais sans qu'il soit nécessaire de les comprendre. En ce qui concerne l'organisation du contenu du livre, j'ai essayé de suivre au plus près le plan du livre théorique initial, afin que les personnes intéressées puissent se référer directement aux traitements mathématiques complets qu'il contient.

Dans ce livre, je commence par résumer de manière autonome la théorie[2] publiée initialement en 2013, qui jetait méthodiquement les bases d'*une approche originale des réseaux solides par les coordonnées d'Euler*, et qui introduisait aussi de manière détaillée la notion de *charges de dislocation et de désinclinaison au sein d'un réseau cristallin,* concept qui permet de quantifier les défauts de structure, les singularités topologiques, pouvant apparaître à l'échelle microscopique d'un tel réseau. Sur la base de cette approche originale des réseaux solides et de leurs singularités topologiques, je déduis un ensemble d'équations fondamentales et phé-

noménologiques qui permet de traiter de manière très rigoureuse l'évolution spatio-temporelle macroscopique d'un réseau solide newtonien se déformant dans l'espace absolu du laboratoire d'un observateur extérieur à ce réseau.

J'introduis ensuite un *réseau imaginaire*, avec des propriétés élastiques et structurales assez spéciales, dont le concept a été imaginé et publié en 2016 dans mon second livre[1], et que j'ai qualifié de *«réseau cosmologique»*. Initialement, ce réseau était imaginé de structure cubique simple, qui m'obligeait à quelques acrobaties périlleuses pour décrire les trois familles de particules élémentaires du modèle standard. Mais dans cette nouvelle version de 2021, j'introduis *un réseau de structure cubique à faces centrées, que j'appelle poétiquement l'éther cristallin,* ce qui m'a été suggéré par mon ami Willy Benoit, et qui permet de décrire beaucoup plus judicieusement les trois familles de particules élémentaires du modèle standard. Moyennant *quelques conjectures bien choisies*, l'équation de Newton de ce réseau et les singularités topologiques qu'il peut contenir présentent alors un ensemble de propriétés très étonnantes, qui feront apparaître progressivement des analogies fortes et surprenantes avec toutes les grandes théories physiques actuelles, comme le résume bien le la table des matières .

Chapitre 1

La théorie eulérienne des réseaux newtoniens déformables

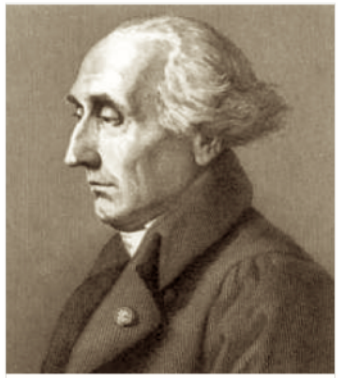
Pour décrire l'évolution spatio-temporelle de la déformation d'un réseau solide, il faut en premier lieu qu'on définisse un système de référence pour faire les mesures d'espace et de temps dans le laboratoire. Pour cela, on a le choix entre plusieurs systèmes de coordonnées possibles, et on choisira ici *le système des coordonnées d'Euler* pour plusieurs raisons qui seront expliquées en détail. Suite à ce choix, il devient possible de décrire comment la déformation d'un réseau peut être caractérisée par *des distorsions* et *des contorsions*. Mais pour quantifier ces distorsions et ces contorsions, il sera nécessaire d'utiliser des objets mathématiques appelés *des scalaires, des vecteurs* et *des tenseurs.* On tentera donc d'y expliquer simplement ces objets mathématiques, et pourquoi on fait appel systématiquement à une *représentation vectorielle des tenseurs*, qui présente des avantages indéniables sur la représentation purement tensorielle, ne serait-ce que par la possibilité d'utiliser le formalisme puissant d'un outil mathématique appelé *l'analyse vectorielle*. Ce choix crucial permet d'obtenir assez facilement des équations qui assurent la solidité du réseau, dites *équations de géométrocompatibilité*, et des équations qui permettent de décrire la cinétique de la déformation, dites *équations de géométrocinétique.*

Les concepts de base de la physique, à savoir *la dynamique newtonienne* et *la thermocinétique eulérienne,* peuvent ensuite être introduits dans ce contexte topologique. Avec tous ces ingrédients, il devient alors possible de décrire nombre de comportements particuliers des réseaux solides déformables, comme par exemple *l'élasticité, l'anélasticité,* et *l'auto-diffusion*.

Les systèmes de coordonnées pour décrire la déformation d'un milieu

Si un observateur, que nous appellerons par la suite *Grand Observateur* ***GO***, désire décrire dans son laboratoire l'évolution d'un certain *milieu continu* qui se déplace dans l'espace par translation et rotation, et qui, de plus, peut se déformer au cours du temps (figure 1.1), il faut en premier lieu qu'il définisse le comportement cinétique du milieu. En prenant pour *axiome de base* que l'évolution du milieu dans l'espace et le temps satisfait *le principe d'additivité des vitesses*, à savoir que la vitesse d'un objet se déplaçant à vitesse v_1 par rapport à un autre objet se déplaçant à vitesse v_2 dans le laboratoire aura une vitesse v_1+v_2 dans le laboratoire, on aura alors à faire à une cinétique satisfaisant *la transformation de Galilée,* et appelée *cinétique galiléenne.* En ce cas, l'observateur ***GO*** peut décrire cette évolution spatio-temporelle sur la base d'un référentiel absolu placé dans son laboratoire. Ce référentiel est composé d'un *repère euclidien orthonormé* $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, c'est-à-dire de trois règles de longueur unité, orientées perpendiculairement entre elles et représentées par trois flèches qu'on appelle *les vecteurs de base* $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$ du repère, et d'une horloge universelle assurant que le temps t est mesuré de manière identique en tout lieu du laboratoire (figures 1.1 et 1.2).

Pour décrire l'évolution spatio-temporelle d'un milieu continu déformable, l'observateur a


Joseph Louis Lagrange
(1736-1813)

alors plusieurs possibilités parmi lesquelles le système des *coordonnées de Lagrange,* utilisé pour décrire la déformation des solides, et le système des *coordonnées d'Euler,* utilisé en général pour décrire l'hydrodynamique des fluides.

Pour décrire simplement et complètement l'évolution spatio-temporelle d'un milieu continu solide, l'observateur ***GO*** peut se servir du *système de coordonnées de Lagrange*. En premier lieu, il procède à un marquage du milieu matériel solide à l'instant initial $t = 0$ à l'aide d'un quadrillage de points $\boldsymbol{P}_0$. Ensuite, il peut définir un repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ immobile dans le référentiel de son laboratoire. En munissant ce repère fixe $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ de règles de longueur unité $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$, et en l'orientant judicieusement par rapport à la position initiale du milieu à l'instant $t = 0$, il peut mesurer *la position* de tous les points $\boldsymbol{P}_0$ du milieu à l'instant initial $t = 0$ à l'aide de flèches, les vecteurs[1] $\vec{r}$.

A un instant $t > 0$, un point $\boldsymbol{P}_0$ du milieu se sera déplacé en $\boldsymbol{P}$, et l'observateur peut alors relier le point $\boldsymbol{P}_0$ au point $\boldsymbol{P}$ à l'aide d'une flèche, le vecteur $\vec{u}$ qui est appelé le *vecteur de déplacement* du point $\boldsymbol{P}_0$. Comme ce vecteur dépend de la position initiale $\vec{r}$ du point $\boldsymbol{P}_0$ et du temps t, l'ensemble des vecteurs $\vec{u}(\vec{r},t)$ repérant tous les points du milieu est appelé le *champ de déplacement* du milieu en coordonnées de Lagrange.

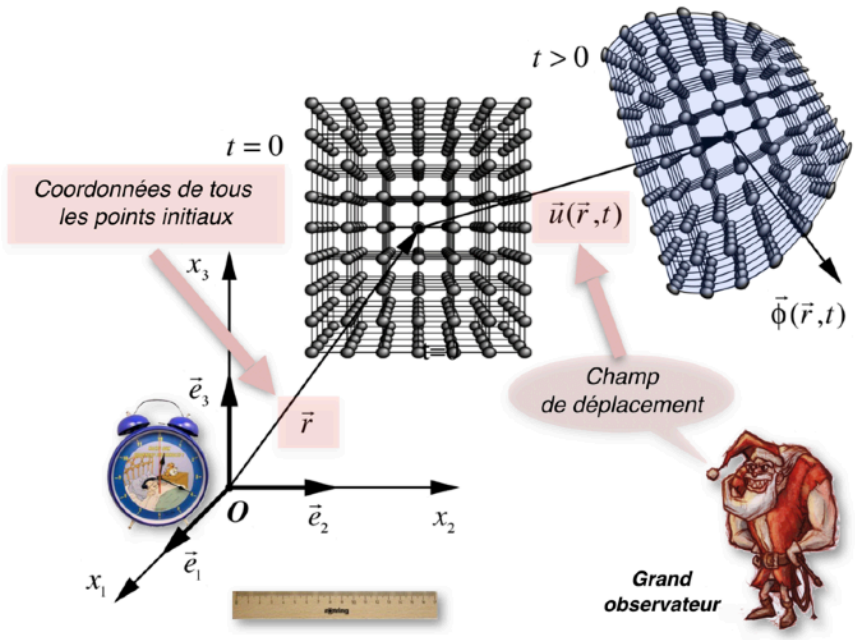
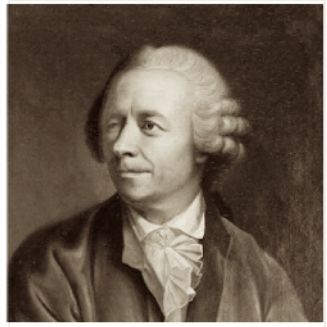


Figure 1.1 - *Les coordonnées de Lagrange*

---

[1] ***Vecteur:*** un vecteur est un objet mathématique correspondant à *une flèche orientée dans l'espace*. Un vecteur représente en fait une grandeur physique décrite par *trois nombres* qui correspondent respectivement aux longueurs des trois projections de la flèche sur les axes $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ du système de coordonnées. On parle de *champ vectoriel* lorsqu'une grandeur physique vectorielle prend différentes valeurs en tous les points de l'espace et au cours du temps.



Leonhard Euler
(1707-1783)

Le système des coordonnées de Lagrange est donc basé sur la description de l'évolution dans l'espace et le temps *des vecteurs du champ de déplacement* $\vec{u}(\vec{r},t)$ défini précédemment, connaissant les coordonnées $\vec{r}$ de tous les points du solide initial dans le repère fixe $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ du laboratoire de l'observateur, comme illustré à la figure 1.1.

En utilisant précédemment l'expression de *milieu continu*, on a fait appel à un concept intuitif, à savoir qu'un milieu ne présente, à *l'échelle macroscopique* où il est observé, ni structure discontinue à l'état statique, ni apparition de discontinuités, telles que des déchirures, des ruptures locales ou des formations de cavités au cours de son évolution spatio-temporelle.

De l'observation macroscopique du comportement du milieu, et notamment de la *continuité du champ de déplacement* $\vec{u}$, il est possible d'attribuer des qualificatifs au milieu observé. Si le milieu présente un champ de déplacement $\vec{u}$ parfaitement continu au cours de son évolution spatio-temporelle, il est qualifié de *milieu solide*. Il a alors la propriété macroscopique de posséder une forme qui lui est propre et qu'il est difficile de modifier.

Si, par contre, le milieu présente un champ de déplacement $\vec{u}$ discontinu, formant au cours du temps un enchevêtrement inextricable, il est qualifié de *milieu fluide*. Celui-ci présente la propriété macroscopique de s'écouler et doit par conséquent être maintenu dans un récipient dont il épouse la forme. En ce cas, le champ de déplacement $\vec{u}$ des coordonnées de Lagrange perd toute signification physique, et seule la vitesse vectorielle $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ du fluide ou du solide situé à l'instant t à la coordonnée d'espace $\vec{r}$ du référentiel absolu conserve un sens phy-

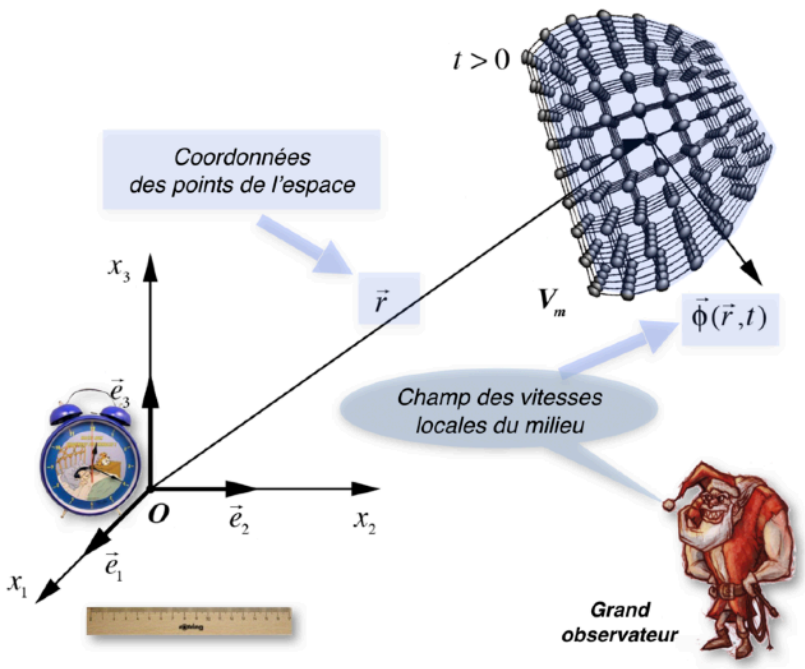


Figure 1.2 *- Les coordonnées d'Euler*

sique. Cette définition des mouvements du milieu par l'observateur ***GO*** s'appelle *le système des coordonnées d'Euler*.

Le système des coordonnées d'Euler est donc basé sur la description de l'évolution dans l'espace et le temps *des vecteurs du champ de vitesse* $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ des points du milieu fluide ou solide situés aux coordonnées d'espace $\vec{r}$ et au temps t dans le repère absolu $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ du laboratoire de l'observateur ***GO*** (figure 1.2).

Qu'est-ce qu'un réseau solide?

Le concept de milieu continu défini ci-dessus ne s'applique que lorsque ce milieu est observé à *une échelle macroscopique*. En effet, un agrandissement du même milieu à *une échelle suffisamment microscopique* fera apparaître une collection discontinue d'objets, auxquels on attribuera dans la suite le nom générique de *particules* (par exemple des corpuscules, des atomes, des molécules, etc.). On en conclue logiquement que les propriétés phénoménologiques globales observées à l'échelle macroscopique où le milieu paraît continu sont en fait des effets statistiques résultant du grand nombre de particules interagissant entre elles à l'échelle microscopique.

L'agrandissement du milieu permet aussi de définir certaines caractéristiques microscopiques importantes du milieu, telles que sa *structure*, c'est-à-dire la façon dont sont assemblées entre elles les particules qui le composent, et sa *composition chimique*, c'est-à-dire la nature des particules qui le composent.

Un milieu continu sera dit *solide* lorsque, à l'échelle microscopique, il correspond à une collection de particules telle que *l'identité des plus proches voisines d'une particule donnée ne change pas au cours du temps*. Autrement dit, chaque particule est reliée à ses plus proches voisines par des liaisons élastiques qui l'empêchent de se mouvoir à grande distance de celles-ci. Par conséquent, seuls des mouvements relatifs à courte distance de ses plus proches voisines lui sont autorisés via l'élasticité des liaisons. Sous l'effet de ces liaisons, on dit que les particules forment alors un *réseau solide.*

Il est possible de définir différentes classes de réseaux solides, suivant l'arrangement des particules les unes par rapport aux autres. Si l'arrangement des particules présente un ordre bien établi, qui se répète à grande distance par translation d'une cellule élémentaire, on parle d'un *réseau de structure cristalline*. Par exemple, les réseaux tridimensionnels dessinés dans les figures 1.1 et 1.2 sont obtenus par la translation d'une cellule unité cubique, et ils présentent un ordre parfait aussi bien à longue distance qu'à courte distance. Il en est de même du réseau bi-dimensionnel reporté à la figure 1.3a, qui est obtenu par translation dans l'espace d'une cellule de forme hexagonale.

Certains réseaux solides peuvent présenter des arrangements de particules n'ayant pas d'ordre à grande distance, mais seulement un certain ordre à courte distance. On parle dans ce cas d'un *réseau de structure amorphe*. L'exemple bi-dimensionnel reporté à la figure 1.3(b) représente un réseau amorphe de particules, obtenu par pavage de la surface avec des pentagones, des hexagones et des heptagones irréguliers, dont les côtés ont une longueur fixe. L'ordre à courte distance du réseau amorphe transparaît dans le fait que chacune des particules a exactement trois plus proches voisines.

Il peut aussi exister des réseaux solides dont l'arrangement des particules ne présente pas

d'ordre par translation à longue distance, mais un certain ordre par rotation. On parle en ce cas d'un *réseau de structure quasi-cristalline*, dont l'exemple de la figure 1.3(c) montre clairement l'absence d'ordre par translation à grande distance. Ce réseau est obtenu par un pavage bidimensionnel à l'aide de deux types de losanges d'angles au sommet différents (on parle en ce cas précis d'un *pavage de Penrose*). A première vue, ce réseau semble amorphe. Mais l'analyse plus détaillée de la figure 1.3(d) montre que les particules s'alignent sur des droites parallèles entre elles. Les distances entre particules alignées sur une droite, ainsi que les distances entre les droites parallèles, ne sont pas régulières. Il existe en fait cinq directions privilégiées pour l'orientation de ces alignements de particules. Cette structure quasi-cristalline bidimensionnelle présente donc une forme de symétrie par rotation d'ordre cinq, qui est interdite dans le cas d'une structure cristalline obtenue par translation d'un motif de base.

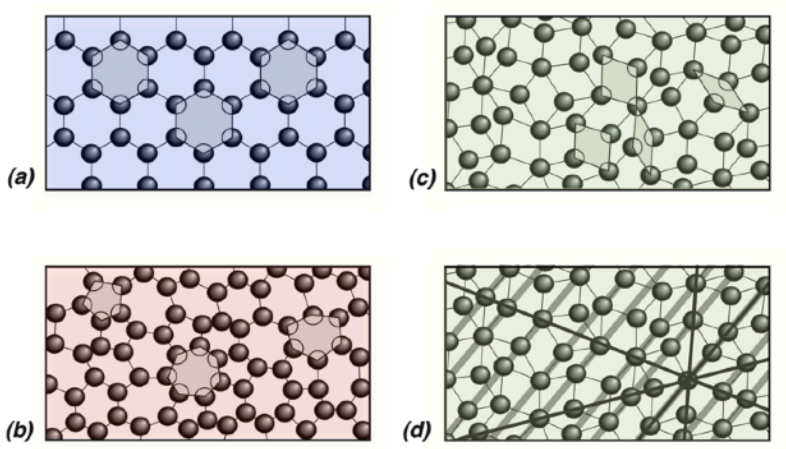


Figure 1.3 - *Réseaux bidimensionnels cristallin* ***(a)****, amorphe* ***(b)*** *et quasi-cristallin* ***(c)*** *et* ***(d)***

Les exemples donnés à la figure 1.3 sont des représentations bidimensionnelles. Il faut donc encore généraliser ces notions à l'espace tridimensionnel. A trois dimensions, les réseaux cristallins sont constitués par la translation d'une cellule élémentaire tridimensionnelle qui est appelée la *maille du réseau* (figure 1.4). Les réseaux cristallins peuvent être classés suivant les opérations de symétrie de rotation, de réflexion et d'inversion par rapport à un point qu'il est possible d'appliquer à la maille élémentaire du réseau. Ces opérations de symétrie conduisent à l'existence de quatorze réseaux différents, appelés *réseaux de Bravais*, qui sont représentés dans la figure 1.4. Ces quatorze réseaux de Bravais peuvent encore être décomposés en sept *systèmes cristallins* (triclinique, monoclinique, orthorhombique, tétragonal, rhomboédrique, hexagonal et cubique) en considérant la façon dont l'espace est pavé par la maille élémentaire. Pour certains de ces sept systèmes cristallins, il peut exister différents types de réseaux (*P, C, I* ou *F*), qui correspondent aux différents motifs de remplissage de la maille élémentaire par les particules.

Il est intéressant de noter que le motif de remplissage d'une maille par les particules peut conduire à différentes valeurs du nombre de sites substitutionnels propres à chaque maille et

pouvant contenir une particule liée. Par exemple, dans le cas des structures cubiques représentées à la figure 1.4, le nombre de sites propre à une maille est de 1 pour le système cubique simple, de 2 pour le système cubique centré et de 4 pour le système cubique à faces centrées. Dans le cas de milieux solides non ordonnés, comme les milieux amorphes, les milieux quasi-cristallins ou les milieux polycristallins à grains très fins, la notion de maille de réseau n'a plus de signification. Par contre, le concept de site de réseau conserve une signification physique précise, même s'il n'existe pas une maille élémentaire unique.

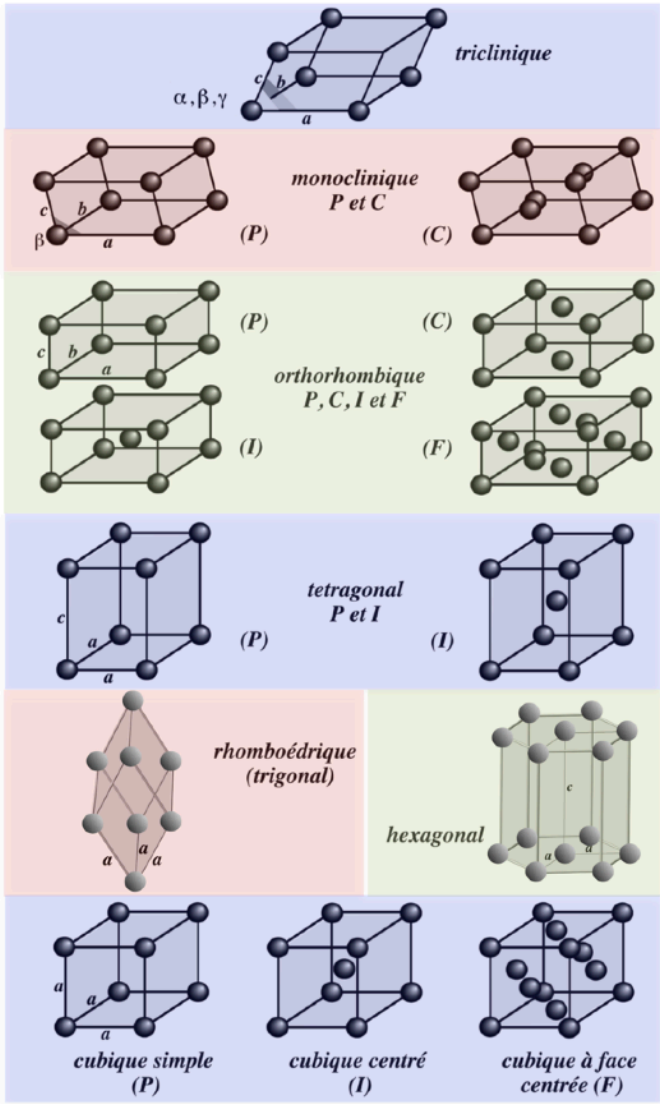


Figure 1.4 - *Les sept systèmes cristallins et les quatorze réseaux de Bravais*

Dans le cas d'un réseau solide ordonné, il peut apparaître des *défauts de structure* dans l'assemblage régulier des particules en réseau. Ces *défauts de structure* ont des origines diverses, telles que *des irrégularités dans l'espèce chimique* des objets composant le réseau, ou des *singularités topologiques*, c'est -à-dire des irrégularités dans la structure topologique du

réseau, comme des dislocations ou des désinclinaisons dont on reparlera plus tard, et ils peuvent être classés en défauts *ponctuels, linéaires ou plans* suivant leur topologie dans le réseau.

C'est aussi par des observations de la *dynamique* à l'échelle microscopique, au cours de l'évolution spatio-temporelle macroscopique du réseau, qu'il sera possible de comprendre les raisons objectives de certains comportements macroscopiques. Par exemple, on verra qu'il existe des liens étroits entre les *propriétés macroscopiques de déformation* des réseaux ordonnés et les *distorsions de la maille du réseau* induites par la présence de singularités topologiques mobiles au sein du réseau, comme des dislocations ou des désinclinaisons.

En conclusion, une description complète de l'évolution spatio-temporelle d'un réseau pouvant être considéré comme continu à l'échelle macroscopique ne peut absolument pas se passer de la description des phénomènes intervenant à l'échelle microscopique. La recherche d'une théorie décrivant l'évolution spatio-temporelle macroscopique d'un réseau continu déformable doit donc se baser sur la définition de champs macroscopiques moyens (de nature scalaire, vectorielle et tensorielle) déduits à partir d'une description statistique de la dynamique à l'échelle microscopique d'une multitude d'objets interagissant entre eux.

Pour décrire un réseau solide, il est donc parfaitement possible d'utiliser le système des coordonnées de Lagrange ou le système des coordonnées d'Euler. Cependant, *l'utilisation des coordonnées de Lagrange* pour décrire les solides déformables présente un certain nombre de difficultés qui leur sont inhérentes. D'un point de vue mathématique, les objets mathématiques (les tenseurs) décrivant les déformations d'un solide continu en coordonnées de Lagrange sont toujours très compliqués (d'ordre supérieur à un en les dérivées spatiales des composantes du champ de déplacement), ce qui conduit à un formalisme mathématique très difficile à gérer lorsqu'un solide présente de fortes distorsions (déformations et rotations). A ces difficultés d'ordre mathématique s'ajoutent encore des difficultés d'ordre physique lorsqu'il s'agit d'introduire certaines propriétés connues des solides. En effet, le système des coordonnées de Lagrange devient pratiquement inutilisable, par exemple lorsqu'il faut décrire l'évolution temporelle de la structure microscopique d'un réseau solide (transitions de phase) et de ses défauts de structure (défauts ponctuels, dislocations, désinclinaisons, joints, etc.), ou s'il est nécessaire d'introduire certaines propriétés physiques du milieu (thermiques, électriques, magnétiques, chimiques, etc.) se traduisant par l'existence dans l'espace réel de champs scalaires, vectoriels ou tensoriels. Vu la complexité des calculs obtenus dans le cas du système des coordonnées de Lagrange, qui est pourtant généralement utilisé pour décrire les solides, il était souhaitable d'essayer de développer la description des solides en utilisant le système des coordonnées d'Euler, qui est généralement utilisé pour décrire les fluides. Cette approche des solides déformables par les coordonnées d'Euler, qui est finalement nettement plus simple et beaucoup plus rigoureuse que celle obtenue avec les coordonnées de Lagrange, a été mise au point et publiée en 2013 dans le livre *«Théorie eulérienne des milieux déformables»*[2].

---

[2] *G. Gremaud, "Théorie eulérienne des milieux déformables – charges de dislocation et désinclinaison dans les solides", Presses polytechniques et universitaires romandes (PPUR), Lausanne (Switzerland) 2013, 751 pages, ISBN 978-2-88074-964-4*
G. Gremaud, "Eulerian theory of newtonian deformable lattices – dislocation and disclination charges in solids", Amazon, Charleston (USA) 2016, 312 pages, ISBN 978-2-8399-1943-2

Définition de grandeurs locales en coordonnées d'Euler

Dans le cas d'une collection de particules dans l'espace à l'état liquide ou solide, chaque particule i possède une vitesse propre représentée par un vecteur $\vec{v}_i$ (figure 1.5),. Pour déterminer une vitesse locale moyenne des particules, il faut se fixer un petit élément de volume $\boldsymbol{V}_f$ centré sur la coordonnée d'espace $\vec{r}$, puis mesurer les vitesses $\vec{v}_i$ de toutes les particules contenues dans le volume fixé $\boldsymbol{V}_f$.

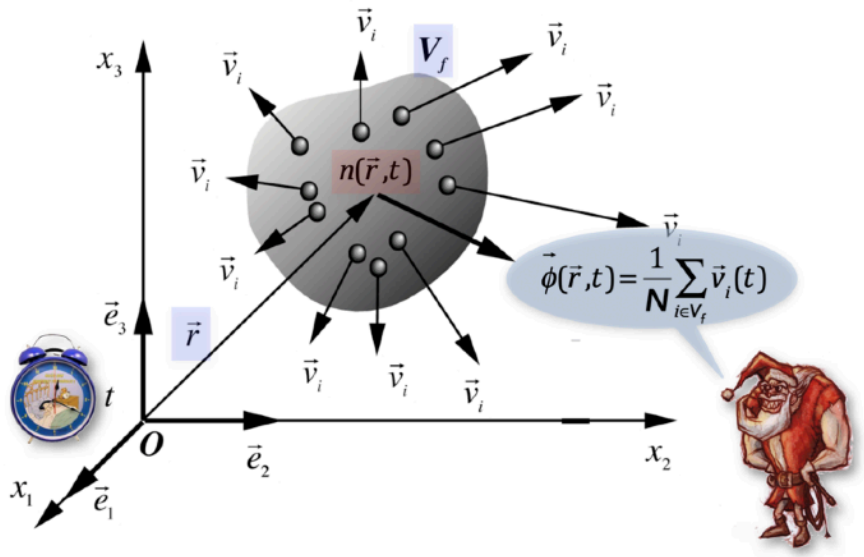


Figure 1.5 - *Vitesse et densité locales moyennes d'un milieu*

Si le nombre instantané de particules dans ce volume $\boldsymbol{V}_f$ est égal à $\boldsymbol{N}$, et que $\boldsymbol{N}$ est suffisamment grand, la vitesse moyenne $\vec{\phi}$ à l'endroit $\vec{r}$ et à l'instant t est définie par la moyenne des vitesses $\vec{v}_i$ prise sur les toutes les particules contenues dans $\boldsymbol{V}_f$.

Si une vitesse moyenne $\vec{\phi}$ différente de zéro est mesurée, cela signifie aussi que, pour chaque particule i , il est possible de trouver une fluctuation $\Delta\vec{v}_i$ à la vitesse moyenne $\vec{\phi}$ par la relation $\Delta\vec{v}_i = \vec{v}_i - \vec{\phi}$.

Dans le cas d'un réseau solide, l'existence d'une vitesse moyenne $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ différente de zéro implique que le réseau solide de particules est soumis à un mouvement collectif. La vitesse $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ représente donc la vitesse locale moyenne de déplacement des particules liées aux sites du réseau, donc *la vitesse moyenne des sites du réseau* (figure 1.2), alors que les $\Delta\vec{v}_i$ sont des fluctuations de vitesse des particules liées au réseau autour de chacun de ces sites. Par exemple, dans un solide réelle, de telles fluctuations sont dues *aux mouvements désordonnés de l'agitation thermique des particules*, qui sont en relation directe avec *la température du milieu.*

Hormis la vitesse locale moyenne $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ d'un réseau solide, il est une autre grandeur qui sera appelée à jouer un rôle fondamental en coordonnées d'Euler: c'est *la densité volumique de sites substitutionnels élémentaires du réseau*, qui sera écrite avec le symbole n , et qui représente le nombre de sites de réseau contenu dans l'unité de volume du réseau. Dans le cas de la figure 1.5, ce nombre n représente alors le nombre de particules contenue dans le volume

V_f quand on choisit un volume V_f égal à l'unité Ce choix implique alors de définir toutes les grandeurs physiques caractérisant le réseau solide comme des *valeurs moyennes prises sur chaque site du réseau*. Il est clair aussi que, dans le cas de réseaux non ordonnés, la grandeur n peut aussi être reliée à la *densité volumique de sites élémentaires du réseau non ordonné.*

La densité volumique $n(\vec{r},t)$ de sites substitutionnels du réseau solide présente un lien direct avec la notion d'expansion volumique du milieu, puisque $n \to 0$ pour les expansions intenses et $n \to \infty$ pour les contractions intenses. Cette notion d'expansion du volume du réseau peut être encore mieux exprimée en introduisant une grandeur v définie comme l'inverse de n, c'est-à-dire $v = 1/n$. En effet, cette grandeur v a pour dimension *un volume*. Elle représente le volume moyen occupé par un site du réseau solide. Ce volume v traduit bien la notion d'expansion volumique du milieu, puisque $v \to \infty$ pour les expansions intenses et $v \to 0$ pour les contractions intenses.

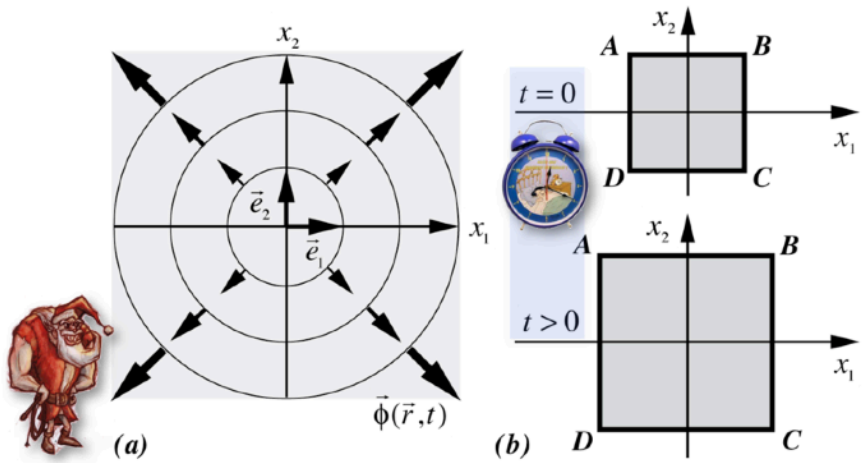


Figure 1.6 *- Expansion volumique du milieu*

Mais il est encore plus intéressant d'introduire une valeur sans dimension en utilisant *le logarithme naturel* de v grâce à la relation $\tau = -\ln(n/n_0) = \ln(v/v_0)$. Il apparaît alors *un scalaire*[3] $\tau(\vec{r},t)$ sans dimension qui sera appelé *scalaire d'expansion volumique*, dépendant des coordonnées d'espace $\vec{r}$ et de temps t au sein du réseau, et mesurant cette fois de manière parfaite la notion d'expansion volumique du réseau, puisque $\tau \to \infty$ pour les expansions intenses (lorsque $v \to \infty$), $\tau \to -\infty$ pour les contractions intenses (lorsque $v \to 0$) et $\tau \to 0$ lorsque $v \to v_0$. De par la construction du scalaire τ, les constantes v_0 et n_0 introduites ici peuvent être ajustées de sorte que le scalaire τ soit nul lorsque le réseau se trouve *dans l'état d'expansion de repos*. La figure 1.6 illustre un exemple de champs de vitesse qui conduit à une *expansion volumique uniforme* du milieu qui passe d'une certaine valeur de τ à l'instant $t = 0$ à une valeur de τ supérieure à l'instant $t > 0$, sans que l'expansion volumique τ dépende de l'endroit où on la mesure.

---

[3] ***Scalaire:*** un scalaire est un objet mathématique correspondant à une grandeur physique décrite par *un seul nombre.* On parle de *champ scalaire* lorsqu'une grandeur physique scalaire prend différentes valeurs en tous les points de l'espace et au cours du temps.

Les distorsions d'un réseau solide

En présence d'un champ de vitesse $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ non nul dans l'espace, un réseau peut présenter des mouvements qui ne conduisent à aucune déformation, tels que la *translation globale* du milieu (figure 1.7a) ou la *rotation globale* du milieu (figure 1.7b).

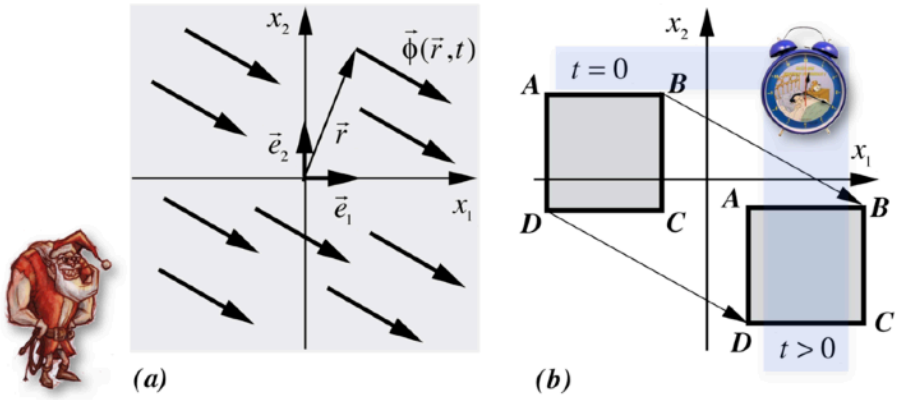


Figure 1.7a - *Translation globale du milieu*

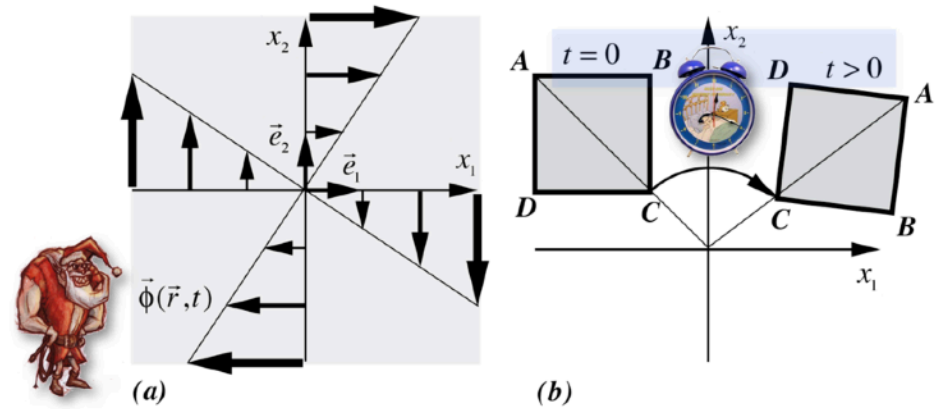


Figure 1.7b - *Rotation globale du milieu*

Mais il peut aussi exister des champs de vitesse $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ non nul dans l'espace qui conduisent à de *réelles déformations* du milieu, comme par exemple l'*expansion volumique* du milieu décrite précédemment (figure 1.6), le *cisaillement pur à expansion volumique nulle* du milieu (figure 1.8) ou l'*allongement à expansion volumique nulle* du milieu (figure 1.9). Il peut aussi apparaître des champs de vitesse beaucoup plus compliqués conduisant par exemple à des *rotations locales avec cisaillement non uniforme* du milieu (figure 1.10a) ou à des *expansions non uniformes* du milieu qui conduisent à une expansion qui dépend non seulement du temps, mais aussi des coordonnées d'espace (figure 1.10b).

En présence d'un champ de vitesse $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ non homogène dans l'espace, un réseau peut donc présenter, en plus d'une *translation globale* et d'une *rotation globale*, des mouvements

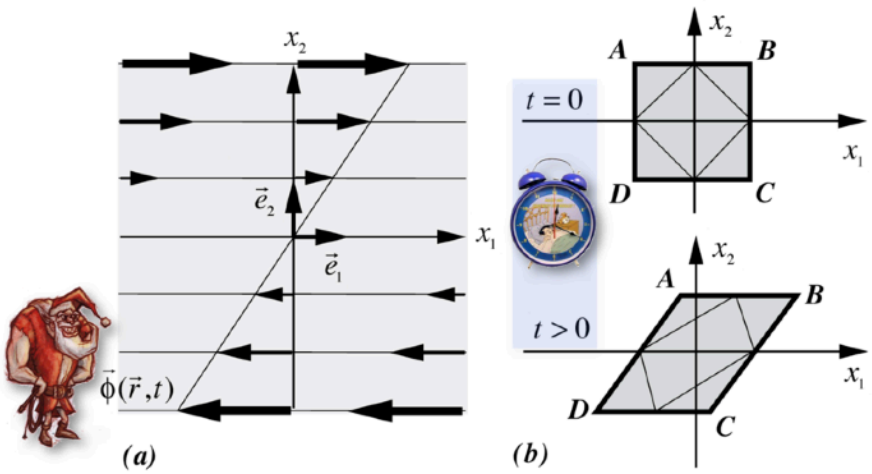


Figure 1.8 - *Cisaillement pur du milieu*

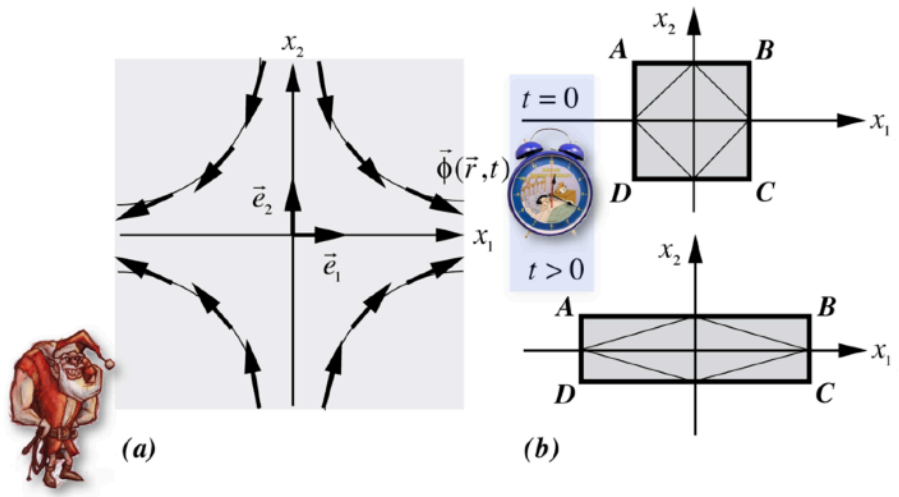


Figure 1.9 - *Allongement à expansion volumique nulle*

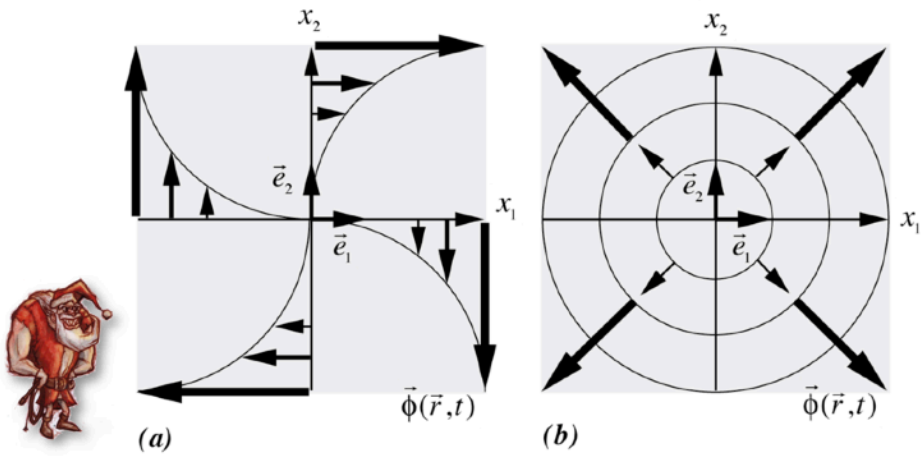


Figure 1.10 - *Rotations locales* ***(a)*** *et expansions* ***(b)*** *non-uniformes du milieu*

correspondant à toutes sortes de déformation. Pour expliciter en détail les comportements de rotation globale et locale et les comportements de déformations, qui seront appelés de façon générique des *distorsions* du réseau, il faut introduire des *grandeurs topologiques* devant traduire ces distorsions.

Une façon élégante de procéder en coordonnées d'Euler est de constater que le champ scalaire d'expansion volumique τ défini précédemment est déjà une grandeur topologique scalaire qui décrit parfaitement l'expansion volumique du milieu. On peut alors montrer que ce scalaire est en fait déductible d'une grandeur topologique plus compliquée, à savoir *un tenseur*[4] *d'ordre deux* qu'on appelle *le tenseur de distorsion* β_{ij}. Un tenseur d'ordre deux est un objet mathématique représenté par un tableau 3 sur 3 de 9 nombres différents (figure 1.11).

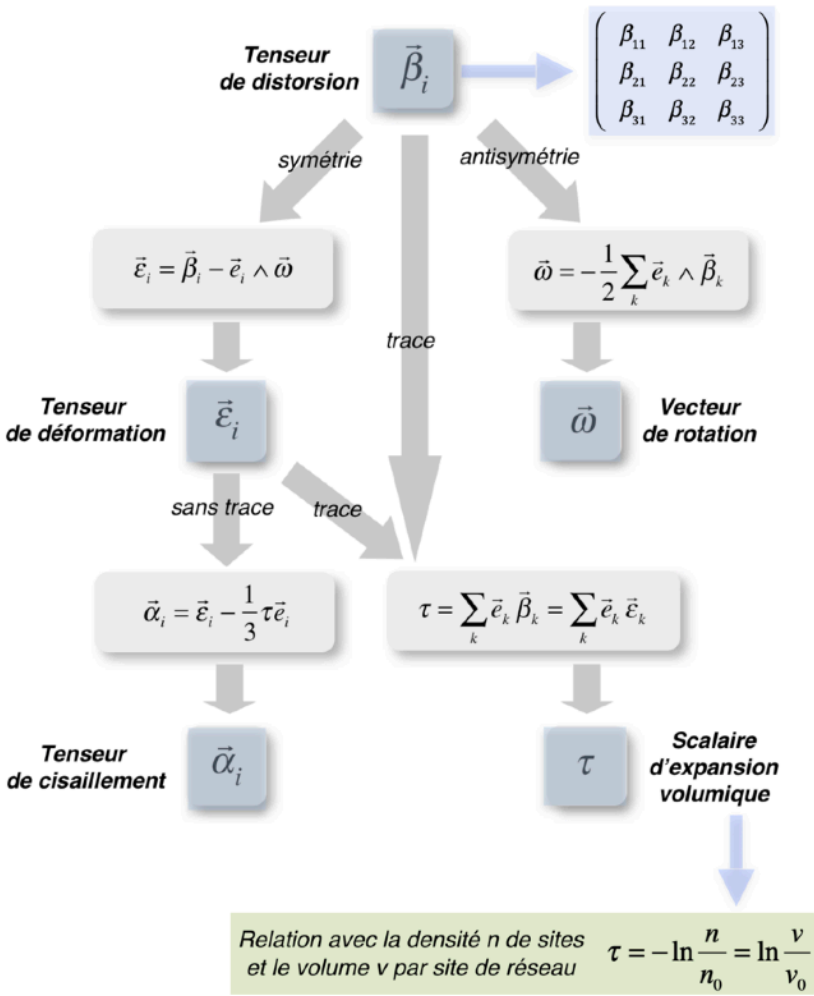


Figure 1.11 - *Les décompositions du tenseur de distorsion*

---

[4] ***Tenseur d'ordre deux:*** un tenseur d'ordre deux est un objet mathématique représenté par un tableau 3 sur 3 de *neuf nombres différents*. Un tenseur d'ordre deux représente en fait une grandeur physique décrite par *neufs nombres.* Il peut être très commode de représenter un tenseur d'ordre deux à l'aide de trois vecteurs dans le système des coordonnées d'Euler. On parle de *champ tensoriel d'ordre deux* lorsqu'une grandeur physique tensorielle prend différentes valeurs en tous les points de l'espace et au cours du temps.

Ces neufs nombres suffisent alors pour décrire parfaitement *l'ensemble des rotations globales et locales et des déformations* du réseau solide. Mais comme la manipulation de ce tenseur est mathématiquement assez compliquée, et surtout que celui-ci camoufle en général le comportement physique réel du milieu, on choisit une façon tout à fait originale de le représenter sous la forme de trois vecteurs. Ainsi, le champ tensoriel de distorsion β_{ij} du réseau sera représenté par commodité par *un champs de trois vecteurs* $\vec{\beta}_1$, $\vec{\beta}_2$, $\vec{\beta}_3$, en se rappelant qu'un vecteur est une flèche orientée dans l'espace composée de trois nombres. Cette *représentation vectorielle des champs tensoriels* est tout à fait originale et extrêmement puissante, car elle permet mathématiquement de faire appel aux opérateurs spatiaux de *l'analyse vectoriel*, et elle simplifie ensuite considérablement l'interprétation physique des champs tensoriels.

Il est possible d'appliquer des *opérations de symétrie* sur le *tenseur de distorsion* $\vec{\beta}_i$ pour en extraire les détails des rotations et des déformations du milieu. L'opération consistant à effectuer la somme des éléments diagonaux du tenseur, à savoir $\beta_{11}+\beta_{22}+\beta_{33}$, fournit un scalaire appelé *la trace du tenseur* et qui n'est en fait rien d'autre que *le scalaire d'expansion volumique* τ . L'opération consistant à prendre la partie symétrique du tenseur de distorsion fournit *un tenseur d'ordre deux symétrique* $\vec{\varepsilon}_i$, appelé *tenseur de déformation*, qui représente l'ensemble des déformations du milieu, mais sans les rotations globales du milieu. L'opération consistant à prendre la partie anti-symétrique du tenseur de distorsion fournit *un vecteur axial* $\vec{\omega}$, appelé *vecteur de rotation*, qui représente toutes *les rotations locales et globales* au sein du milieu. Finalement, en retirant sa trace au tenseur de déformation $\vec{\varepsilon}_i$, on obtient un tenseur d'ordre deux symétrique et sans trace $\vec{\alpha}_i$, appelé *tenseur de cisaillement,* qui représente l'ensemble des cisaillements du milieu. Ces opérations de symétrie sont décrites dans la figure 1.11, où, pour les fins connaisseurs du calcul vectoriel, on a fait apparaître explicitement les opérations mathématiques de symétrie utilisées, ainsi que la relation existant entre le scalaire d'expansion volumique τ , la densité de sites n du réseau et le volume v par site de réseau.

Géométro-cinétique d'un réseau en coordonnées d'Euler

En coordonnées d'Euler, on décrit l'évolution du réseau solide dans l'espace et le temps à l'aide *des vecteurs du champ de vitesse* $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ des points du réseau situés aux coordonnées d'espace $\vec{r}$ et au temps t dans le repère absolu $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ du laboratoire de l'observateur ***GO*** (figure 1.2). Or, s'il existe un champ de vitesse non homogène au sein du réseau, il doit forcément y apparaître une évolution spatio-temporelle des distorsions au sein de ce réseau. En coordonnées d'Euler, les relations existant entre le champ de vitesse $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ et l'évolution du tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$, du vecteur de rotation $\vec{\omega}$ et du scalaire d'expansion volumique τ seront appelées *les équations géométrocinétiques.* Ces équations sont reportées dans la figure 1.12.

Les équations géométrocinétiques relient en fait les *variations temporelles des distorsions du solide*, qui sont calculées le long de la trajectoire des particules du milieu à l'aide d'un *opérateur mathématique de temps* appelé *la dérivé particulaire*[5], aux *variations spatiales du champ de vitesse* $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ du milieu, qui sont calculées à l'aide d'*opérateurs mathématiques d'espace*

---

[5] ***Opérateur dérivée particulaire:*** c'est un opérateur mathématique de temps permettant de calculer les variations temporelles d'une grandeur physique le long de la trajectoire des particules d'un milieu (voir glossaire).

de l'analyse vectoriel appliqués au champ de vitesse, et qui sont appelés *le gradient*[6] dans le cas du tenseur de distorsion, *le rotationnel*[7] dans le cas du vecteur de rotation et *la divergence*[8] dans le cas du scalaire d'expansion volumique. Dans ces équations de géométrocinétique, il

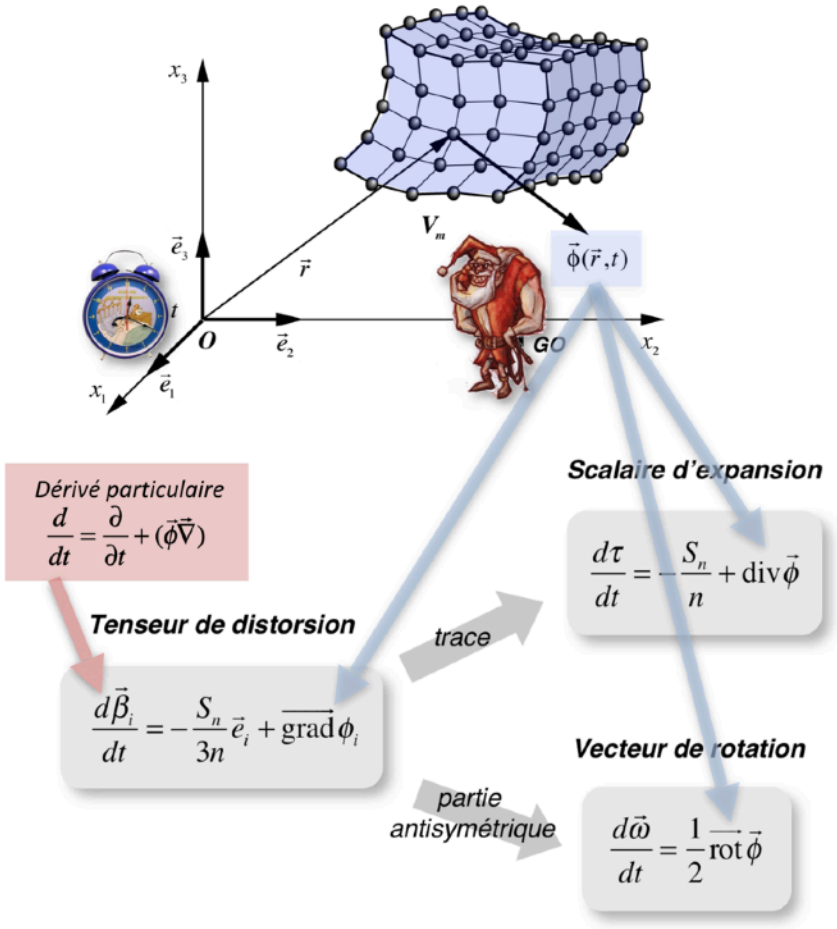


Figure 1.12 - *Les équations géométrocinétiques*

apparaît aussi la grandeur S_n qui correspond à la possibilité d'existence d'un mécanisme qui peut créer ou annihiler des sites de réseau. La grandeur S_n est appelée la *source de sites de réseau*, et correspond au nombre de sites de réseau créés ou annihilés par unité de temps et par unité de volume du réseau. On rediscutera ultérieurement des mécanismes conduisant à de telles sources de sites de réseau.

---

[6] ***Opérateur gradient:*** le *gradient d'un champ scalaire* f est un opérateur mathématique d'espace fournissant un champ vectoriel $\vec{u}$ (voir glossaire).

[7] ***Opérateur rotationnel:*** le *rotationnel d'un champ vectoriel* $\vec{u}$ est un opérateur mathématique d'espace fournissant un autre champ vectoriel $\vec{v}$ (voir glossaire).

[8] ***Opérateur divergence:*** la *divergence d'un champ vectoriel* $\vec{u}$ est un opérateur mathématique d'espace fournissant un champ scalaire g (voir glossaire).

Géométro-compatibilité des distorsions d'un réseau

Nous avons montré précédemment que la description des solides en coordonnées de Lagrange est caractérisée par un champ de déplacement $\vec{u}(\vec{r},t)$. En effet, en coordonnées de Lagrange (figure 1.1), le solide est décrit par un rayon-vecteur $\vec{r}$ repérant la position initiale de tous ses points dans le repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ du référentiel de l'observateur ***GO***. Le champ de vecteur de déplacement de Lagrange permet alors de repérer dans l'espace à l'instant t la position de tous les points du solide situés initialement à la coordonnée $\vec{r}$ du repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$.

Il est intuitivement clair que la description des distorsions d'un solide en coordonnées d'Euler devrait aussi permettre de retrouver un tel champ de déplacement. En effet, en coordonnées d'Euler (figure 1.2), le solide déformé est décrit à l'instant t dans le référentiel absolu de l'observateur ***GO***. Pour un point $\boldsymbol{A}$ du solide situé à la coordonnée $\vec{r}$ de ce repère il doit être possible de définir un vecteur de déplacement $\vec{u}_E(\vec{r},t)$ qui relie ce point $\boldsymbol{A}$ à l'endroit $\boldsymbol{A}'$ *où se situait le même point* $\boldsymbol{A}$ *du solide à l'instant initial* $t=0$.

Il y a un lien étroit entre la dérivé temporelle particulaire du tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$ et le gradient des composantes du champ de vitesse $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ comme le montre l'équation géométro-cinétique reportée dans la figure 1.12. Mais le champ de vitesse $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ doit lui-même être en lien étroit avec la variation temporelle, appelée dérivé temporelle, du champ de déplacement $\vec{u}_E(\vec{r},t)$. On en déduit par conséquent qu'il doit forcément exister un lien étroit entre le tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$ et le gradient du champ de déplacement $\vec{u}_E$ si celui-ci existe, et que le tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$ est très probablement *le tenseur gradient* $\vec{\beta}_i = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}\, u_{Ei}$ des composantes du champ de déplacement $\vec{u}_E$. Même si ce raisonnement paraît compliqué, il conduit spontanément à une condition mathématique sur le tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$ pour qu'il existe réellement un champ de déplacement $\vec{u}_E$. En effet, en analyse vectorielle, on démontre une propriété mathématique incontournable, à savoir que le rotationnel d'un gradient est forcément nul. Par conséquent, pour qu'il existe réellement un champ de déplacement $\vec{u}_E$ en coordonnées d'Euler, il *faut* que le rotationnel du tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$ soit nul, donc que $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\beta}_i = 0$.

Cette équation est appelée *la condition de géométrocompatibilité* du tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$, et elle assure qu'il existe bel et bien un champ de déplacement $\vec{u}_E$ continu en coordonnées d'Euler. A noter encore que si on prend la trace de l'équation de géométrocompatibilité pour $\vec{\beta}_i$, autrement dit la somme des éléments diagonaux du tenseur $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\beta}_i$, on trouve une nouvelle condition de géométrocompatibilité qui s'applique alors au vecteur de rotation $\vec{\omega}$, à savoir que la divergence du vecteur de rotation $\vec{\omega}$ doit être nulle pour qu'il existe un champ de déplacement $\vec{u}_E$ continu en coordonnées d'Euler. Ces deux équations de géométrocompatibilité sont incontournables pour assurer qu'un solide ne se déchire pas et qu'il n'y apparaisse pas de cavités au cours de son évolution spatio-temporelle. Les diverses opérations pratiquées sur les tenseurs de distorsion sont résumées synoptiquement dans la figure 1.13.

L'interprétation physique de ces deux *conditions de géométrocompatibilité* peut s'illustrer assez facilement par les dessins reportés aux figures 1.14 et 1.15. La condition de compatibilité $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\beta}_i = 0$ pour le tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$ implique que le champ de déplacement $\vec{u}_E$ possède de bonnes propriétés de continuité. Pour le montrer, il suffit de considérer un contour fermé $\boldsymbol{C}$ au sein du milieu, et de reporter les vecteurs de déplacement $\vec{u}_E$ le long de ce contour (figure 1.14). Si le milieu présente un champ de distorsions satisfaisant la condition de compati-

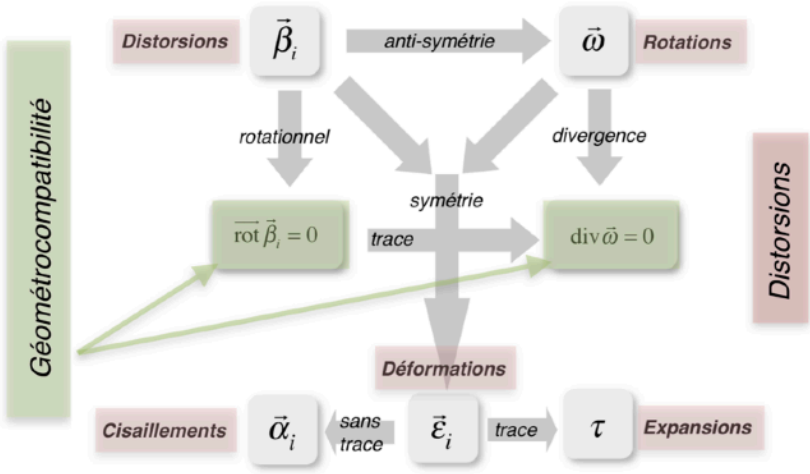


Figure 1.13 - *Le système complet des distorsions d'un réseau solide*

bilité $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\beta}_i = 0$, le vecteur de fermeture $\vec{\boldsymbol{B}}$, appelé *dislocation du milieu,* est nul, ce qui signifie effectivement d'un point de vue topologique, qu'*il n'existe pas de discontinuités des déplacements*, appelées *dislocations,* au sein du milieu.

L'existence d'un champ de déplacement $\vec{u}_E$ sans discontinuités permet d'assurer la *connexité topologique* du milieu, c'est-à-dire d'un point de vue physique le fait qu'il n'y ait pas eu de localisation des distorsions, telles des déchirures suivies d'un glissement des mâchoires l'une par rapport à l'autre, ainsi que la *compacité topologique* du milieu, c'est-à-dire d'un point de vue physique le fait qu'il n'est pas apparu de formations de cavités ou de recouvrements au sein du milieu. En résumé, la condition $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\beta}_i = 0$ *assure la solidité du milieu*.

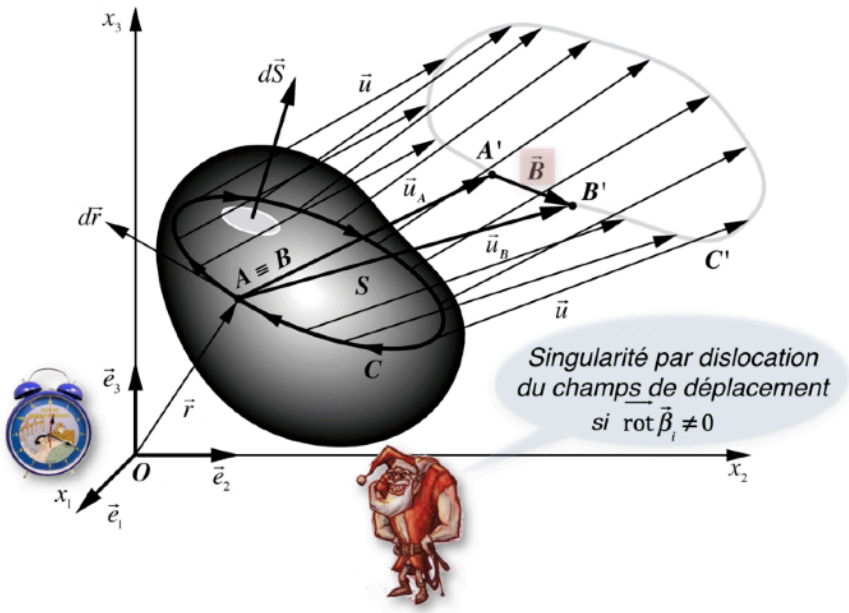


Figure 1.14 - *Singularité par dislocation du champs de déplacement*

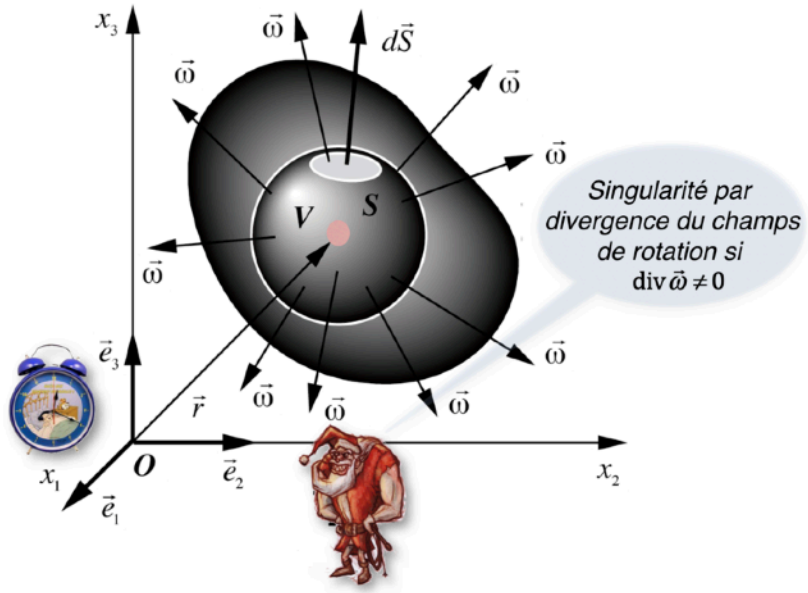


Figure 1.15 - *Singularité par divergence du champs de rotation*

Pour trouver la signification de la condition de compatibilité $\mathrm{div}\,\vec{\omega} = 0$ pour le vecteur de rotation $\vec{\omega}$, on dessine le vecteur de rotation $\vec{\omega}$ sur une surface fermée S entourant un volume V de solide (figure 1.15). La condition de compatibilité pour le vecteur de rotation $\vec{\omega}$ stipule alors que le flux du champ des rotations traversant la surface fermée S est nul, ce qui implique qu'*il n'existe pas de singularité divergente du champ de rotation* $\vec{\omega}$ au sein du solide, telle que celle reportée dans le dessin de la figure 1.15.

Les contorsions d'un réseau solide

Dans un réseau solide, les champs $\vec{\beta}_i, \vec{\varepsilon}_i, \vec{\alpha}_i, \vec{\omega}, \tau$ représentent l'ensemble des distorsions, des déformations, des cisaillements, des rotations et des expansions volumiques que subissent localement les mailles de ce réseau. Si chaque maille d'un réseau est soumise à un champ de distorsion, qui peut varier d'une maille à l'autre, il doit aussi apparaître des effets de flexions et de torsions à une échelle plus macroscopique du milieu solide, liés à la continuité du réseau.

Ces *"courbures"* du solide seront appelées les *contorsions du réseau.* Dans un milieu géométrocompatible, elles ne dépendent en fait que des déformations du réseau, et se déduisent donc comme des variations spatiales du champ de déformation $\vec{\varepsilon}_i$ de la manière illustrée par le diagramme de la figure 1.16. Il apparaît alors *un tenseur de contorsion* $\vec{\chi}_i$, qui peut se décomposer par des symétries en *un vecteur de flexion* $\vec{\chi}$ et *un tenseur symétrique transverse (sans trace) de torsion* $\left[\vec{\chi}_i\right]^{\mathrm{S}}$.

Dans un milieu géométrocompatible, les contorsions du réseau sont aussi étroitement liées aux dérivées spatiales du vecteur rotation $\vec{\omega}$ comme le montre bien les relations mathématiques donnant le tenseur de contorsion $\vec{\chi}_i$ et le vecteur de flexion $\vec{\chi}$ dans la figure 1.16. Ceux-ci doivent donc aussi mesurer des variations des rotations au sein du solide, telles que des *torsions* ou des *flexions*. On peut donc définir plus précisément la signification de ces ten-

seurs $\vec{\chi}_i$ et $\vec{\chi}$ en utilisant deux exemples typiques de variations spatiales de $\vec{\omega}$.

Dans le premier exemple, un milieu fléchi présente un vecteur rotation parallèle à l'axe Ox_3, et qui s'accroît dans la direction de l'axe Ox_2, comme représenté à la figure 1.17. En ce cas, il existe une *composante non diagonale* $\chi_{23} = \partial\omega_3 / \partial x_2 \neq 0$ du tenseur $\vec{\chi}_i$ qui n'est pas nulle, et cette composante est associée à la *flexion* du solide comme l'illustre bien la figure.

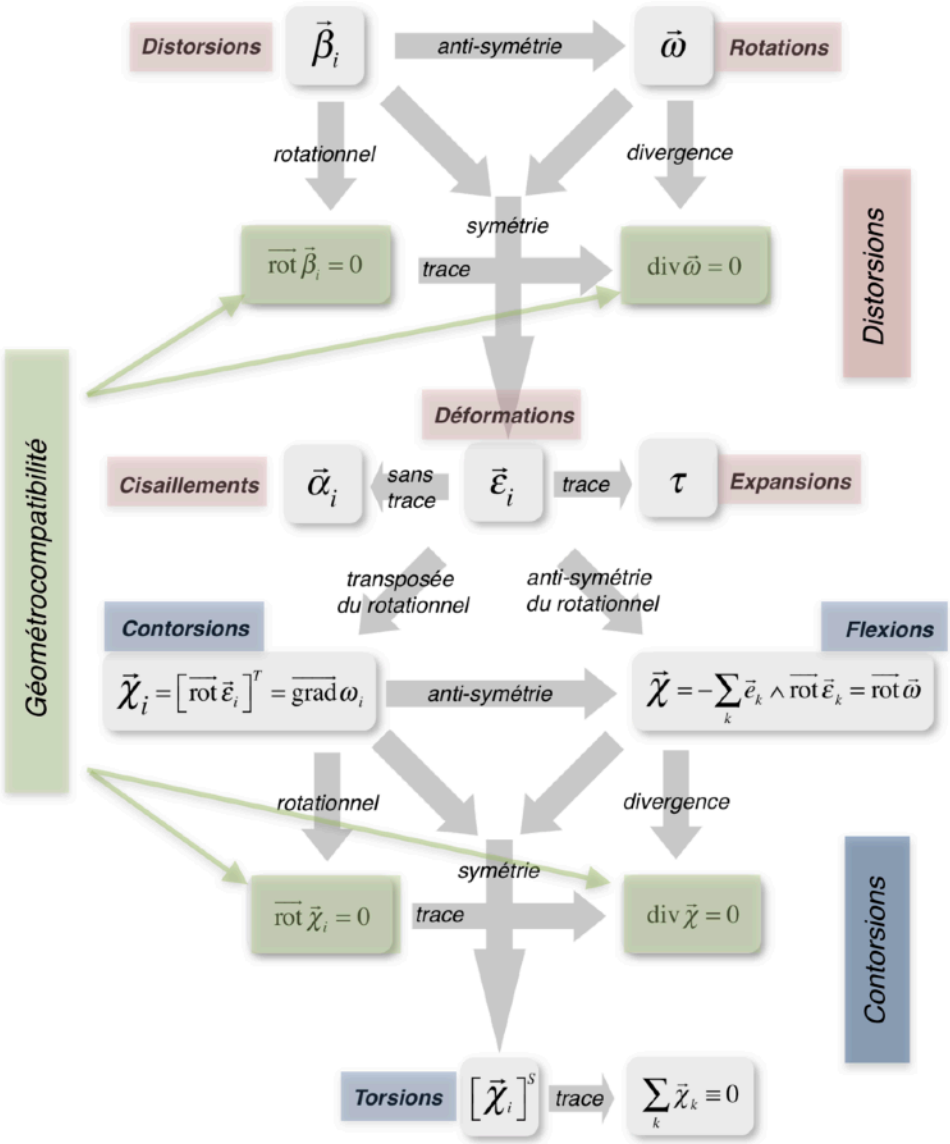


Figure 1.16 - *Le système complet des distorsions et des contorsions d'un solide*

Mais dans le cas illustré à la figure 1.17, le vecteur $\vec{\omega}$ semble tourner autour de l'axe Ox_1 de sorte qu'il existe un *vecteur de flexion* $\vec{\chi} = -\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{\omega}$ non nul parallèle à cet axe comme on l'a illustré dans la figure 1.17.

Dans le deuxième exemple (figure 1.18), on représente un accroissement le long de l'axe Ox_2 d'un vecteur rotation parallèle à l'axe Ox_2. Cette fois c'est une *composante diagonale* $\chi_{22} = \partial\omega_2 / \partial x_2 \neq 0$ du tenseur $\vec{\chi}_i$ qui devient forcément non nulle. Et on constate qu'il s'agit là d'une *torsion* du milieu solide.

Dans ces deux exemples, on a illustré que des variations spatiales du vecteur de rotation $\vec{\omega}$ conduisent bien à des flexions ou des torsions du milieu solide. Mais dans un milieu géométrocompatible, ces mêmes flexions et torsions sont aussi déductibles directement du tenseur de déformation $\vec{\varepsilon}_i$.

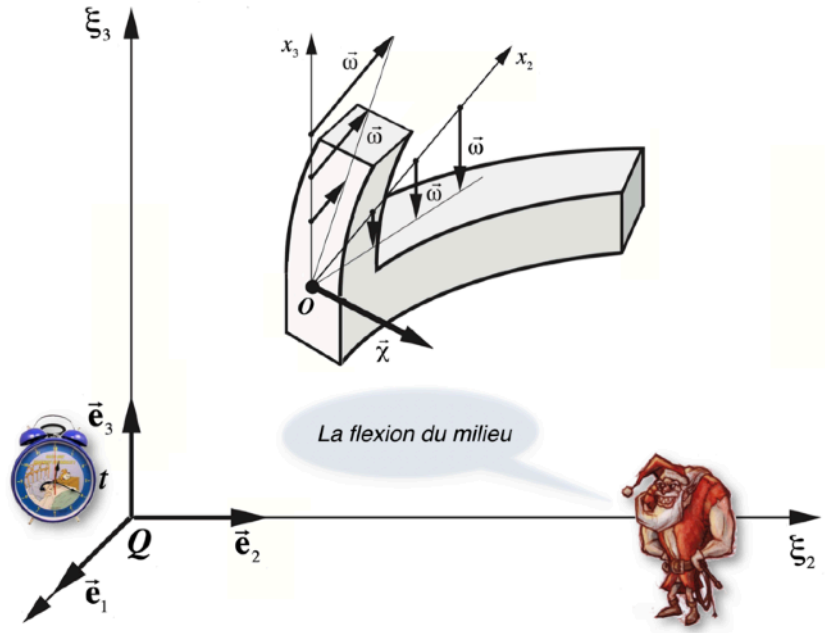


Figure 1.17 - *Flexion du milieu*

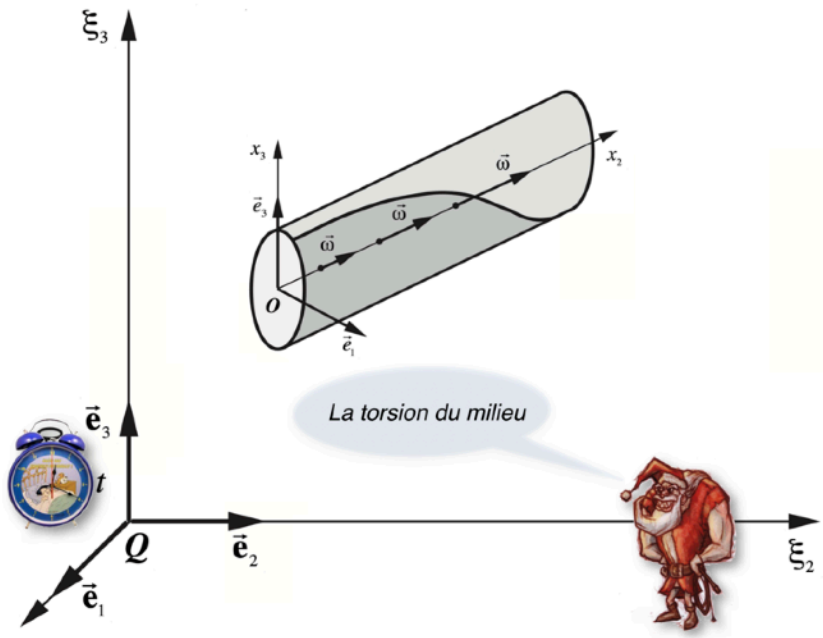


Figure 1.18 - *Torsion du milieu*

Géométro-compatibilité des contorsions d'un réseau

Dans le tableau de la figure 1.16, on constate qu'il existe aussi deux conditions de géométrocompatibilité pour le tenseur de contorsion $\vec{\chi}_i$ et le vecteur de flexion $\vec{\chi}$ respectivement, de manière très similaire que dans le cas du tenseur de distorsion et du vecteur de rotation.

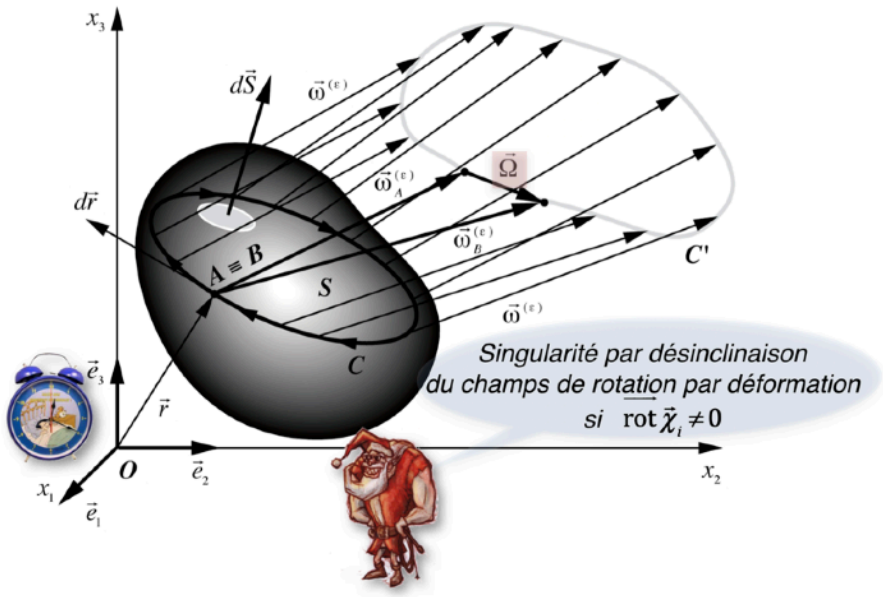


Figure 1.19 - *Singularité par désinclinaison du champs de rotation par déformation*

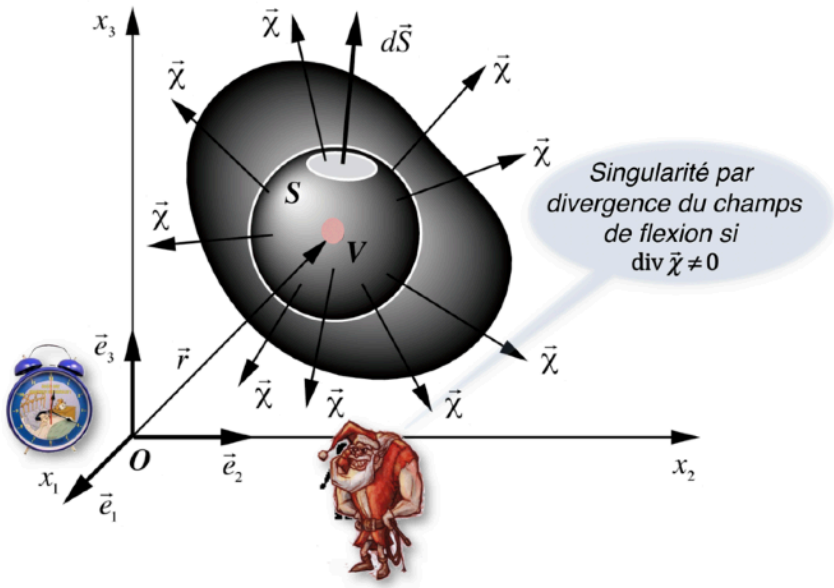


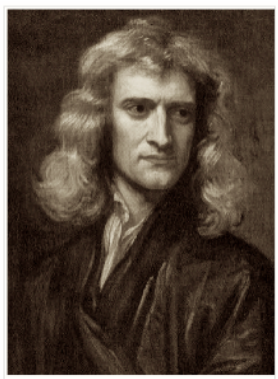
Figure 1.20 - *Singularité par divergence du champs de flexion*

La condition de compatibilité $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\chi}_i = 0$ du tenseur de contorsion $\vec{\chi}_i$ peut s'interpréter en considérant contour fermé $\boldsymbol{C}$ au sein du milieu et en reportant *le vecteur de rotation locale* $\vec{\omega}^{(\varepsilon)}$ *déduit du tenseur de déformation* le long de ce contour (figure 1.19). La condition de compatibilité implique alors que le vecteur de fermeture $\vec{\Omega}$, appelé *vecteur de Frank*, soit nul, ce qui signifie d'un point de vue topologique et physique qu'*il n'existe pas de discontinuités des rotations par déformation,* qui sont appelées des *désinclinaisons (disclinations* en anglais), au sein du milieu.

La condition de compatibilité $\mathrm{div}\,\vec{\chi} = 0$ du vecteur de flexion $\vec{\chi}$ s'interprète en considérant une surface fermée $\boldsymbol{S}$ entourant un volume $\boldsymbol{V}$ de milieu (figure 1.20). La condition de compatibilité pour le vecteur de flexion $\vec{\chi}$ stipule alors que le flux du champ des flexions traversant la surface fermée $\boldsymbol{S}$ est nul, ce qui implique qu'*il n'existe pas de singularité divergente du champ de flexion* $\vec{\chi}$ au sein du solide, telle que celle reportée dans le dessin de la figure 1.20.

La dynamique newtonienne et la thermocinétique eulérienne

Il a été montré précédemment qu'une collection solide de particules dans l'espace peut présenter un mouvement collectif qui correspond aux mouvements globaux de translation, de rotation globale et locale et de déformation du milieu dans l'espace de l'observateur, et qu'en coordonnées d'Euler, ces mouvements sont décrits par une vitesse locale moyenne $\vec{\phi}(\vec{r},t)$. Pour aller plus avant dans la description et la prédiction de ces mouvements, il faut maintenant introduire les principes physiques auxquels le milieu obéit. On suppose alors que le réseau solide considéré se comporte de manière newtonienne dans le référentiel absolu du ***GO***, autrement dit que la dynamique des particules du milieu satisfont la loi de Newton $\vec{f} = m\vec{a}$ qui implique que l'accélération $\vec{a}$ d'une particule est liée à la force $\vec{f}$ qu'on lui applique via *la masse d'inertie* m de la particule. De plus, on admet aussi que les comportements physiques du réseau de particules obéissent aux deux premiers principes de la thermodynamique, qui n'ont jamais été mis en défaut, à savoir que l'énergie y est une grandeur conservée, et qu'il y existe une grandeur appelée *entropie* qui mesure l'état de désordre du réseau.



Isaac Newton (1643-1727)

On va introduire ici de manière rigoureuse la dynamique newtonienne et la thermocinétique du réseau en coordonnées d'Euler en partant de ces trois axiomes physiques de base tout-à-fait classiques et bien connus. Avec cette approche axiomatique et rigoureuse, on est conduit à définir des grandeurs moyennes par site du réseau, ainsi que des sources et des flux de grandeurs physiques, qui doivent satisfaire *trois principes de continuité* reportés à la figure 1.21.

En admettant l'axiome que le mouvement individuel de chaque particule du réseau satisfait *une dynamique newtonienne*, à savoir *la loi de Newton* $\vec{f} = m\vec{a}$, au mouvement de chaque particule à vitesse $\vec{\phi}$ doit correspondre une *quantité de mouvement* et une *énergie cinétique*. Par particule, d'après la mécanique newtonienne, la quantité de mouvement s'écrit $\vec{p} = m\vec{\phi}$ et l'énergie cinétique s'écrit $e_{cin} = m\vec{\phi}^2/2$. Ces expressions de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique d'une particule du milieu fait appel à une grandeur physique scalaire conser-

vative, propre à la particule: sa *masse d'inertie* ou *masse inerte* m . En coordonnées d'Euler, on montre que la conservation de la masse d'inertie conduit à un *principe de continuité pour la masse d'inertie* qui est reporté dans la figure 1.21.

Ce principe relie la variation temporelle locale $\partial\rho/\partial t$ de la quantité de masse contenu dans l'unité de volume du milieu, qu'on appelle la *densité volumique de masse* ρ du milieu, à l'existence d'une *source volumique de masse* S_m , associée à la création ou l'annihilation de masse au sein du milieu et qui est généralement nulle de par le principe de conservation de la masse, à la variation temporelle du *scalaire d'expansion volumique* $d\tau/dt$ du milieu le long de la trajectoire de ses particules, à l'existence d'une *source de sites de réseau* S_n et à l'existence d'un *flux de transport de masse* $\vec{J}_m$, c'est-à-dire d'un déplacement de masse par un autre processus physique au sein du réseau, tel que l'auto-diffusion dont on va parler par la suite,


Sadi Carnot
(1837-1894)

Aux mouvements de fluctuations aléatoires $\Delta\vec{v}_i$ des particules du milieu correspondant à l'agitation thermique et aux interactions attractives ou répulsives pouvant exister entre les particules du milieu doivent correspondre respectivement une énergie thermique interne et une énergie potentielle interne. C'est précisément le sujet de l'axiome du *premier principe de la thermodynamique phénoménologique*, qui postule l'existence, pour un système physique donné, d'une fonction U dépendant de l'état du système, appelée l'*énergie interne* du système, qui est telle que, pour toute transformation infinitésimale du système (toute variation infinitésimale d'une des grandeurs physiques du système), on a la relation $dU = \delta W + \delta Q$, où dU représente la variation de l'énergie interne du système, δQ représente l'ensemble des *échanges de chaleur entre le système et le monde extérieur*, et δW l'ensemble des *échanges de travail entre le système et le monde extérieur.*

Dans le cas d'un réseau solide en mouvement à vitesse $\vec{\phi}$, l'énergie totale est liée à la fois à son énergie interne et à son énergie cinétique de mouvement global à vitesse $\vec{\phi}$. En coordonnées d'Euler, on montre que la conservation de l'énergie du solide se déformant conduit à un *principe de continuité pour l'énergie totale* qui est reporté dans la figure 1.21. En exprimant *l'énergie interne moyenne* u et *l'énergie cinétique moyenne* e_{cin} *par site de réseau,* le principe de continuité de l'énergie stipule que la somme des variations de l'énergie interne u et de l'énergie cinétique e_{cin} prises le long de la trajectoire des particules dépend de l'existence d'une *source de travail externe* S_w^{ext} correspondant à un apport d'énergie mécanique depuis l'extérieur du milieu, du *flux de travail* $\vec{J}_w$, c'est-à-dire des échanges d'énergie mécanique au sein du milieu, du *flux de chaleur* $\vec{J}_q$, c'est-à-dire des échanges de chaleur au sein du milieu, et de la *source de sites de réseau* S_n , c'est-à-dire de la création ou de l'annihilation d'un certain nombre de sites de réseau par unité de temps.

Le *deuxième principe de la thermodynamique phénoménologique* postule l'existence, pour un système physique donné, d'une fonction S dépendant de l'état du système, appelée l'*entropie* du système. Cette fonction caractérise en fait l'état de désordre régnant au sein du système, et elle est telle que toute transformation infinitésimale du système satisfait la relation

$dS \geq \delta Q / T$ où dS représente la variation de l'entropie du système, δQ représente l'ensemble des *échanges de chaleur entre le système et le monde extérieur* et T est *la température* du système.

En coordonnées d'Euler, on montre que le deuxième principe de la thermodynamique phénoménologique conduit à un *principe de continuité pour l'entropie* qui est reporté dans la figure 1.21. En exprimant *l'entropie moyenne* s par site de réseau, le principe de continuité de l'entropie stipule que la variation de l'entropie s prise le long de la trajectoire des particules dépend de l'existence d'une source volumique d'entropie S_e , c'est-à-dire de la création locale d'entropie au sein du milieu, du *flux de chaleur* $\vec{J}_q$ au sein du milieu, de la *température* T du milieu qui caractérise l'état d'agitation thermique des particules du milieu et de la *source de sites de réseau* S_n .

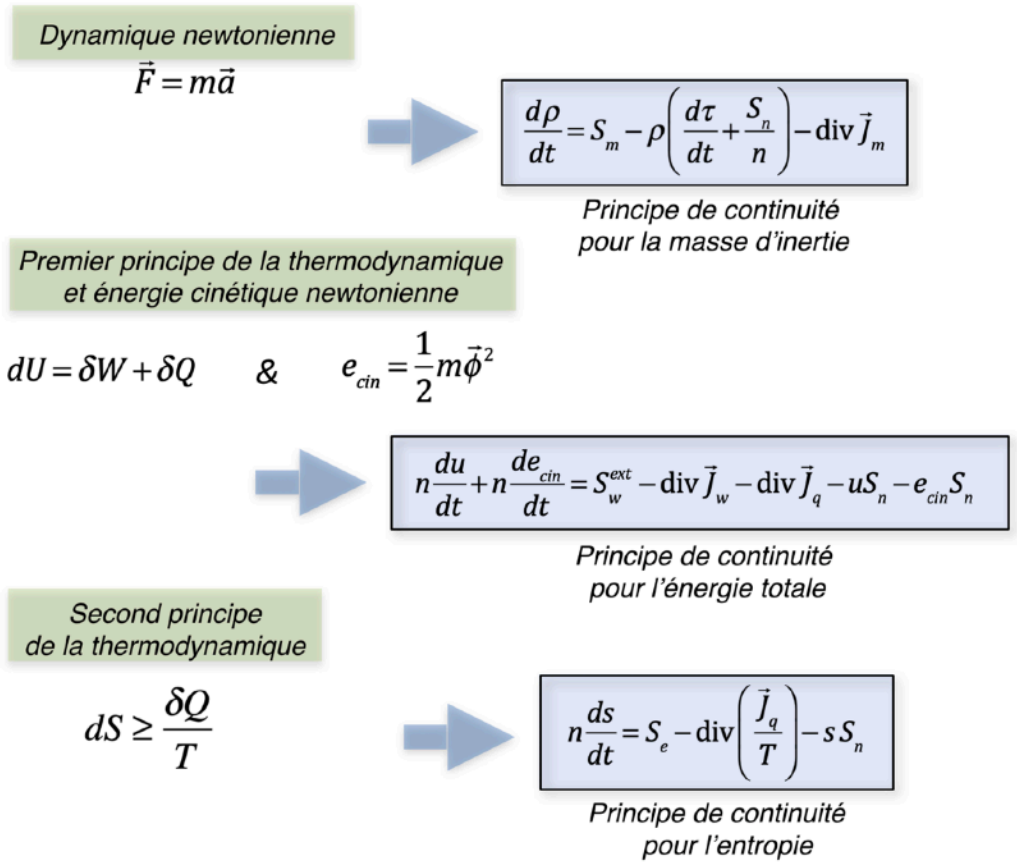


Figure 1.21 - *Les trois principes eulériens de continuité déduits de la dynamique newtonienne et des deux principes de base de la thermodynamique*

Ces trois principes physique sont absolument incontournables dans les milieux solides, et ce sont *les seuls principes physiques fondamentaux absolument nécessaires* à une description complète de la géométrodynamique newtonienne et de la thermodynamique phénoménologique des milieux déformables en coordonnées d'Euler.

Propriétés physiques propres au milieu

Les équations de géométrocinétique (figure 1.12) et de géométrocompatibilité (figure 1.16), ainsi que les trois principes de continuité déduits des lois de Newton et de la thermodynamique phénoménologique (figure 1.21) sont les concepts de base pour le traitement des milieux solides déformables en les coordonnées d'Euler, et restent les mêmes quel que soit le milieu considéré. Mais on sait pertinemment que les propriétés physiques et les comportements macroscopiques qu'on peut observer sur un milieu solide peuvent être très différents d'un milieu à un autre. Ces propriétés physiques sont appelés *les propriétés phénoménologiques* du milieu. On va donc aborder maintenant les propriétés physiques phénoménologiques les plus importantes d'un réseau solide, à savoir les *propriétés mécaniques* du réseau, comme *l'élasticité e*t *l'anélasticité*, et les *propriétés de transport de masse* au sein du réseau, comme *l'auto-diffusion*.

Il est d'expérience courante qu'on peut courber fortement une lame de scie à métaux sans grands efforts, et que celle-ci reprend toute sa rectitude lorsqu'on relâche la force qu'on lui appliquait. Ce comportement phénoménologique typique s'appelle *l'élasticité du solide*. L'élasticité du milieu est due aux forces de liaison internes entre particules du solide, de sorte que le fait de plier la lame de scie revient à stocker de l'énergie interne dans le milieu, en fait dans les liaisons entre ses particules, énergie qui est ensuite utilisée pour rendre à sa lame sa forme initiale lorsqu'on la relâche. Ainsi, pour introduire cette propriété d'élasticité dans les équations eulériennes du milieu, on va utiliser *l'énergie interne moyenne* u *par site de réseau* qu'on a défini au paragraphe précédent, et on va exprimer que celle-ci dépend des déformations appliquées au solide, autrement dit des champs de déformations élastiques $\vec{\beta}_i^{\,el}, \vec{\varepsilon}_i^{\,el}, \vec{\alpha}_i^{\,el}, \vec{\omega}^{el}, \tau^{el}$ apparaissant dans le solide lorsqu'on le déforme. On exprime cette situation en disant que l'énergie interne u est une fonction $u(\vec{\beta}_i^{\,el},s)=u(\vec{\varepsilon}_i^{\,el}, \vec{\omega}^{el},s)=u(\vec{\alpha}_i^{\,el}, \vec{\omega}^{el}, \tau^{el},s)$ dépendant de l'état des tenseurs de déformations élastiques, mais aussi de l'entropie locale du réseau, via *l'entropie moyenne* s par site de réseau. Cette dépendance en l'entropie s reflète l'effet sur l'énergie interne de l'existence d'un désordre spatial et cinétique au sein du milieu, et notamment l'effet de l'agitation thermique des particules sous l'effet de la chaleur.

Lorsqu'on déforme un solide, l'élasticité est une réponse immédiate du solide. Mais il peut exister parfois une autre réponse du solide qui s'ajoute en général à la réponse élastique et qui est retardée dans le temps par rapport à la sollicitation du solide, mais qui est aussi récupérable avec du retard lorsqu'on relâche la sollicitation. Une telle réponse du solide est appelée *l'anélasticité* du solide. Alors que la réponse élastique ne libère pas d'énergie thermique dans le solide, la réponse anélastique libère de l'énergie thermique lorsqu'elle est activée, et on dit qu'il s'agit là d'un *processus dissipatif.* C'est ce type de processus qui dissipe l'énergie de vibration de certains métaux, comme la fonte de fer par exemple, qui sont utilisés dans l'industrie précisément pour cette propriété d'amortissement des vibrations et du bruit. Lorsque des phénomènes de déformations anélastiques sont activés dans un solide, ceux-ci stockent aussi de l'énergie interne dans le solide, énergie qui est ensuite utilisée par le solide pour restaurer sa forme initiale, comme dans le cas de l'élasticité. Il peut donc apparaître des déformations anélastiques $\vec{\beta}_i^{\,an}, \vec{\varepsilon}_i^{\,an}, \vec{\alpha}_i^{\,an}, \vec{\omega}^{an}$ dans un solide, qui, comme dans le cas des déformations élastiques, modifient aussi la fonction de l'énergie interne du solide. L'énergie interne du solide s'écrit alors $u(\vec{\beta}_i^{\,el}, \vec{\beta}_i^{\,an},s)=u(\vec{\varepsilon}_i^{\,el}, \vec{\varepsilon}_i^{\,an}, \vec{\omega}^{el}, \vec{\omega}^{an},s)=u(\vec{\alpha}_i^{\,el}, \vec{\alpha}_i^{\,an}, \vec{\omega}^{el}, \vec{\omega}^{an},\tau^{el},s)$, qui signifie qu'elle est une fonction de l'état d'élasticité et d'anélasticité du solide On notera ici que,

par esprit de simplification, on a supposé qu'il n'existe pas d'expansion volumique anélastique, c'est-à-dire que $\tau^{an} = 0$.

En principe, l'existence d'une *source de sites de réseau* S_n différente de zéro violerait le principe newtonien de conservation de la masse, à moins qu'il n'existe un phénomène d'*auto-diffusion* par des défauts ponctuels intrinsèques au sein du réseau. Un *défaut ponctuel intrinsèque de type lacunaire,* appelé simplement *une lacune,* est un site du réseau solide de particules qui ne possède aucune particule (figure 1.22). Il s'agit donc d'un *"trou"* dans le réseau. Un *défaut ponctuel intrinsèque de type interstitiel* , appelé simplement *un auto-interstitiel*, est une particule qui se trouve dans le réseau solide, mais qui n'occupe pas un site substitutionnel régulier de ce réseau (figure 1.22). Il s'agit donc d'une particule *"supplémentaire"* dans le réseau.

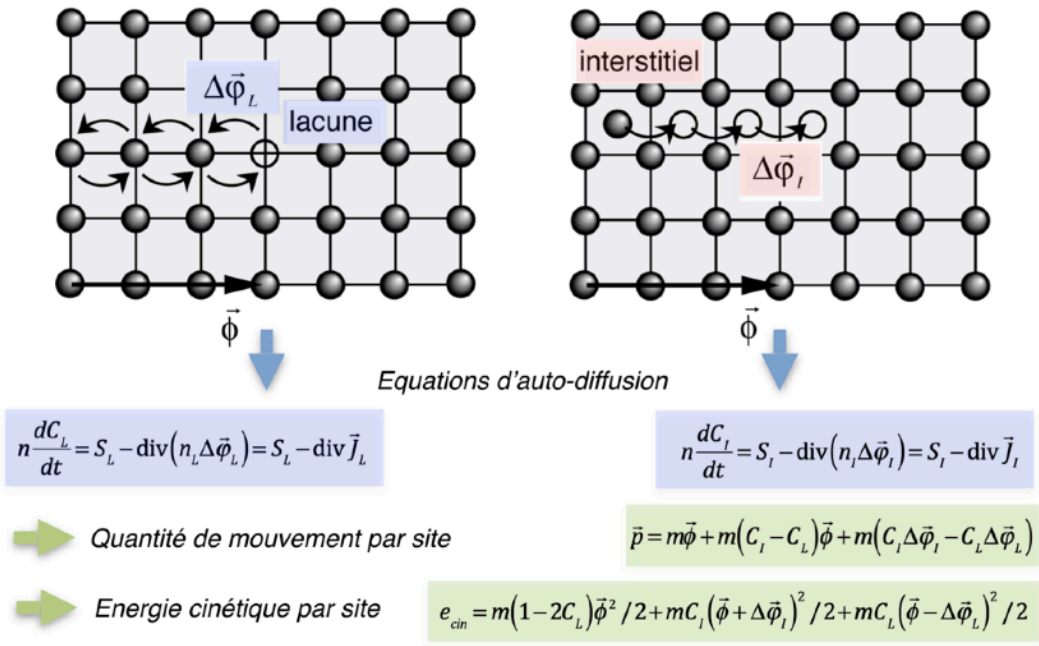


Figure 1.22 - *Auto-diffusion par lacune et par auto-interstitiel*

Il est simple de comprendre comment la présence de tels défauts ponctuels intrinsèques peut conduire à l'existence de phénomènes de transport de masse par *auto-diffusion lacunaire et/ou interstitielle*. Ces deux mécanismes de transport de masse peuvent être illustrés dans un réseau se déplaçant à la vitesse absolue $\vec{\phi}$ dans l'espace de l'observateur extérieur ***GO*** (figure 1.22). Le mouvement d'une lacune à vitesse relative $\Delta\vec{\varphi}_L$ par rapport au réseau dans une direction donnée conduit à un flux relatif de masse dans la direction opposée, à vitesse $-\Delta\vec{\varphi}_L$, alors que le mouvement d'un auto-interstitiel à vitesse relative $\Delta\vec{\varphi}_I$ par rapport au réseau dans une direction donnée entraîne un flux de masse dans la même direction, à vitesse $\Delta\vec{\varphi}_I$.

Pour transcrire mathématiquement l'existence de ces défauts ponctuels, il faut introduire tout d'abord les densités volumiques de lacunes et d'auto-interstitiels, c'est-à-dire le nombre de lacunes $n_L = n_L(\vec{r},t)$ et d'auto-interstitiels $n_I = n_I(\vec{r},t)$ par unité de volume du réseau. A partir de ces densités, il est possible de définir sans autre des *concentrations atomiques* de lacunes et d'auto-interstitiels par rapport à la densité n de sites de réseau par les relations $C_L = n_L / n$

et $C_I = n_I / n$. Contrairement aux apparences, il existe une certaine dissymétrie entre lacunes et auto-interstitiels, qui s'exprime dans le fait que la concentration atomique maximum de lacunes est toujours limitée à 1, lorsque tous les sites du réseau sont localement inoccupés, alors que la concentration atomique d'auto-interstitiels dépend du nombre de sites interstitiels accessibles dans chaque maille d'un réseau de structure donnée, et du nombre d'interstitiels qu'il est possible de caser sur chacun de ces sites.

On peut encore définir des *flux de diffusion* $\vec{J}_L$ et $\vec{J}_I$ de lacunes et d'interstitiels par rapport au réseau, définis par les relations $\vec{J}_L = nC_L\Delta\vec{\varphi}_L$ et $\vec{J}_I = nC_I\Delta\vec{\varphi}_I$, et qui mesurent le nombre de lacunes et d'interstitiels qui traversent l'unité de surface par unité de temps au sein du réseau. On peut alors déduire les *équations d'auto-diffusion* reportées dans la figure 1.22, qui permettent de calculer les variations temporelles des concentrations atomiques de lacunes et d'auto-interstitiels le long de la trajectoire du milieu, moyennant d'une part l'introduction de *sources volumiques de lacunes* S_L *et d'interstitiels* S_I associées au nombre de créations et d'annihilations de lacunes et d'interstitiels par unité de temps et par unité de volume, et d'autre part l'introduction de flux de lacunes et d'interstitiels $\vec{J}_L$ et $\vec{J}_I$ associés au nombre de de lacunes et d'interstitiels mobiles traversant par unité de temps une surface unité au sein du réseau. Le principe de conservation de la masse est alors satisfait si la source de sites de réseau est directement liée aux créations et annihilations locales de lacunes et d'interstitiels, c'est-dire

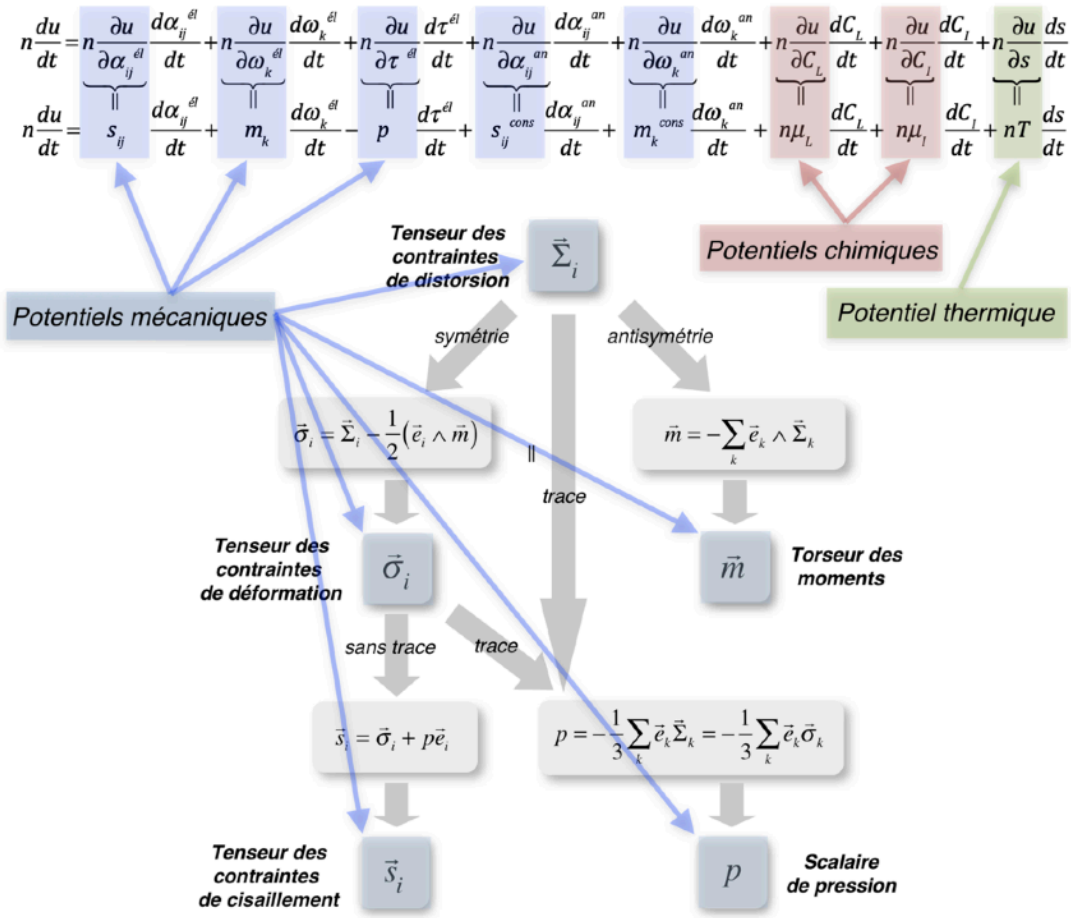


Figure 1.23 - *Equations thermocinétiques*

aux *sources de lacunes* S_L *et d'interstitiels* S_I, via la relation $S_n = S_L - S_I$.

Dans un réseau élastique et anélastique avec de l'auto-diffusion, il est intuitivement clair que les concentrations atomiques C_L et C_I de lacunes et d'auto-interstitiels doivent influer aussi sur l'état énergétique du réseau, de sorte qu'il faut compléter la fonction d'état énergie interne et l'écrire maintenant comme une fonction de l'ensemble des variables thermodynamiques $u(\vec{\beta}_i^{\,el}, \vec{\beta}_i^{\,an}, C_L, C_I, s) = u(\vec{\varepsilon}_i^{\,el}, \vec{\varepsilon}_i^{\,an}, \vec{\omega}^{el}, \vec{\omega}^{an}, C_L, C_I, s) = u(\vec{\alpha}_i^{\,el}, \vec{\alpha}_i^{\,an}, \vec{\omega}^{el}, \vec{\omega}^{an}, \tau^{el}, C_L, C_I, s)$ qui caractérisent l'état du milieu.

La présence de lacunes et d'auto-interstitiels dans le réseau va modifier les expressions de l'énergie cinétique et de la quantité de mouvement exprimées en valeur moyenne par particule ou par site de réseau, de la façon indiquée dans la figure 1.22

La fonction $u(\vec{\alpha}_i^{\,el}, \vec{\alpha}_i^{\,an}, \vec{\omega}^{el}, \vec{\omega}^{an}, \tau^{el}, C_L, C_I, s)$ qui caractérise l'état d'énergie interne du réseau solide est une grandeur phénoménologique du milieu considéré, au sens qu'elle doit être établie pour chaque milieu et qu'elle est propre à chaque milieu. C'est elle essentiellement qui va contrôler le comportement spatio-temporel du milieu via des *potentiels thermodynamiques*. En effet, si on exprime la variation temporelle de l'énergie interne le long de la trajectoire du milieu, on obtient une équation qu'on appelle *l'équation thermocinétique* du milieu, qui s'exprime directement à l'aide de l'expression $u(\vec{\alpha}_i^{\,el}, \vec{\alpha}_i^{\,an}, \vec{\omega}^{el}, \vec{\omega}^{an}, \tau^{el}, C_L, C_I, s)$ (fig. 1.23).

Cette équation thermocinétique fait apparaître des *potentiels mécaniques* $\vec{s}_k, \vec{m}, p, \vec{s}_k^{\,cons}, \vec{m}^{cons}$ appelés *les tenseurs de contrainte* $\vec{s}_k$ et $\vec{s}_k^{\,cons}$ conjugués respectivement aux tenseurs de cisaillements élastiques $\vec{\alpha}_i^{\,el}$ et anélastiques $\vec{\alpha}_i^{\,an}$, *les torseurs de moment* $\vec{m}$ et $\vec{m}^{cons}$ conjugués respectivement aux vecteurs de rotation élastique $\vec{\omega}^{el}$ et anélastique $\vec{\omega}^{an}$ et *la pression* p conjuguée au scalaire d'expansion volumique τ^{el}. Ces potentiels mécaniques représentent les forces mécaniques internes au milieu, qui tendent à éliminer les déformations du milieu pour rétablir l'état non déformé du milieu solide. Ces potentiels mécaniques peuvent se déduire l'un de l'autre selon le graphe reporté dans la figure 1.23.

L'équation thermocinétique fait aussi apparaître des *potentiels chimiques* μ_L et μ_I, conjugués respectivement aux concentrations atomiques C_L et C_I de lacunes et d'auto-interstitiels. Ces potentiels chimiques représentent en fait les forces chimiques internes agissant sur les lacunes et les auto-interstitiels au sein du milieu, qui tendent à éliminer les variations spatiales des concentrations atomiques C_L et C_I des lacunes et des auto-interstitiels afin de rétablir l'état chimique d'équilibre du milieu solide.

Finalement, l'équation thermocinétique fait encore apparaître une grandeur importante du milieu, à savoir sa *température* T, qui est conjuguée à son entropie s, et qui mesure l'agitation thermique au sein du milieu.

Des potentialités de la représentation eulérienne des milieux déformables

Pour terminer ce chapitre, on représente par un graphe dans la figure 1.24 toutes les potentialités de la représentation eulérienne vectorielle pour décrire l'évolution spatio-temporelle des milieux newtoniens déformables, potentialités qui sont développées dans mon premier livre.

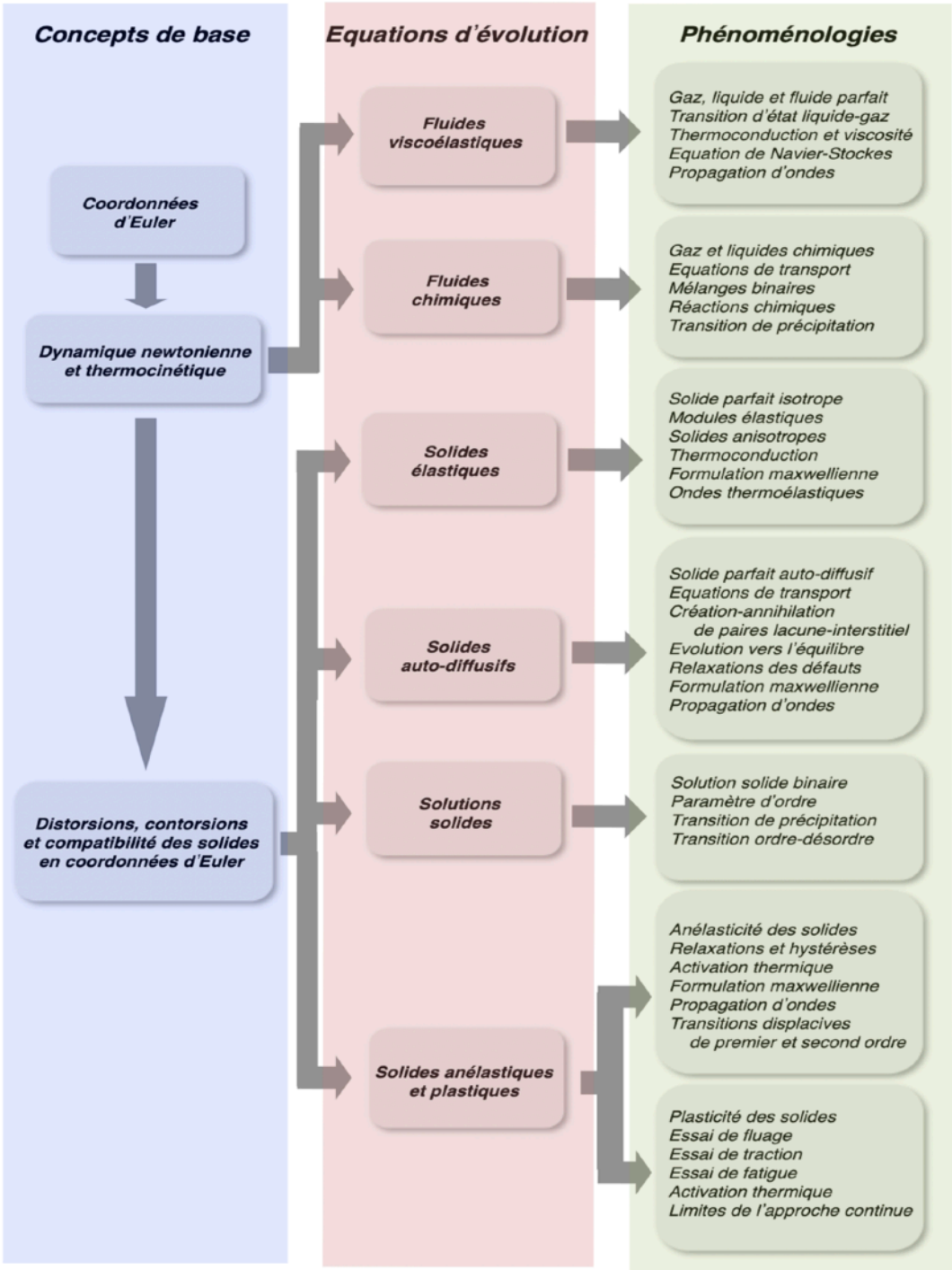


Figure 1.24 - *Les potentialités de la représentation eulérienne des milieux déformables newtoniens*

Chapitre 2

Les charges de dislocation et de désinclinaison dans un réseau

La description des *défauts de structure,* ou *singularités topologiques,* qui peuvent apparaître au sein d'un solide, comme les dislocations et les désinclinaisons, est un domaine de la physique, initié principalement par l'idée des défauts macroscopiques de Volterra[1] en 1907, qui a connu un développement fulgurant au cours de son siècle d'histoire très riche, comme l'a très bien illustré Hirth[2] en 1985.

Dans ce chapitre, afin de décrire la plasticité des réseaux solides, on introduit un concept novateur *de densité de charges de dislocation et de désinclinaison* dans les réseaux eulériens, puis on présente une revue des *singularités topologiques macroscopiques et microscopiques* du réseau qui peuvent être associées aux charges de dislocation et de désinclinaison. On discute ensuite le mouvement des charges de dislocation au sein du réseau, en introduisant la notion de *flux de charges de dislocation,* et on déduit la force agisssant sur une charge de dislocation, appelée *la force de Peach et Koehler*. Finalement, on présente les potentialités inhérentes à cette approche originale en coordonnées d'Euler des singularités topologiques au sein des réseaux solides.

Le concept macroscopique de charges de distorsion plastique

Au chapitre précédent, on a introduit les comportements élastiques et anélastique d'un solide. Il existe encore un autre comportement dont on va s'occuper maintenant. Si on prend une barre d'aluminium et qu'on la plie légèrement, elle revient à son état initial si on relâche la sollicitation qu'on lui appliquait, et c'est là un comportement élastique. Par contre, si on la plie très fortement et qu'on relâche la sollicitation, elle ne revient plus à son état originel, mais reste définitivement pliée. On parle en ce cas de *comportement plastique* et de *plasticité* de la barre d'aluminium.

La description de la plasticité d'un réseau solide est parfois entreprise de manière phénoménologique en utilisant un tenseur de distorsion plastique $\vec{\beta}_i^{\,pl}$. Mais cette approche est extrêmement limitée, notamment par le fait qu'il n'existe pas de relation univoque entre l'état local $\vec{\beta}_i^{\,pl}$ de déformation plastique et l'état microscopique du réseau de défauts de structure responsables de cette déformation plastique. C'est la raison pour laquelle la façon d'exprimer la présence de distorsions plastiques dans un réseau doit être abordée de sorte à ce qu'il soit possible de tenir compte de l'état microscopique du réseau des défauts de structure. Une façon très élégante de procéder à cette modification est d'introduire les concepts de *densités et flux de charges de dislocation,* responsables des *distorsions plastiques du solide,* ainsi que de *densités de charges de désinclinaison,* responsables des *contorsions plastiques du solide*.

---

[1] *V. Volterra, «L'équilibre des corps élastiques», Ann. Ec. Norm. (3), XXIV, Paris, 1907*

[2] *J.-P. Hirth, «A Brief History of Dislocation Theory», Metallurgical Transactions A, vol. 16A, p. 2085, 1985*


Vito Volterra
(1860-1940)

Le concept de *charges de distorsions plastiques du solide*, qui seront dorénavant appelées simplement *charges de dislocation* par raccourcis de langage, est intuitivement simple à saisir, si l'on s'aide de l'approche[1] développée en 1907 par le physicien italien Vito Volterra. Celui-ci a eu l'idée de considérer un tuyau de matière solide et d'imaginer, soit qu'on le découpe et qu'on lui fasse subir une certaine distorsion avant de le recoller, soit qu'on lui enlève une partie et qu'on procède à nouveau à un recollage comme représenté par les exemples de la figure 2.1. Dans ces deux exemples, les déformations subies par le solide après recollage sont irréversibles et irrécupérables, donc de nature plastique.

D'autre part, il est intuitivement clair que des forces internes se sont développées à l'intérieur du solide après recollage. Celles-ci sont apparues au cours de la déformation élastique qui a été imposée au reste du solide pour faire coïncider les deux mâchoires à recoller. En fait, tout se passe exactement comme si une discontinuité topologique localisée était apparue au centre du tuyau après recollage, discontinuité qui serait source d'un *champ de distorsion élastique* dans le milieu macroscopiquement continu qui compose le tuyau. Et ce champ de distorsion, de par sa présence, est lui-même source d'un champ de contraintes conjuguées, qui peut être appelé *champ de contraintes internes*.

Mathématiquement, la discontinuité due au recollage devrait pouvoir se traduire en terme d'une densité locale de «*charges plastiques*», source d'un champ de distorsion élastique, et donc d'un champ de contraintes internes, de façon tout à fait similaire qu'en électromagnétisme où la présence d'une densité locale ρ de charges électriques est responsable de l'apparition d'un champ de déplacement électrique $\vec{D}$, comme le montre l'équation de Maxwell $\rho = \mathrm{div}\,\vec{D}$, et par conséquent d'un champ électrique $\vec{E}$ conjugué, puisque $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$. Le but de ce chapitre sera donc de montrer comment il est possible de traduire mathématiquement les phénomènes de plasticité à l'intérieur d'un solide, non seulement en introduisant des densités de charges

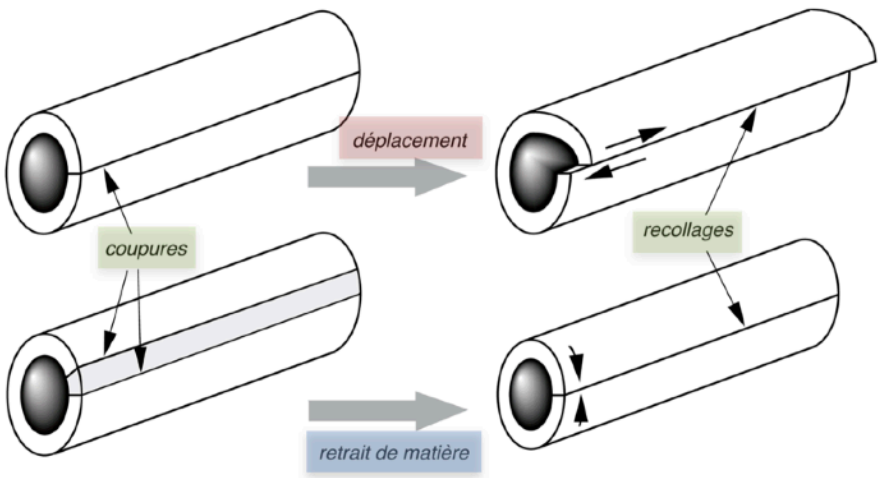


Figure 2.1 - *Les fameux «tuyaux de Volterra»*

plastiques, mais aussi des flux de charges plastiques, par analogie avec le flux de charges électriques $\vec{j}$ apparaissant dans l'équation suivante de l'électromagnétisme de Maxwell $\vec{j} = -\partial\vec{D}/\partial t + \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{H}$, dans laquelle $\vec{H}$ représente le champ magnétique.

Dans la figure 1.2, on a vu que la condition de compatibilité $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\beta}_i = 0$ interdit la singularité par dislocation du champ de déplacement $\vec{u}_E$. Par conséquent, *si la condition de compatibilité n'était plus nulle*, donc si $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\beta}_i = \vec{\lambda}_i \neq \vec{0}$, le parcours sur le contour fermé $\boldsymbol{C}$ aura comme résultat l'existence d'une grandeur $\vec{\boldsymbol{B}}$, qu'on appelle *vecteur de Burgers macroscopique*, défini sur le contour $\boldsymbol{C}$ et qui correspond à la translation macroscopique nécessaire à accommoder le milieu à la présence des *charges de densité* $\vec{\lambda}_i$, afin d'assurer la compatibilité des déformations et rotations totales (l'absence de vides et de recouvrements de matière au sein du solide).

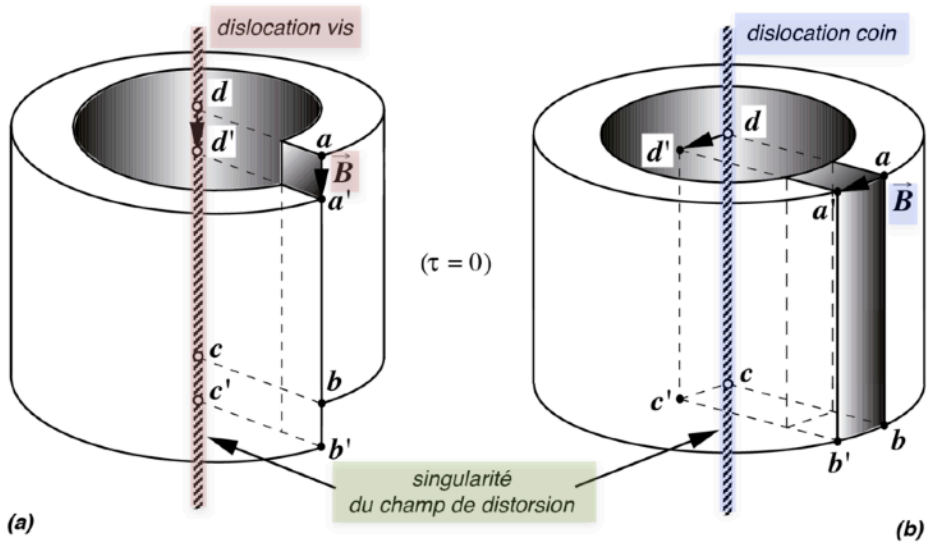


Figure 2.2 - *Réalisation de dislocations vis* ***(a)*** *et coin* ***(b)*** *par découpage et recollage*

La discontinuité $\vec{\boldsymbol{B}}$ est appelée une *dislocation macroscopique* du solide, au sens de Volterra, et on nommera par conséquent *densité de charges de dislocation* la densité tensorielle de charges $\vec{\lambda}_i$ responsables des distorsions plastiques.

On réalise une telle dislocation macroscopique dans un solide continu en coupant localement ce solide et en déplaçant parallèlement l'une par rapport à l'autre les deux mâchoires de la coupure, avant de les recoller. Ce processus est illustré schématiquement à la figure 2.2a à l'aide d'un tuyau de matière qu'on coupe selon le plan $\boldsymbol{abcd}$ et qu'on recolle après glissement parallèle des interfaces dans la direction de la coupure. Il apparaît alors une *singularité topologique unidimensionnelle* du champ de distorsion localisée sur l'axe $\boldsymbol{cd}$. Cette singularité macroscopique, caractérisée par un vecteur $\vec{\boldsymbol{B}}$ de translation parallèle à la ligne de singularité, est appelée *dislocation vis*.

Par contre, si on recolle les deux mâchoires par translation parallèle des mâchoires, perpendiculairement au plan de la coupure, et avec addition ou soustraction d'un parallélépipède de matière (figure 8.2b), il apparaît une autre singularité topologique unidimensionnelle du champ de distorsion, localisée sur l'axe $\boldsymbol{cd}$. Cette singularité macroscopique, caractérisée par

un vecteur $\vec{B}$ de translation perpendiculaire à la ligne de singularité, est appelée *dislocation coin*. Une autre façon de procéder pour réaliser une dislocation de type coin, mais sans addition ou soustraction de matière, est de recoller les deux mâchoires après translation parallèle des mâchoires dans le plan de la coupure, perpendiculairement à la direction de la coupure, comme le montre la figure 2.3. Sous la condition *sine qua non* que l'expansion volumique élastique τ du milieu soit restée nulle au cours du processus de déformation plastique, le vecteur de Burgers $\vec{B}$, obtenu par le parcours sur un contour C entourant la singularité correspond exactement à la translation macroscopique qu'a subie la mâchoire $abcd$.

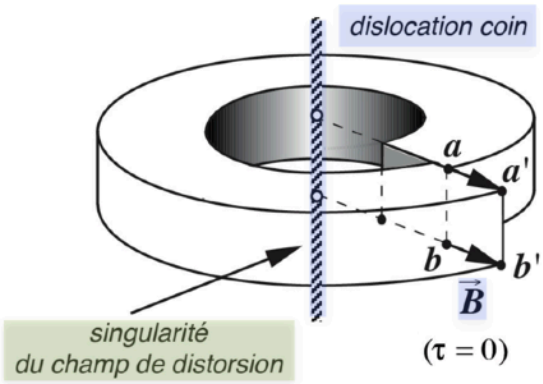


Figure 2.3 - *Autre réalisation d'une dislocation coin par découpage et recollage*

Sous la condition que l'expansion volumique élastique τ du milieu soit restée nulle au cours du processus de déformation plastique, de Burgers $\vec{B}$, obtenu par le parcours sur le contour C entourant la singularité, correspond alors exactement à la translation macroscopique qu'a subie la mâchoire $a'b'cd$. Comme le vecteur $\vec{B}$ doit rester constant si on varie le diamètre du contour d'intégration C ou si on déplace ce contour verticalement, on déduit que *les charges de dislocation doivent se trouver confiner au voisinage immédiat de l'axe* cd *du tuyau, et que leur densité tensorielle doit être une constante le long de cet axe.*

On peut aussi imaginer qu'au sein d'un continu solide on découpe un vide au sein de la matière en forme de tore, comme illustré par la coupe représentée à la figure 2.4a, puis qu'on coupe le plan médian situé au centre du tore. Les deux mâchoires ab et $a'b'$ ainsi formées peuvent alors être déplacées l'une par rapport à l'autre, puis recollées.

Le premier cas possible est de déplacer les deux mâchoires parallèlement au plan de coupure d'une distance $\vec{B}$ comme illustré à la figure 2.4b. Après recollage, le milieu se trouve déformé par des cisaillements et le tore contient une *dislocation macroscopique de type boucle de glissement*, composée de portions de dislocation coin, vis et mixte.

On peut aussi insérer de la matière additionnelle sous forme d'un disque mince d'épaisseur $\vec{B}$ entre les deux mâchoires et souder ce disque aux deux mâchoires (figure 2.4c). On obtient alors une déformation du milieu responsable de toute évidence d'une courbure du milieu de part et d'autre du tore. Quant au tore, il est le siège d'une *dislocation macroscopique, de type boucle prismatique*. Dans ce cas, la boucle prismatique est dite *interstitielle*, car elle contient de la matière additionnelle, et elle est composée d'une seule dislocation coin qui se referme sur elle-

même. Un cas très similaire est obtenu si, au lieu d'ajouter un disque de matière, on soustrait un disque de matière d'épaisseur $\vec{B}$, comme illustré à la figure 2.4d. On obtient aussi une *dislocation macroscopique, de type boucle prismatique*, mais cette boucle est dite *lacunaire*, car il y manque une certaine quantité de matière. Au sein du tore, on retrouve aussi une seule dislo-

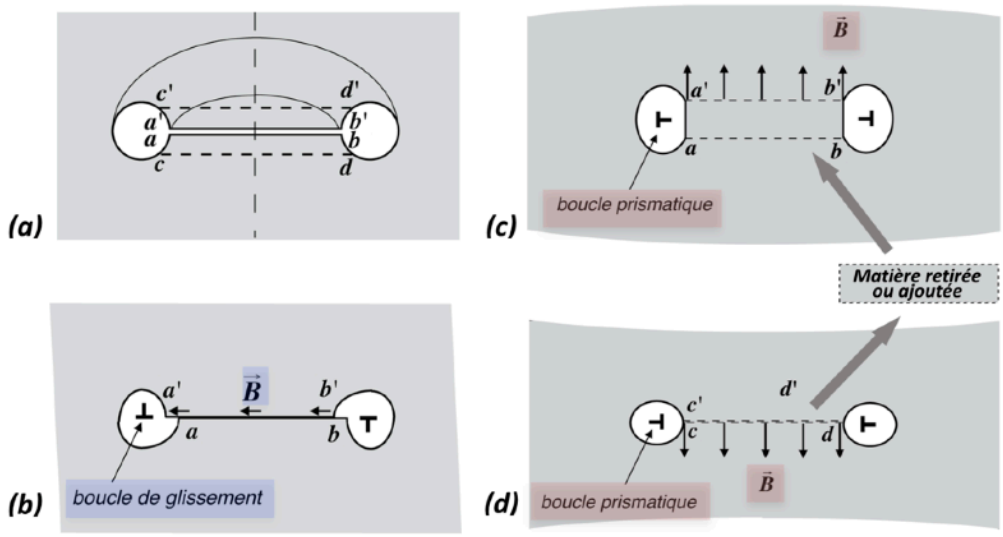


Figure 2.4 - *Découpage initial d'un tore et de son plan médian pour former des boucles* ***(a)*** *et réalisation d'une boucle de dislocation par glissement des mâchoires* ***(b)*** *et de boucles prismatiques de dislocation par addition* ***(c)*** *ou soustraction* ***(d)*** *de milieu.*

cation coin qui se referme sur elle-même.

Toutes les singularités ainsi obtenues sont évidemment responsables d'un champ de distorsion au sein du solide. Par conséquent, elles nécessitent une énergie de formation non nulle. Elles sont stabilisées au sein du solide par le recollage des deux mâchoires de la coupure, donc par les liaisons au sein du solide.

Définition de tenseurs de densité et de flux de charges plastiques

Dans la figure 1.12, on avait représenté les équations géométrocinétiques du milieu, qui relient en fait les *variations temporelles des distorsions du solide*, calculées le long de la trajectoire des particules du milieu à l'aide de *la dérivé particulaire,* aux *variations spatiales du champ de vitesse* $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ du milieu, calculées à l'aide du *gradient* des composantes du champ de vitesse dans le cas du tenseur de distorsion. Et dans les figures 1.13 à 1.15, on avait introduit les équations de géométrocompatibilité, qui assuraient la continuité du champ de déplacement eulérien au sein du solide, donc l'absence de discontinuités des déplacements comme des dislocations. En présence de discontinuités des déplacements comme celles que nous venons de décrire à l'échelle macroscopique il devient nécessaire de redéfinir les équations géométrocinétiques et les équations de géométrocompatibilité du milieu, afin de tenir compte de la présence de ces singularités topologiques de distorsion.

En reprenant la définition du tenseur de distorsion, telle qu'elle avait été obtenue au chapitre

précédent, en présence de déformation plastique, les distorsions totales $\vec{\beta}_i^{\,tot}$ sont la somme de distorsions élastiques, anélastiques et plastiques, telles que $\vec{\beta}_i^{\,tot} = \vec{\beta}_i^{\,él} + \vec{\beta}_i^{\,an} + \vec{\beta}_i^{\,pl}$ Une autre notation de ces distorsions peut être introduite, qui permet de séparer les contributions de déformation plastique des contributions de déformation élastique et anélastique, en écrivant simplement que $\vec{\beta}_i^{\,tot} \rightarrow \vec{\beta}_i + \vec{\beta}_i^{\,pl}$ avec $\vec{\beta}_i = \vec{\beta}_i^{\,él} + \vec{\beta}_i^{\,an}$, comme illustré dans la figure 2.5(a).

Ce simple changement de dénomination permet d'introduire, par analogie avec les équations de l'électromagnétisme, le concept de *densité tensorielle* $\vec{\lambda}_i$ *de charges,* responsable des distorsions plastiques, en supposant *à priori* la relation $\vec{\lambda}_i = -\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{\beta}_i^{\,pl}$ de définition de $\vec{\lambda}_i$ à partir du tenseur de distorsion plastique $\vec{\beta}_i^{\,pl}$, ainsi que le concept de *flux tensoriel* $\vec{J}_i$ *de charges,* responsable de la variation temporelle des distorsions plastiques, en supposant *à priori* la relation $\vec{J}_i = d\vec{\beta}_i^{\,pl} / dt$ de définition de $\vec{J}_i$ à partir de la dérivé temporelle $d\vec{\beta}_i^{\,pl} / dt$ du tenseur de distorsion plastique $\vec{\beta}_i^{\,pl}$. Il faut encore noter ici que le concept de flux de charges est défini comme *un flux par rapport au réseau*, car $\vec{J}_i$ est déduit de la dérivé particulaire de $\vec{\beta}_i^{\,pl}$, c'est-à-dire de la dérivé temporelle de $\vec{\beta}_i^{\,pl}$ prise *le long de la trajectoire du réseau solide*.

L'équation géométrocinétique pour le tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$ dans la figure 1.12 contenait déjà une source de sites de réseau S_n, qui représentait en fait une source de plasticité liée à l'expansion volumique du réseau. L'équation géométrocinétique pour le tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$ obtenu dans la figure 2.5(a) généralise ce fait, en englobant la source de sites de réseau S_n dans le concept de *flux tensoriel* $\vec{J}_i$ *de charges plastiques.*

L'introduction de ces nouveaux tenseurs de densité et de flux de charges n'est pas gratuite, car ceux-ci répondent au mieux à l'exigence de trouver une façon d'exprimer la présence de distorsions plastiques dans un solide de sorte à ce qu'il soit possible de tenir compte de l'état

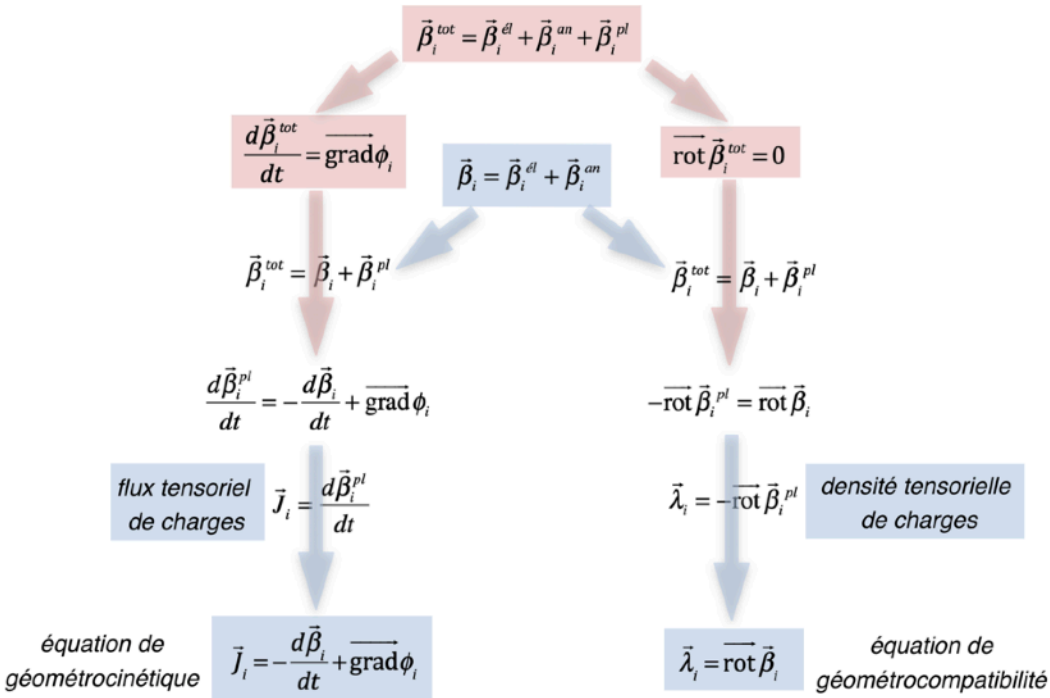


Figure 2.5(a) - *Introduction de la densité et du flux tensoriels de charges plastiques en présence d'élasticité, d'anélasticité et de plasticité*

microscopique du réseau des défauts de structure du solide. Il se vérifiera d'ailleurs *à posteriori*, lors de l'interprétation de ces tenseurs dans la suite de ce chapitre, que cette manière de procéder est effectivement judicieuse. Avec cette approche des phénomènes de plasticité par les tenseurs $\vec{J}_i$ et $\vec{\lambda}_i$, les équations topologiques décrivant la géométrocinétique et la géométrocompatibilité du tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i = \vec{\beta}_i^{\,él} + \vec{\beta}_i^{\,an}$ d'un solide élastique, anélastique et plastique s'écrivent maintenant de façon beaucoup plus générale, comme illustrée dans la figure 2.5(a).

Cette nouvelle version des tenseurs topologiques de distorsion et des équations géométrocinétiques n'est en fait rien d'autre qu'un simple changement de terminologie pour les distorsions plastiques, basé sur une analogie avec les deux équations de Maxwell de l'électromagnétisme $\rho = \mathrm{div}\,\vec{D}$ et $\vec{j} = -\partial\vec{D}/\partial t + \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{H}$. Trouver toutes les potentialités que contient cette formulation des équations topologiques fera donc l'objet de la suite de ce chapitre.

La *densité de charges de dislocation* $\vec{\lambda}_i$ et le *flux de charges de dislocation* $\vec{J}_i$ sont des grandeurs tensorielles, sur lesquelles il est possible d'appliquer des opérations de symétrie pour

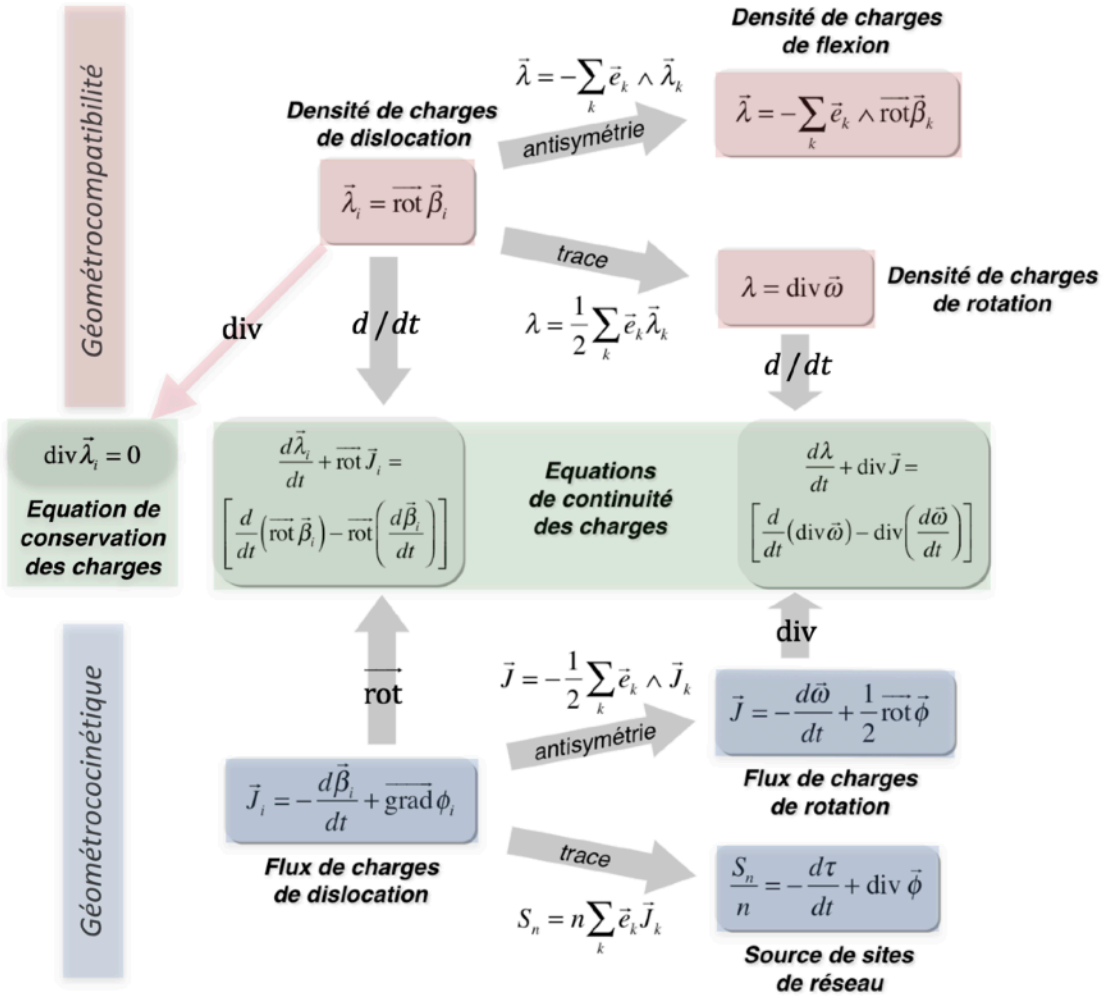


Figure 2.5(b) - *Décompositions des densités et des flux de charges et équations de continuité et de conservation des charges*

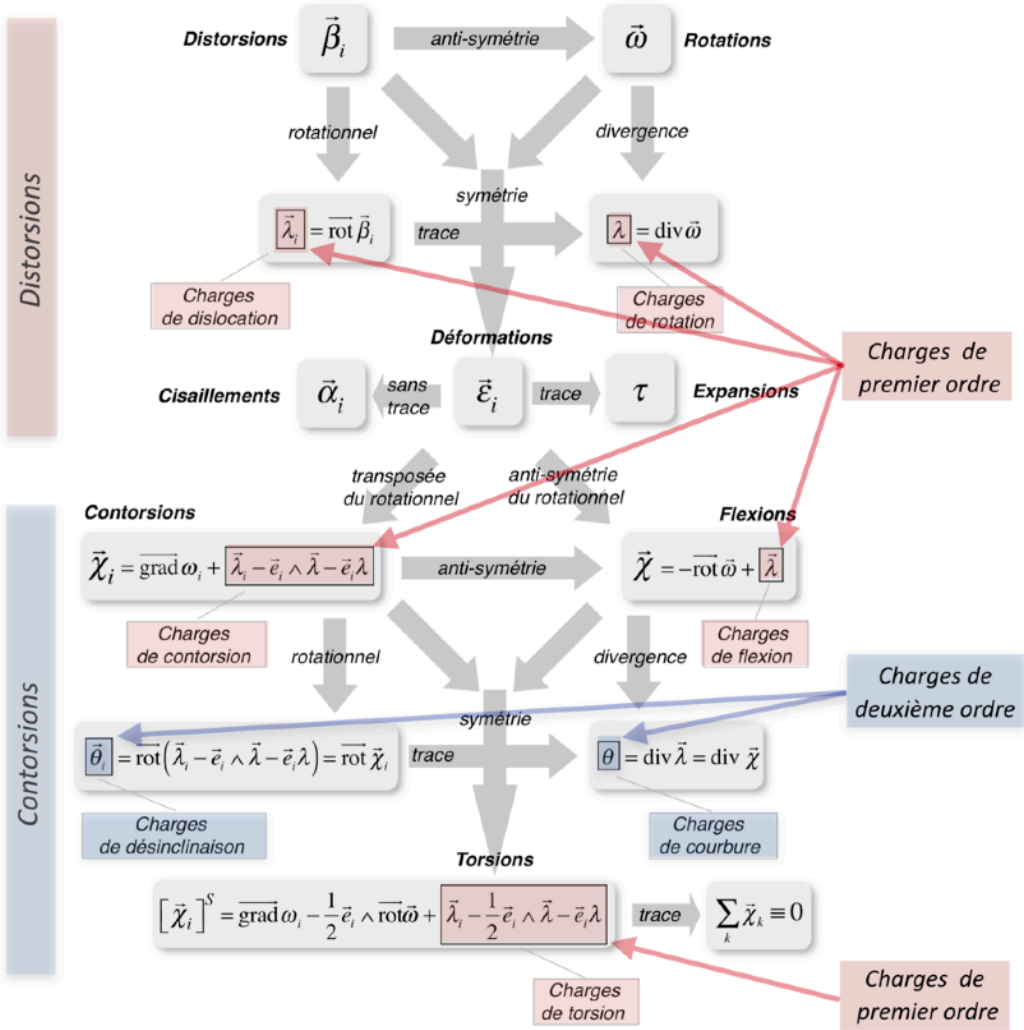


Figure 2.6 - *Le système des distorsions et des contorsions en présence de charges plastiques*

réduire leur ordre tensoriel, c'est-à-dire pour en faire des grandeurs vectorielles et des grandeurs scalaires. Ces opérations de symétrie sont reportées dans la figure 2.5(b).

Concernant les équations de géométrocompatibilité, on constate que la densité tensorielle $\vec{\lambda}_i$ de charges de dislocation contient *une densité vectorielle* $\vec{\lambda}$ *de charges de flexion* et *une densité scalaire* λ *de charges de rotation.* On reviendra plus tard sur l'interprétation des charges vectorielles de flexion, mais on peut déjà donner une interprétation des effets des charges scalaires de rotation. En effet, si on considère la figure 1.15, on sait que la condition de compatibilité $\mathrm{div}\,\vec{\omega} = 0$ interdit la singularité par divergence du champ de rotation, ce qui signifie que si $\mathrm{div}\,\vec{\omega} = \lambda \neq 0$ au sein du volume ***V***, il peut apparaître un champ de vecteurs rotation qui divergent, de la même manière que la présence locale d'une densité de charges électriques non nulle à un endroit de l'espace induit un champ électrique divergent.

Concernant les équations de géométrocinétique, on constate que le flux tensoriel $\vec{J}_i$ de charges de dislocation contient *un flux vectoriel* $\vec{J}$ *de charges de rotation* et qu'il refait apparaître la *source volumique scalaire* S_n *de sites de réseau.*

La combinaison mathématique de la dérivé particulaire des équations de géométrocompatibilité avec le rotationnel ou la divergence des équations de géométrocinétique permet de déduire *les équations de continuité* de la figure 2.5(b) pour les charges de distorsion plastique, qui relient l'évolution temporelle des densités de charge le long de la trajectoire du milieu aux variations spatiales des flux de charge. Ces équations de continuité font apparaître des termes de sources de charges plastiques assez étonnants, en ce sens que ces termes sont associés à *l'existence possible d'une non-commutativité de l'opérateur temporel de dérivé particulaire avec les opérateurs d'espace.* Finalement, en ce qui concerne la densité tensorielle $\vec{\lambda}_i$ de charges de dislocation, on constate qu'elle est liée au rotationnel de $\vec{\beta}_i$, de sorte qu'elle satisfait obligatoirement la relation de l'analyse vectoriel $\mathrm{div}\,\vec{\lambda}_i = 0$ que nous appellerons *l'équation de conservation des charges de dislocation*, équation qui sera appelée par la suite à jouer un rôle considérable dans l'interprétation topologique des charges de dislocation.

Le concept macroscopique de charges de contorsion plastique

Dans la figure 1.16, on avait reporté le système complet des distorsions et des contorsions d'un réseau solide en coordonnées d'Euler, dans le cas d'un solide géométrocompatible. Le même schéma, s'il est tracé dans le cas d'un solide avec une *densité de charges de dislocation* $\vec{\lambda}_i$ non nulle, devient nettement plus complexe comme l'illustre la figure 2.6.

Hormis la densité tensorielle $\vec{\lambda}_i$ de charges de dislocation, la densité vectorielle $\vec{\lambda}$ de charges de flexion et la densité scalaire λ de charges de rotation, que nous appellerons des charges de 1er ordre associées aux distorsions plastiques, il apparaît des charges de 2ème ordre, associées aux contorsions plastiques, qu'on nommera la *densité tensorielle* $\vec{\theta}_i$ *de charge de désinclinaison* et la *densité scalaire* θ *de charge de courbure*.

On constate aussi que les expressions des *contorsions* $\vec{\chi}_i$, des *flexions* $\vec{\chi}$ et des *torsions* $\left[\vec{\chi}_i\right]^S$ du réseau solide deviennent nettement plus compliquées puisqu'elles font maintenant appel dans leur expressions respective à l'existence de *densités de charge de contorsion, de flexion et de torsion* de 1er ordre, déduites comme des combinaisons des charges de dislocation $\vec{\lambda}_i$, de flexion $\vec{\lambda}$ et de rotation λ.

Dans la figure 1.19, on a vu que la condition de compatibilité $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\chi}_i = 0$ interdisait la singularité par désinclinaison du champ de rotation $\vec{\omega}^{(\varepsilon)}$ déduite du tenseur de déformation. Par conséquent, *si la condition de compatibilité n'est plus nulle*, donc si $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\chi}_i = \vec{\theta}_i \neq \vec{0}$, le parcours sur le contour fermé $\boldsymbol{C}$ aura comme résultat l'existence d'un vecteur de fermeture $\vec{\Omega}$ non nul, appelé *vecteur de Frank.* Ceci signifie d'un point de vue topologique et physique qu'il existera *des discontinuités des rotations par déformation.* Les discontinuités $\vec{\Omega}$ sont appelées des *désinclinaisons (disclinations* en anglais) au sein du réseau solide.

Concernant les équations de géométrocompatibilité pour les charges de 2ème ordre, on peut aussi donner une interprétation des effets des charges scalaires θ de courbure. En effet, si on considère la figure 1.20, on sait que la condition de compatibilité $\mathrm{div}\,\vec{\chi} = 0$ interdit la singularité par divergence du champ de flexion, ce qui signifie que si $\mathrm{div}\,\vec{\chi} = \theta \neq 0$ au sein du volume ***V***, il peut apparaître un champ de vecteurs de courbure qui divergent, de la même manière que la présence locale d'une densité de charges électriques non nulle à un endroit de l'espace induit un champ électrique divergent.

Les opérations par symétrie et par opérateurs d'analyse vectorielle permettant de déduire, à

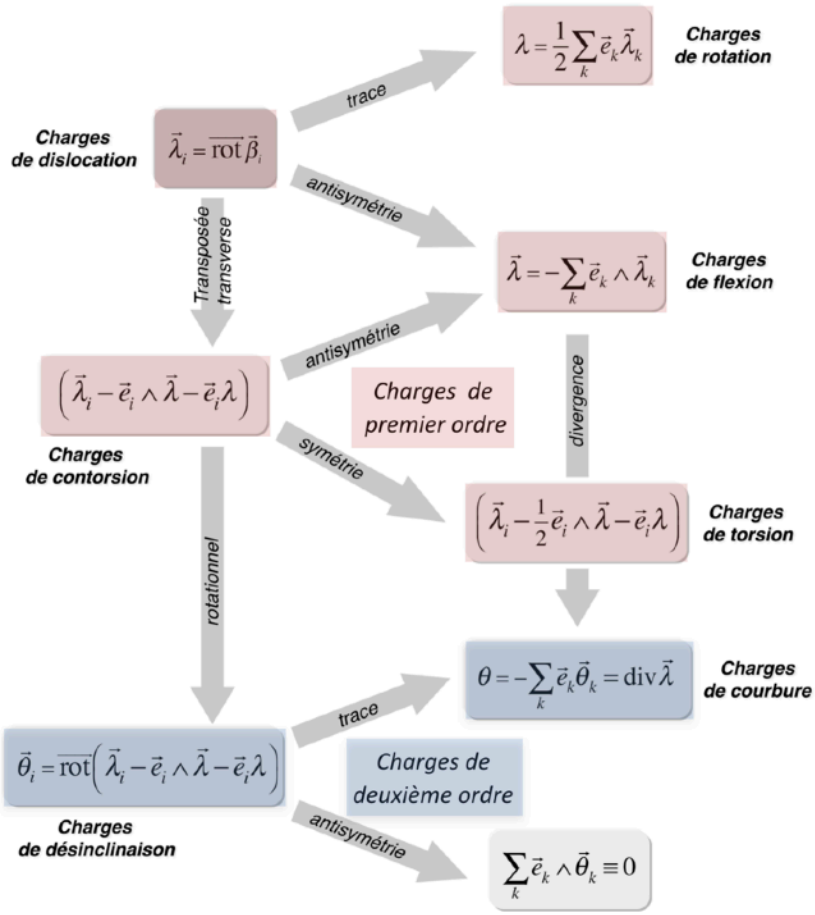


Figure 2.7 - *Déduction de l'ensemble des densités de charge à partir de la densité de charge de dislocation*

partir de la densité tensorielle de charge de dislocation $\vec{\lambda}_i$, l'ensemble des densité de charges reportées dans la figure 2.6 sont résumées à la figure 2.7.

Il est assez simple d'imaginer la réalisation d'une désinclinaison à l'échelle macroscopique dans un milieu continu solide en coupant localement ce solide et en tournant l'une par rapport à l'autre les deux mâchoires de la coupure, avant de les recoller ensemble. Ce processus est illustré schématiquement à la figure 2.8 à l'aide d'un tuyau de matière qu'on coupe selon le $abcd$ et qu'on recolle de deux manières différentes:

- soit par cisaillement du plan $a'b'cd$ d'une des mâchoires sans addition ou soustraction de matière (figure 2.8a), ce qui conduit à une *singularité topologique unidimensionnelle* située sur l'axe cd , appelée *désinclinaison vis* (en anglais *twist disclination*),
- soit par rotation d'une des interfaces autour de l'arrête cd avec addition ou soustraction de matière (figure 2.8b), ce qui conduit à une singularité topologique unidimensionnelle située sur l'axe cd , appelée *désinclinaison coin* (en anglais *wedge disclination*).

Sous la condition que l'expansion volumique élastique τ du milieu soit restée nulle au cours du processus de déformation plastique, le vecteur $\vec{\Omega}$, obtenu par le parcours sur le contour C entourant la singularité, correspond alors exactement à la rotation macroscopique qu'a subie la mâchoire $a'b'cd$. Comme le vecteur $\vec{\Omega}$ doit rester constant si on varie le diamètre du contour d'intégration C ou si on déplace ce contour verticalement, on déduit que *les charges de désin-*

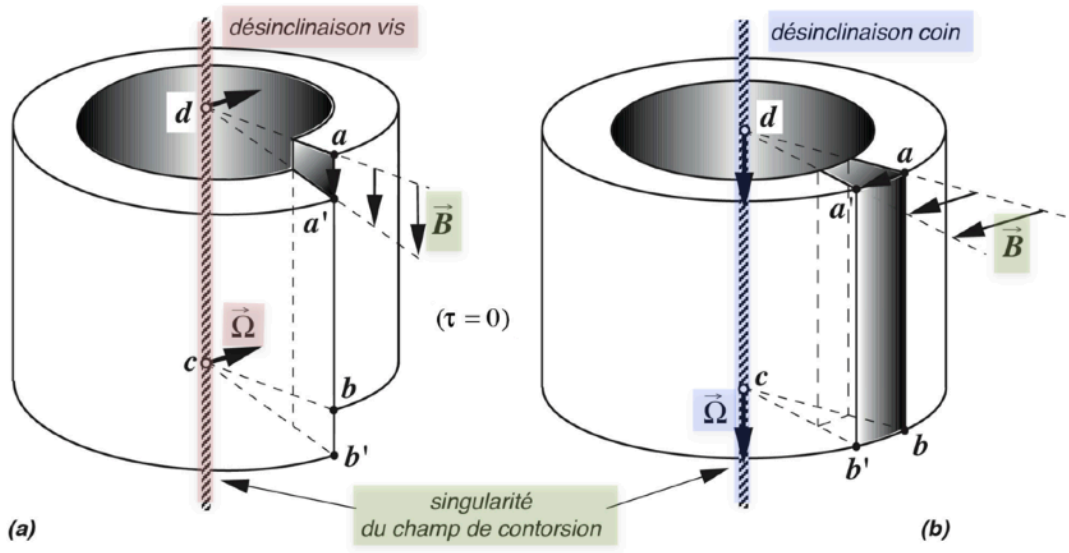


Figure 2.8 - *Réalisation de désinclinaisons vis* ***(a)*** *et coin* ***(b)*** *par découpage et recollage*

clinaison doivent se trouver confiner au voisinage immédiat de l'axe cd *du tuyau, et que leur densité tensorielle doit être une constante le long de cet axe.*

Les singularités topologiques ainsi obtenues sont responsables d'un champ de distorsion au sein du solide. Par conséquent, elles nécessitent une énergie de formation non nulle. Elles sont stabilisées au sein du solide par le recollage des deux mâchoires de la coupure, donc par les liaisons au sein du solide.

En comparant les figures 2.2 et 2.8, on constate une ressemblance étonnante entre dislocations et désinclinaisons vis, ainsi qu'entre dislocations et désinclinaisons coins. Cette ressemblance n'est pas fortuite, puisque les opérations utilisées pour générer ces discontinuités sont très semblables. Il est intéressant de constater notamment que les désinclinaisons macroscopiques présentent aussi un vecteur déplacement $\vec{B}$ allant de a à a' (figure 2.8), tout comme les dislocations macroscopiques (figure 2.2). Cependant, ce vecteur $\vec{B}$, dans le cas des désinclinaisons, augmente linéairement avec le diamètre de la boucle d'intégration C qu'on utilise pour le calculer. Ceci signifie qu'en présence d'une désinclinaison macroscopique, associée à une densité de charges de désinclinaison répartie le long de l'axe cd du tuyau, il doit aussi exister une densité de charges de dislocation. Mais celle-ci, au lieu d'être localisée sur l'axe cd du tuyau comme c'est le cas pour une dislocation macroscopique, va se trouver répartie de manière homogène sur une *surface* située dans le plan de coupure $abcd$ (figure 2.8), de telle sorte que le vecteur de Burgers $\vec{B}$ augmente linéairement avec le diamètre de la boucle d'intégration C.

On peut aussi imaginer qu'au sein d'un continu solide on découpe un vide de matière en forme de tore, comme illustré par la coupe représentée à la figure 2.4a, puis qu'on coupe le plan médian situé au centre du tore. Les deux mâchoires ab et $a'b'$ ainsi formées peuvent alors être déplacées l'une par rapport à l'autre, puis recollées. On peut procéder comme à la figure 2.9a, et déplacer les deux mâchoires parallèlement par une rotation $\vec{\Omega}$ de l'une par rapport à l'autre dans le plan de coupure. Après recollage, le milieu se trouve déformé par la rotation $\vec{\Omega}$ et le tore contient alors une *boucle de désinclinaison macroscopique de type vis*.

A noter ici que le champ de déplacement du milieu de part et d'autre du plan de coupure est tangentiel à ce plan et que le vecteur curviligne de déplacement $\vec{B}$ sur le plan de coupure croît d'une valeur nulle au centre jusqu'à une valeur maximum sur les bords du tore. Au niveau du tore, le champ de déplacement local $\vec{B}$ ressemble à s'y méprendre au champ de déplacement d'une dislocation vis refermée sur elle-même, mais c'est en fait une *pseudo-dislocation* car le *vecteur de Burgers curviligne*, tangentiel à la ligne de dislocation, est non conservé dans ce cas, comme le montre bien la figure 2.9b.

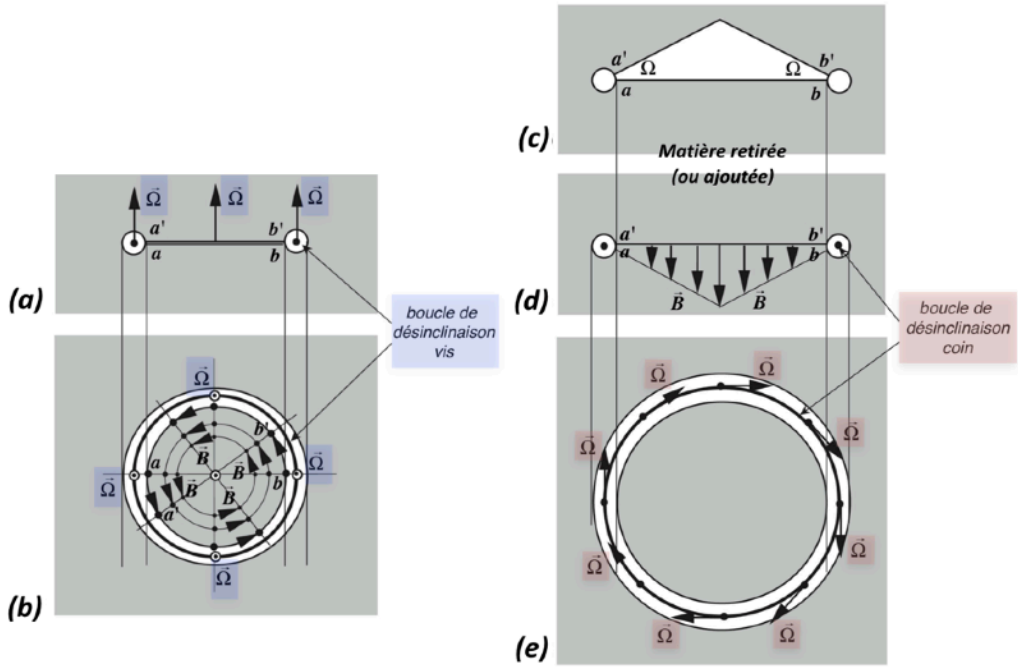


Figure 2.9 - *Réalisation d'une boucle de désinclinaison vis par rotation des mâchoires* ***(a)*** *et* ***(b)*** *et d'une boucle de désinclinaison coin par retrait (ou ajout) d'un morceau de milieu de forme conique* ***(c)***, ***(d)*** *et* ***(e)***

On pourrait aussi enlever un morceau de milieu au centre du tore, de forme lenticulaire ou conique et d'angle Ω à la base, comme illustré à la figure 2.9c. En ce cas, le plan de recollage présente un champ de déplacement local $\vec{B}$ correspondant à des vecteurs de Burgers perpendiculaires dont les longueurs présentent une symétrie circulaire (figure 2.9d). Au niveau du tore, la déformation requise pour le recollage est une rotation $\vec{\Omega}$ tangentielle au tore, qui correspondrait donc à une *boucle de désinclinaison macroscopique de type coin*, mais qui est en fait une *pseudo-désinclinaison* puisque le vecteur de Frank, toujours tangentiel à la ligne de désinclinaison, est non conservé le long de la ligne (figure 2.9d).

Les dislocations quantifiées dans un réseau

Après avoir décrit les dislocations et le désinclinaisons macroscopiques qui peuvent apparaître dans un milieu continu, on peut maintenant se demander comment il est possible d'introduire ces défauts topologiques à l'échelle microscopique d'un réseau solide. Il est clair que la présence d'un réseau doit forcément impliquer une forme de quantification de ces défauts, sous

forme de *singularités topologiques du réseau.*

Ce n'est qu'en 1934 qu'a réellement démarré la recherche de ce type de singularités dans les réseaux solides, et donc que *la théorie des dislocations de réseau* est née, suite à trois fameux papiers publiés indépendamment et décrivant chacun à sa façon la dislocation coin. Ce sont les publications d'Orowan[3], de Polanyi[4] et de Taylor[5]. Puis c'est en 1939 que Burgers[6] décrivit les dislocations vis et mixtes. Et c'est finalement en 1956 que sont reportées les premières observations expérimentales de dislocations dans les métaux, simultanément par Hirsch, Horne et Whelan[7] et par Bollmann[8], grâce au microscope électronique. Quant aux désinclinaisons, c'est en 1904 que Lehmann[9] les observe pour la première fois dans des cristaux moléculaires, et c'est en 1922 que Friedel[10] en donne une première description physique. Ensuite, à partir de la moitié du vingtième siècle, la physique des défauts dans les solides a pris une ampleur considérable.

Comme la densité tensorielle $\vec{\lambda}_i$ de charges de dislocation doit satisfaire l'équation de conservation $\mathrm{div}\,\vec{\lambda}_i \equiv 0$, il lui est impossible d'apparaître sous forme ponctuelle et elle doit se présenter sous la forme de *trois champs vectoriels non divergents*. Cette condition forte implique que la densité tensorielle $\vec{\lambda}_i$ de charges de dislocation doit toujours occuper un *domaine de volume non nul* au sein du milieu solide, qui doit présenter une *forme de corde tubulaire*, qui doit forcément traverser le solide de part en part, ou bien une forme de *boucle torique*.

Le domaine de charges $\vec{\lambda}_i$ de forme tubulaire ou torique peut être modélisé sous la forme d'une *ligne de dislocation,* communément appelée *dislocation,* représentable par une *fibre centrale unidimensionnelle* située au centre de la corde de densité $\vec{\lambda}_i$ non nulle de charges. Cette *ligne de dislocation* doit alors nécessairement, soit traverser le solide de part en part, soit former une *boucle de dislocation* fermée sur elle-même.

Les domaines connexes de densité non nulle de charges de dislocation peuvent être modélisés de la manière la plus simple sous forme de *cordes minces*. Si la corde de dislocation est suffisamment mince (de section suffisamment faible), la charge de densité $\vec{\lambda}_i$ peut être représentée par une seule grandeur confinée au voisinage immédiat de la fibre centrale de la corde, qu'on appellera *ligne de dislocation*, en introduisant la notion de *charge tensorielle linéique* $\vec{\Lambda}_i$ *de dislocation*, à savoir un ensemble de trois vecteurs définis sur la fibre centrale.

On peut alors montrer que les cordes rectilignes apparaissant dans un réseau solide sont *quantifiées* à l'échelle microscopique du réseau (figures 2.10 et 2.11), et que ces cordes repré-

---

[3] *E. Orowan, Z. Phys., vol. 89, p. 605,614 et 634, 1934*

[4] *M. Polanyi, Z. Phys., vol.89, p. 660, 1934*

[5] *G. I. Taylor, Proc. Roy. Soc. London, vol. A145, p. 362, 1934*

[6] *J. M. Burgers, Proc. Kon. Ned. Akad. Weten schap., vol.42, p. 293, 378, 1939*

[7] *P. B. Hirsch, R. W. Horne, M. J. Whelan, Phil. Mag., vol. 1, p. 667, 1956*

[8] *W. Bollmann, Phys. Rev., vol. 103, p. 1588, 1956*

[9] *O. Lehmann, «Flussige Kristalle», Engelman, Leibzig, 1904*

[10] *G. Friedel, Ann. Physique, vol. 18, p. 273, 1922*

sentent alors des *singularités plastiques élémentaires* des champs de distorsion, autrement dit les *"particules élémentaires"* de la déformation plastique du réseau.

Si on considère le cas d'un réseau ordonné de particules à l'échelle microscopique, on peut y introduire des dislocations par coupure des liaisons sur un plan du réseau, déplacement parallèle des mâchoires et reconstitution des liaisons, comme illustré aux figures 2.10 et 2.11 dans le cas d'un réseau cubique simple.

Le vecteur de Burgers $\vec{B}$ des singularités ainsi obtenues, c'est-à-dire la discontinuité microscopique des déplacements du réseau due à la présence de la dislocation, se déduit en considérant un circuit fermé C sur le réseau du solide réel, entourant la singularité, et en cherchant le vecteur de fermeture $\vec{B}$ du circuit ouvert correspondant dans *le réseau virtuel non déformé*.

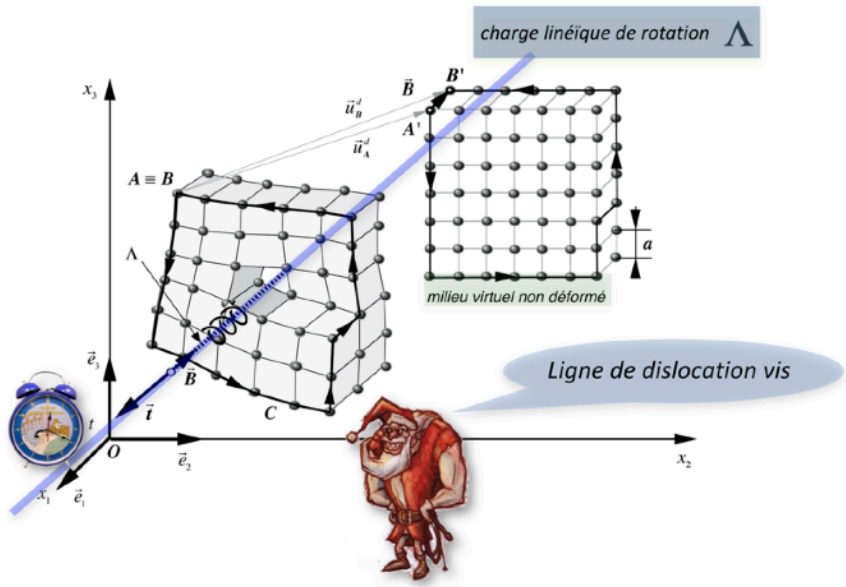


Figure 2.10 - *Ligne de dislocation de type vis quantifiée dans un réseau cubique*

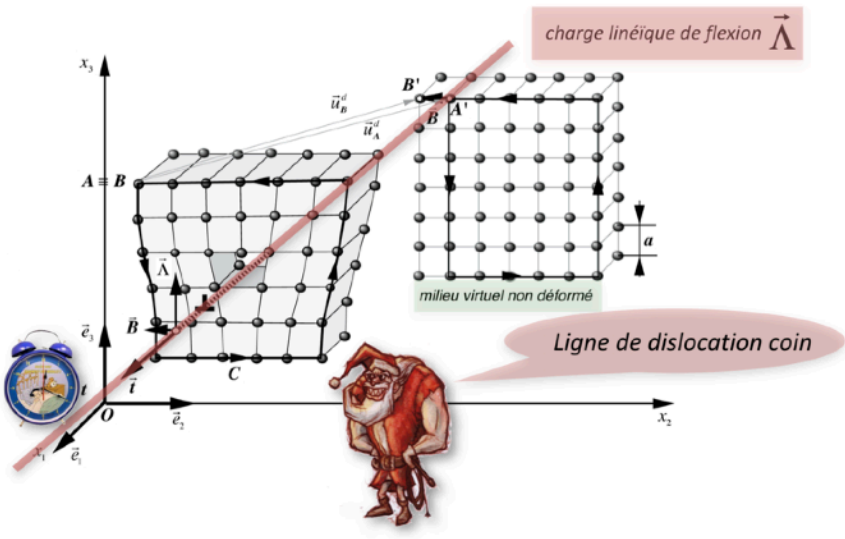


Figure 2.11 - *Ligne de dislocation de type coin quantifiée dans un réseau cubique*

Grâce aux figures 2.10 et 2.11, on constate que les singularités microscopiques de réseau ont une particularité essentielle: *leur vecteur de Burgers est quantifié*, c'est-à-dire que ses composantes $\boldsymbol{B}_i$ ne peuvent être que des multiples entiers du pas a du réseau du milieu virtuel, donc du réseau en expansion volumique homogène de valeur τ .

La nature de la singularité plastique microscopique peut changer suivant les directions respectives que prennent, dans le système de coordonnées locales, le vecteur de Burgers $\vec{\boldsymbol{B}}$ et le vecteur unité $\vec{\boldsymbol{t}}$ tangent à la ligne:

- lorsque $\vec{\boldsymbol{B}}$ est parallèle à $\vec{\boldsymbol{t}}$ (figure 2.10), la *charge linéique* $\vec{\Lambda}_i$ *de dislocation* présente une trace non-nulle ($\Lambda \neq 0$), donc *une charge de rotation*, et une partie antisymétrique nulle ($\vec{\Lambda} = 0$). On parle en ce cas de *dislocations vis*, et de *charge linéique* Λ *de rotation de la dislocation vis*, et on représente symboliquement celle-ci par une vis située sur la ligne de dislocation. Comme $\Lambda = -\vec{\boldsymbol{B}}\vec{\boldsymbol{t}} \,/\, 2$, lorsque la dislocation vis présente une *rotation droite,* identique au sens de rotation d'une vis normale ou d'un tire-bouchon, Λ est positif et les vecteurs $\vec{\boldsymbol{t}}$ et $\vec{\boldsymbol{B}}$ sont orientés dans des directions opposées. Par contre, si la dislocation vis présente une *rotation gauche*, donc dans le sens de rotation opposé à celui d'une vis normale ou d'un tire-bouchon, Λ est négatif et les vecteurs $\vec{\boldsymbol{t}}$ et $\vec{\boldsymbol{B}}$ sont orientés dans la même direction (figure 2.12). A noter que *le choix d'une direction* $\vec{\boldsymbol{t}}$ *donnée est parfaitement arbitraire puisque seul le signe de* Λ *est fixé.*

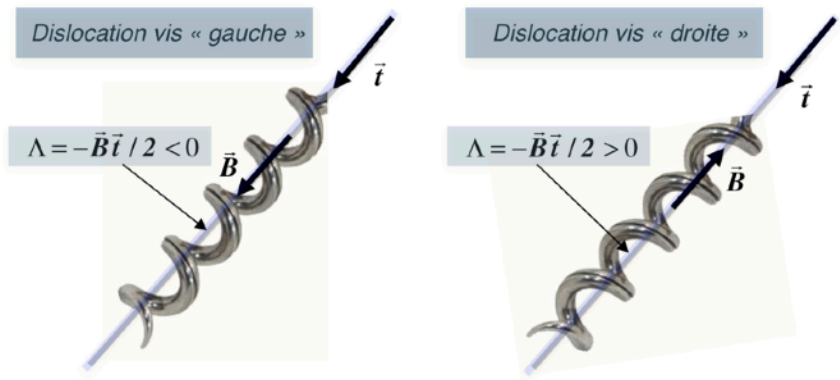


Figure 2.12 - *Vecteurs de Burgers de dislocations de type vis, «gauche» et «droite» respectivement*

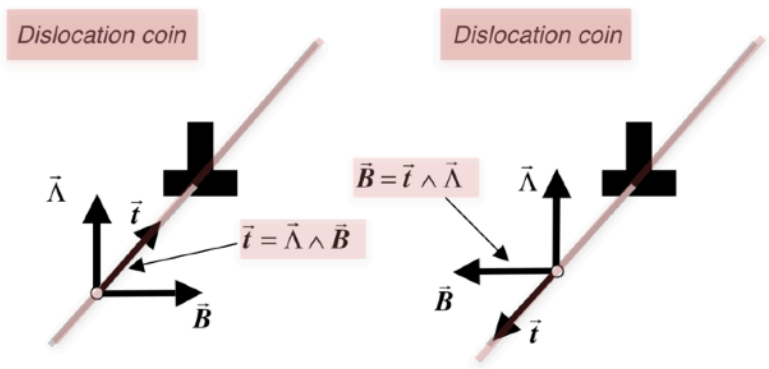


Figure 2.13 - *Vecteurs de Burgers de dislocations de type coin*

- lorsque $\vec{B}$ est perpendiculaire à $\vec{t}$ (figure 2.11), la *charge linéique* $\vec{\Lambda}_i$ *de dislocation* présente une trace nulle ($\Lambda = 0$), donc aucune charge de rotation, mais une partie antisymétrique non-nulle ($\vec{\Lambda} \neq 0$). On parle en ce cas de *dislocations coin*, et de *charge linéique* $\vec{\Lambda}$ *de flexion de la dislocation coin,* et on représente symboliquement celle-ci par un signe $\perp$ sur la ligne de dislocation, orienté de sorte à représenter le plan additionnel de particules. Le vecteur $\vec{\Lambda}$ possède toujours la direction du plan additionnelle $\perp$ de la dislocation coin (figure 2.13).
- lorsque $\vec{B}$ n'est ni parallèle, ni perpendiculaire à $\vec{t}$, la *charge linéique* $\vec{\Lambda}_i$ *de dislocation* présente bien une trace non-nulle ($\Lambda \neq 0$), mais aussi une partie antisymétrique non-nulle ($\vec{\Lambda} \neq 0$), de telle sorte que celle-ci se comporte à la fois comme une source de rotations et de flexions élastiques et anélastiques. On parle en ce cas de *dislocations mixtes*.

Dans un réseau discret, une dislocation peut parfaitement changer de direction. Autrement dit, le long de la ligne de dislocation, le vecteur tangent $\vec{t}$ n'est pas forcément conservé. En ce cas, comme le vecteur de Burgers $\vec{B}$ est conservé dans le référentiel local, ceci signifie que la dislocation doit changer de nature. Par exemple, à la figure 2.14, on a représenté un modèle de réseau cubique simple dans lequel une dislocation vis pénètre dans la face de gauche, tourne en devenant mixte au sein du réseau et émerge sous forme d'une dislocation coin sur la face adjacente de droite.

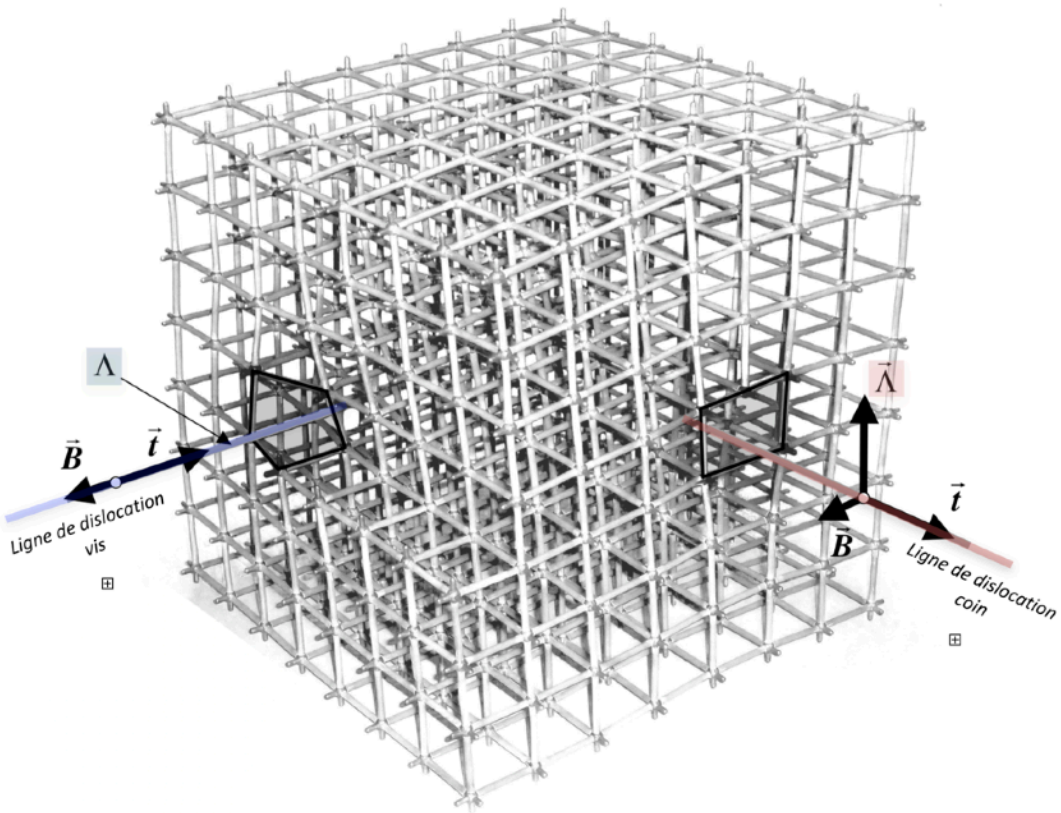


Figure 2.14 - *Dislocation passant de type vis à type coin dans un réseau cubique*

Les dislocations quantifiées sont les vecteurs les plus élémentaires de la déformation plastique d'un réseau. En ce sens, on pourrait les appeler les "*particules élémentaires*" de la déformation plastique. D'ailleurs, toute corde de dislocation possède son "*anti-corde*". En effet, il est

aisé de voir que deux dislocations parallèles de même direction $\vec{t}$ et de vecteurs de Burgers $\vec{B}$ et $-\vec{B}$ respectivement s'annihilent complètement si elles viennent à se rencontrer au sein du réseau.

On constate aussi que les dislocations vis, porteuses d'une charge linéique scalaire $\Lambda \neq 0$, sont *sources d'un champ de rotations locales divergentes,* qui est, comme nous l'avons vu, l'analogue du champ électrique. Ainsi, à une distance R de la corde, la norme du champ de rotation vaut simplement $|\vec{\omega}| = |\Lambda| / 2\pi R$

Quant aux dislocations coins, qui sont porteuses d'une charge de flexion $\vec{\Lambda} \neq 0$, elles sont *sources d'une flexion du réseau,* donc *d'une courbure locale du réseau* dans leur voisinage comme l'illustre bien la dislocation émergeant du cristal cubique à la figure 2.14.

Dissociation des dislocations quantifiées dans un réseau

Les dislocations apparaissant dans des structures un peu plus complexes que le réseau cubique simple, comme par exemple les réseaux cubiques à faces centrées, cubiques centrés ou hexagonaux, présentent en général *des structures de coeur nettement plus compliquées*. Il peut ainsi apparaître, essentiellement pour des raisons énergétiques, et suivant le système cristallin considéré, *une dissociation du coeur de la dislocation en deux ou plusieurs dislocations partielles,* dont les vecteurs de Burgers individuels sont des fractions des vecteurs de translation du réseau.

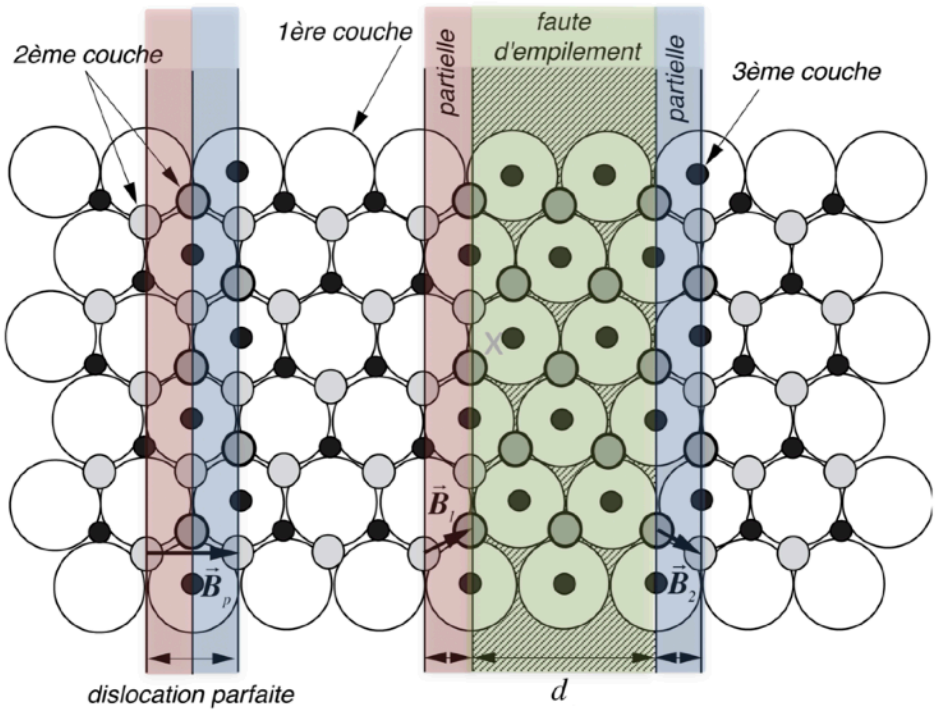


Figure 2.15 - *Dissociation d'une dislocation parfaite en deux partielles et ruban de faute d'empilement dans un un réseau cubique à faces centrées*

Par exemple, dans les métaux cubiques à faces centrées *(CFC)*, l'empilement des atomes est caractérisé par des séquences *abc abc abc ...* (figure 2.15). Le vecteur de Burgers $\vec{B}_p$

d'une dislocation parfaite doit en principe y relier deux noeuds du réseau. Mais pour des raisons énergétiques, les vecteurs de Burgers les plus favorables sont ceux qui ont une longueur minimale, car l'énergie de distorsion stockée dans le réseau par une dislocation est proportionnelle au carré de son vecteur de Burgers. Ainsi dans le cas de la figure 2.15, les dislocations ont intérêt à se dissocier sur leur plan de glissement en deux partielles de vecteurs de Burgers $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$, de sorte que $\vec{B}_p = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Dans le cas de cette dissociation, on a en effet $\vec{B}_1 \vec{B}_2 > 0$, de sorte que $\vec{B}_p^2 = \vec{B}_1^2 + \vec{B}_2^2 + 2\vec{B}_1 \vec{B}_1 > \vec{B}_1^2 + \vec{B}_2^2$. Les deux partielles obtenues à la figure 2.15 par cette dissociation sont dites *de type Shockley*. La distance entre les deux partielles est alors contrôlée par une compétition entre la diminution d'énergie associée à l'augmentation de distance entre les partielles qui se repoussent, et l'augmentation d'énergie due à la formation d'un ruban énergétique de faute d'empilement cristallin *(abc ac abc abc ...)* situé entre les deux dislocations partielles, comme le montre bien la figure 2.15.

Comme le ruban de faute d'empilement possède une énergie γ par unité de surface, l'énergie totale $E_t(d)$ par unité de longueur de dislocation pour une dislocation dissociée sur une distance d s'écrit $E_t(d) = \gamma d + E_d(d)$, où $E_d(d)$ est l'énergie des deux partielles en fonction de la distance d les séparant, qui est une fonction monotone décroissante diminuant de E_0 pour $d = 0$ à $2E_0 / 3$ pour $d \to \infty$ dans le cas des partielles de Shockley illustrées à la figure 2.15.

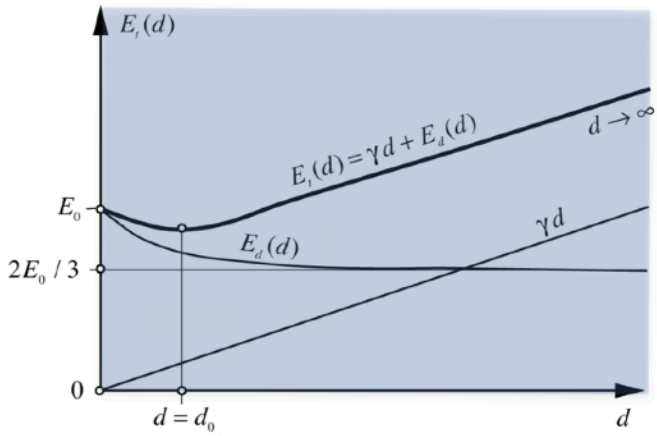


Figure 2.16 - *Energie totale de deux dislocations partielles en fonction de la distance les séparant, source d'une «force forte» d'attraction entre elles*

L'énergie $E_t(d)$ présente donc un minimum pour la distance $d = d_0$ (figure 2.16), qui est la distance d'équilibre entre les deux partielles, contrôlée par la compétition entre la diminution d'énergie associée à l'augmentation de distance entre les partielles répulsives et l'augmentation d'énergie due à la formation d'un ruban énergétique de faute d'empilement cristallin entre les deux partielles. On voit apparaître ici un comportement de l'énergie $E_t(d)$ qui induit une force d'interaction entre les deux partielles qu'on pourrait qualifier de *«force forte»*, au sens que l'énergie de la paire de partielles présente un minimum qui fixe la position d'équilibre d_0, mais que celle-ci ne cesse d'augmenter si on essaie d'augmenter la distance de séparation au-delà de d_0. Le qualificatif de «force forte» est proposé ici car le comportement attractif de la force d'interaction entre les partielles à grande distance présente une analogie très intéressante avec

la force forte agissant entre les quarks du Modèle Standard des particules élémentaires.

A titre d'illustration exemplaire, on a représenté à la figure 2.17 le modèle d'une dislocation mixte, avec une nature coin et vis à la fois, dissociée en deux partielles dans une structure cubique à faces centrées. On y voit clairement l'existence d'un défaut d'empilement entre les deux partielles. Et comme il s'agit là d'une dislocation mixte, les deux partielles y présentent une série de décrochements (kinks en anglais). De plus, on peut même observer la flexion du réseau induite par la partie coin de la dislocation dissociée.

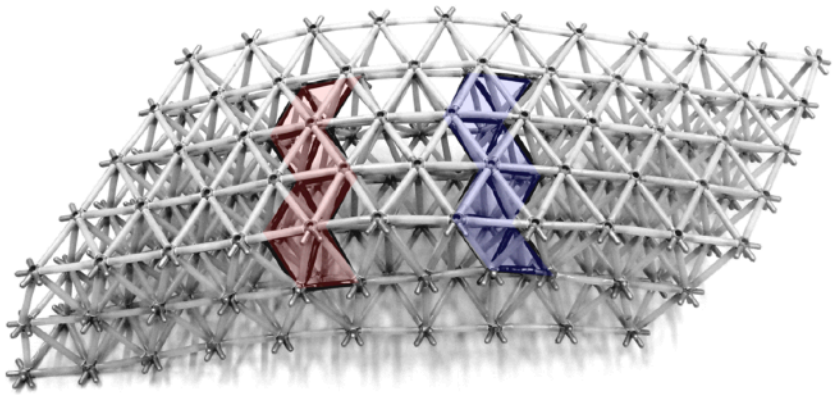


Figure 2.17 - *Modèle d'une dislocation mixte dans un réseau cubique à faces centrées, présentant une dissociation en deux partielles, ainsi que des décrochements sur les partielles*

L'ensemble de toutes les conséquences liés à la structure du réseau sont évidemment trop particulières de chaque structure cristalline envisageable pour être traitées ici en détail. Mais elles peuvent être abordées dans tout livre traitant des dislocations dans les structures cristallines.

Membranes de dislocations quantifiées dans un réseau

On appelle *membrane chargée* une interface mince qui contient des charges de dislocation, et qui sépare deux milieux ne contenant pas de charges. Ces membranes peuvent être des surfaces quelconques dans l'espace *(surfaces infinies, surfaces fermées sphéroïdales ou toriques, rubans ou tubes creux, plaques minces, etc.)*, à la seule condition topologique que, sur tout point de la membrane, l'équation de conservation des charges de dislocation $\mathrm{div}\,\vec{\lambda}_i \equiv 0$ soit satisfaite et que les charges de désinclinaison dérivent des charges de dislocation par la relation $\vec{\theta}_i = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\left[\vec{\lambda}_i - \vec{e}_i \wedge \vec{\lambda} - \vec{e}_i \lambda\right]$.

Si une membrane chargée de dislocation est très mince, il est possible d'introduire la notion de *charge tensorielle surfacique* $\vec{\Pi}_i$ *de dislocation.* L'existence d'une *charge surfacique de dislocation* $\vec{\Pi}_i$ dans la membrane conduit à une discontinuité des composantes tangentielles des vecteurs de distorsion $\vec{\beta}_i$ de part et d'autre de celle-ci, et elle est soumise à la condition *qu'il existe un gradient des composantes du vecteur de Burgers sur la surface de la membrane*.

La modélisation bidimensionnelle d'une membrane mince obtenue avec des charges surfaciques est généralement appelée un *joint.* Le joint est alors entièrement caractérisé par la donnée du tenseur $\vec{\Pi}_i$ de charge surfacique de dislocation, dont les vecteurs sont *tangents à la*

surface de la membrane, ce qui est en fait une conséquence directe de l'équation de conservation $\mathrm{div}\,\vec{\lambda}_i \equiv 0$ des charges de dislocations. Mais il peut aussi être caractérisé par la donnée de la partie anti-symétrique $\vec{\Pi}$ (la charge surfacique de flexion du joint) et de la trace Π (la charge surfacique de rotation du joint) du tenseur de charge $\vec{\Pi}_i$, comme dans le cas des lignes unidimensionnelles de dislocation. Ce point est parfaitement illustré dans la figure 2.18, dans laquelle on présente trois membranes minces dont les vecteurs de Burgers, croissant linéairement selon l'axe $\boldsymbol{O}x_1$, sont orientés respectivement selon les axes $\boldsymbol{O}x_3$, $\boldsymbol{O}x_1$ et $\boldsymbol{O}x_2$. Comme ces membranes minces de dislocation permettent en fait de désorienter ou d'accommoder les *grains solides* situés de part et d'autre de la membrane, on les appelle généralement des *joint de grains.*

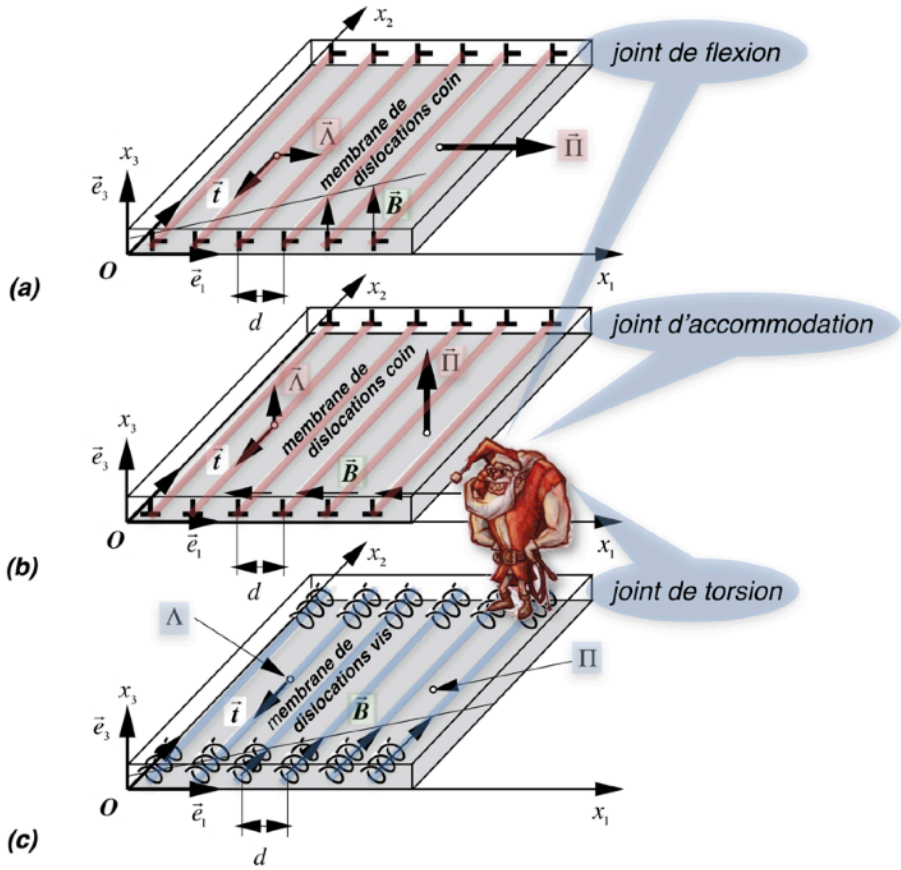


Figure 2.18 - *Membranes de dislocations de type coin: joint de flexion* ***(a)*** *et joint d'accomodation* ***(b)*** *ou membranes de dislocations de type vis: joint de torsion* ***(c)***

On peut par exemple considérer que ces membranes sont en fait chargées par des dislocations coins ou vis orientées parallèlement à l'axe $\boldsymbol{O}x_2$. On peut alors simplement représenter chaque dislocation individuelle par une charge linéique vectorielle $\vec{\Lambda}$ si c'est une dislocation coin ou par une charge linéique scalaire Λ si c'est une dislocation vis. On vérifie alors que:

- la membrane mince de type coin avec un vecteur de Burgers perpendiculaire à la surface et croissant selon l'axe $\boldsymbol{O}x_1$ (figure 2.18a) peut être entièrement caractérisée par une *charge surfacique vectorielle* $\vec{\Pi}$ *de flexion*, dont le vecteur est tangent au plan de la membrane, dirigé

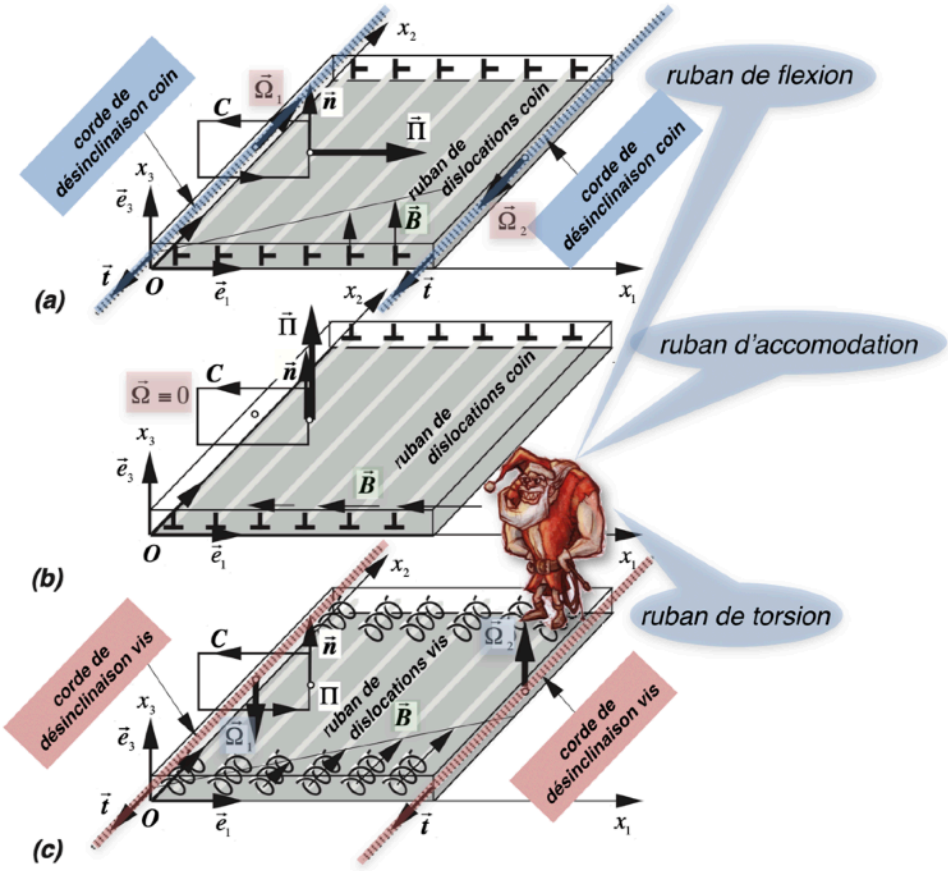


Figure 2.19 - *Rubans de dislocations bordés de lignes de désinclinaison de type coin* ***(a)*** *et de type vis* ***(c)****.*
Le ruban de dislocation ***(b)*** *n'est pas bordé de lignes de désinclinaisons.*

selon $\boldsymbol{O}x_1$, et valant $\vec{\Pi} = \vec{\Lambda} / \boldsymbol{d}$. Comme ce type de membrane coin permet de désorienter les grains solides situés de part et d'autre de la membrane, on l'appelle un *joint de désorientation*, et dans ce cas particulier, comme la désorientation correspond à une flexion du solide, on parle de *joint de flexion*.

- la membrane mince de type coin avec un vecteur de Burgers parallèle à la surface et croissant selon l'axe $\boldsymbol{O}x_1$ (figure 2.18b) peut être entièrement caractérisée par une *charge surfacique vectorielle* $\vec{\Pi}$ *de flexion*, dont le vecteur est perpendiculaire à la membrane, et valant $\vec{\Pi} = \vec{\Lambda} / \boldsymbol{d}$. Comme ce type de membrane coin permet en fait de modifier dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ la densité des plans cristallins des grains solides situés de part et d'autre de la membrane, elle peut être qualifiée de *joint d'accommodation*.

- la membrane mince de type vis avec un vecteur de Burgers parallèle à la membrane et croissant selon l'axe $\boldsymbol{O}x_1$ (figure 2.18c) est entièrement caractérisée par la *charge surfacique scalaire* Π *de rotation* $\Pi = \Lambda / \boldsymbol{d}$. Ce type de membrane vis correspond aussi à un *joint de désorientation* entre les grains solides situés de part et d'autre de la membrane. Dans ce cas particulier, comme la désorientation correspond à une rotation des grains l'un par rapport à l'autre, on parle de *joint de torsion*.

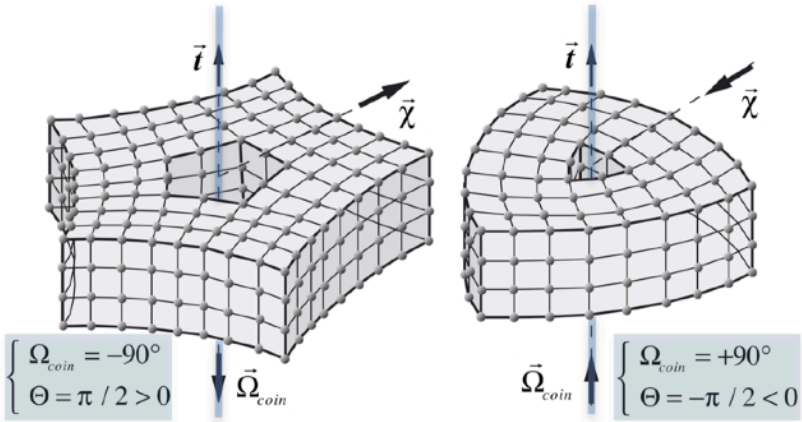


Figure 2.21 - *Exemples de désinclinaisons coins quantifiées* $\Omega = \mp 90°$ *sur un réseau cubique simple.*

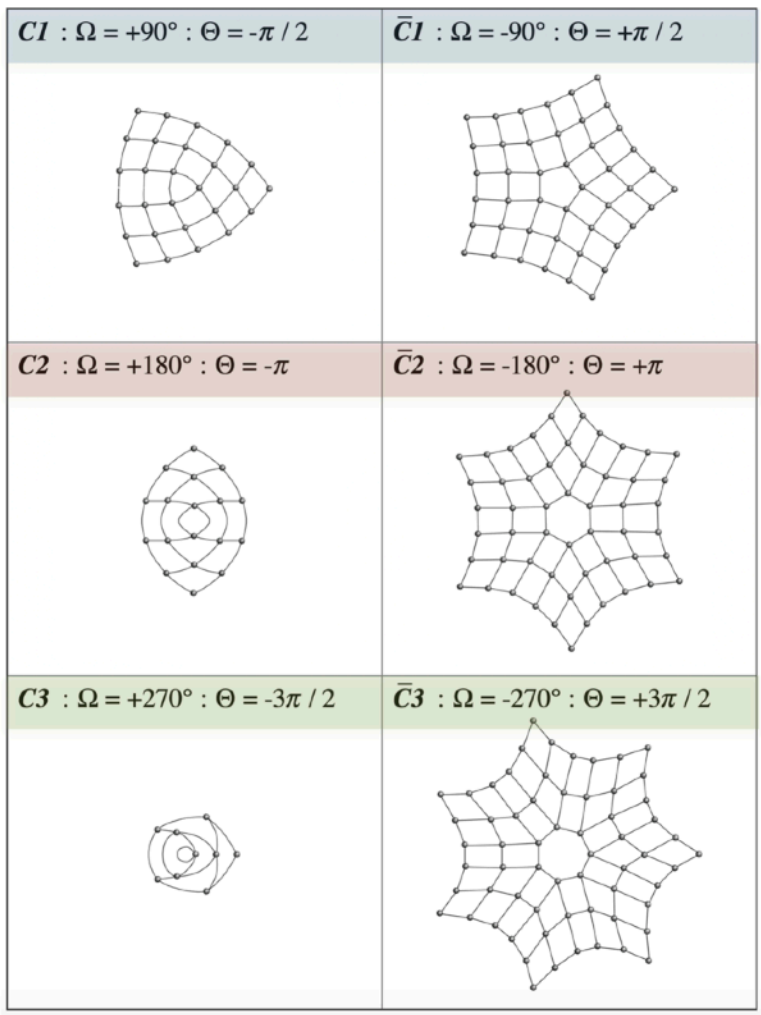


Figure 2.22 - *Famille de désinclinaisons coin quantifiées dans un arrangement plan quadratique*

Les désinclinaisons quantifiées dans un réseau

Comme les charges de désinclinaison dérivent toujours des charges de dislocation par la relation $\vec{\theta}_i = \overrightarrow{\mathrm{rot}}\left[\vec{\lambda}_i - \vec{e}_i \wedge \vec{\lambda} - \vec{e}_i \lambda\right]$, *il ne peut pas exister de cordes de désinclinaison à l'état isolé.* Mais il peut apparaître des cordes de désinclinaisons *en présence d'un domaine de charges de dislocation étendu, comme une membrane de dislocation sous forme d'un ruban*.

On peut considérer par exemple le cas de rubans plans chargés de dislocation, qui s'interrompent brusquement le long de l'axe Ox_1, comme reportées dans la figure 2.16. Les frontières qui bordent ces rubans de dislocations sont alors des lignes de désinclinaison, car il apparaît sur ces frontières des singularités par désinclinaison du champ des rotations par déformations, comme décrites à la figure 1.19, possédant un vecteur de Frank $\vec{\Omega}$ non nul.

Dans cette figure, on constate les points suivants:

- le ruban de dislocation de type coin avec un vecteur de Burgers perpendiculaire à la membrane et croissant selon l'axe Ox_1 (figure 2.19a) correspond à un *joint de flexion localisé.* Il est bordé par *deux désinclinaisons de type coin* dont les vecteurs de Frank sont parallèles à l'axe Ox_2, et qui valent respectivement $\vec{\Omega}_1 = -\vec{\Omega}_2 = -\vec{\Pi} \wedge \vec{n} = -\left|\vec{\Pi}\right|\vec{t}$,
- le ruban de dislocation de type coin avec un vecteur de Burgers parallèle à la membrane et croissant selon l'axe Ox_1 (figure 2.19b) correspond à un *joint d'accommodation localisé.* Comme il n'y a pas alors de discontinuité du champ de rotation par déformations, il n'est bordé par aucune désinclinaison et $\vec{\Omega}_1 = \vec{\Omega}_2 \equiv 0$,
- le ruban de dislocation de type vis avec un vecteur de Burgers parallèle à la membrane et croissant selon l'axe Ox_1 (figure 2.19c) correspond à un *joint de torsion localisé.* Il est bordé par *deux désinclinaisons de type vis* dont les vecteurs de Frank sont parallèles à l'axe Ox_3, et qui valent respectivement $\vec{\Omega}_1 = -\vec{\Omega}_2 = -\Pi\vec{n}$.

On remarquera que la désinclinaison de la figure 2.19a correspond à la désinclinaison ma-

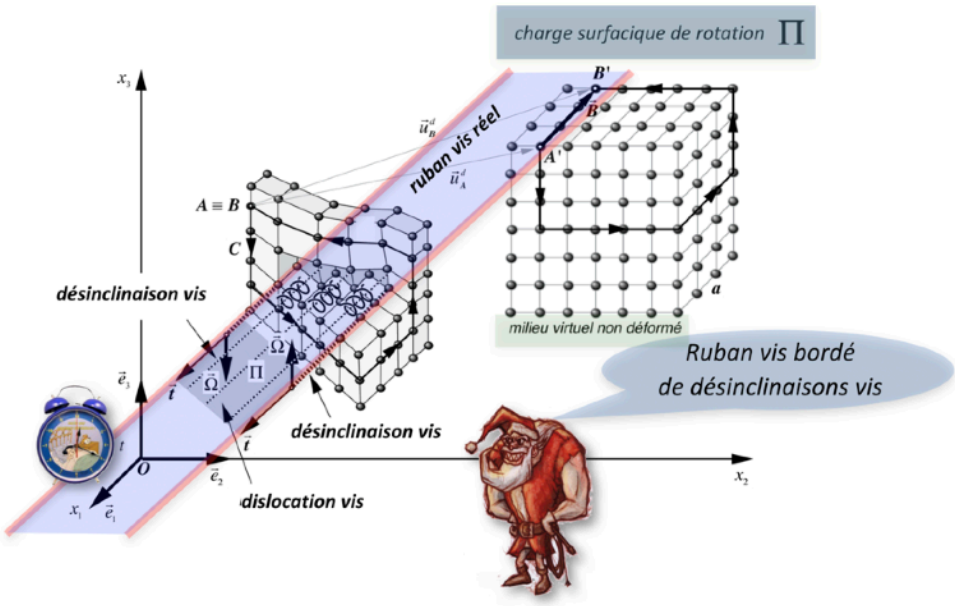


Figure 2.20 - *Ruban de dislocation bidimensionnel quantifié composé de trois dislocations de réseau de type vis*

croscopique représentée à la figure 2.8b, alors que la désinclinaison de la figure 2.19c correspond à la désinclinaison macroscopique de la figure 2.8a. La quantification sur un réseau cubique d'un ruban de désinclinaison similaire à celui de la figure 2.19c a est illustrée à la figure 2.20, dans laquelle on a reporté les deux désinclinaisons bordant un ruban de dislocation quantifié composé de trois dislocations vis de réseau alignées.

Bien qu'il ne puisse exister de désinclinaisons isolées, il est possible d'imaginer des milieux solides structurés qui contiendraient des désinclinaisons rectilignes quantifiées sur leur réseau dans le cas des désinclinaisons coins, comme le montre bien la figure 2.21. Dans cette figure, on a représenté deux désinclinaisons coins avec des vecteurs de Frank $\Omega = \mp 90°$ dans un réseau cubique simple, et on y a aussi reporté le vecteur de courbure $\vec{\chi}$ dû à la charge Θ.

On peut alors *imaginer qu'il puisse exister* différentes familles de désinclinaisons coin quantifiées en considérant des milieux solides avec différents arrangements des particules dans un plan sécant de la ligne de désinclinaison. Pour l'exemple, on va considérer ici des arrangements simples comme l'arrangement sur un réseau quadratique. Mais on pourrait évidemment considérer aussi des arrangements plus complexes, comme des structures tridimensionnelles cubiques centrées, hexagonales ou cubiques à faces centrées.

Dans le cas d'un arrangement quadratique, il peut exister au plus 3 différentes désinclinaisons coin quantifiées, qu'on appellera $C1$, $C2$ et $C3$, avec des angles de rotation Ω de +90°, +180° et +270°, auxquels correspondent 3 anti-désinclinaisons coin quantifiées, $\bar{C}1$, $\bar{C}2$ et $\bar{C}3$, avec des angles de rotation Ω de -90°, -180° et -270° (figure 2.22).

Dans le cas de la figures 2.22, on a reporté les désinclinaisons avec une taille calculée de sorte à ce que l'expansion volumique τ soit identique dans toutes les figures.

A noter aussi que la désinclinaison de +270° dans l'arrangement quadratique pourrait exister ou ne pas exister suivant le milieu imaginaire considéré, car leur existence est liée à la possibilité de connecter entre elles deux liaisons d'une même «particule» dans le milieu solide structuré qu'on considère.

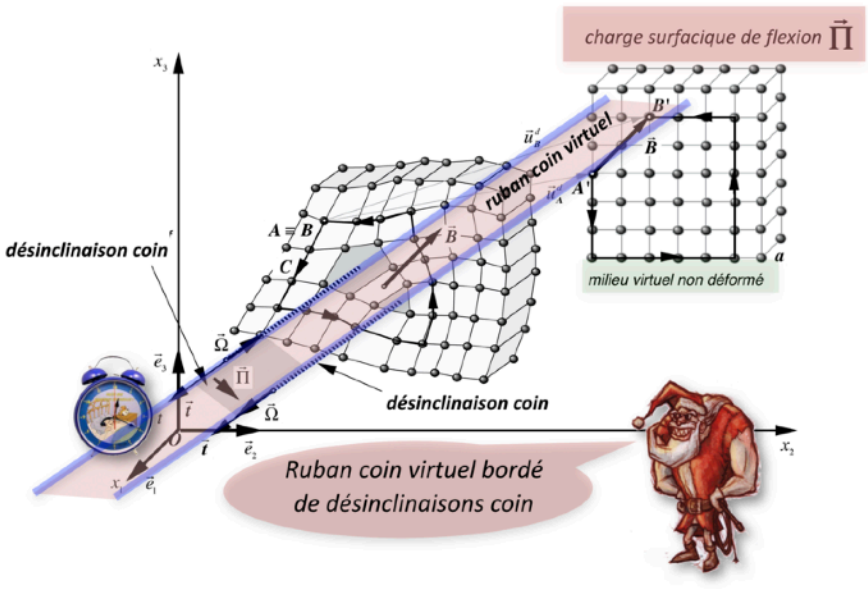


Figure 2.23 - *Doublet de désinclinaisons quantifiées de type coin avec ruban de dislocation virtuel*

Il a été montré qu'il ne peut exister de désinclinaisons isolées de vecteur de Frank non nul. Par conséquent, il est nécessaire de combiner plusieurs désinclinaisons à proximité les unes des autres de sorte à ce que le vecteur de Frank obtenu sur un contour entourant toutes ces désinclinaisons soit nul.

L'exemple reporté à la figure 2.23 illustre parfaitement ce fait: en couplant deux désinclinaisons coin quantifiées de type $C1$ et $\bar{C}1$ dans une structure cubique simple, le vecteur de Frank total devient nul, et il apparaît un ruban virtuel de dislocation de type coin entre les deux désinclinaisons, de vecteur de Burgers global $\vec{B}$ non nul. Le ruban de dislocation de type coin est similaire à celui représenté à la figure 2.19a et contient donc une *charge surfacique vectorielle* $\vec{\Pi}$ *de flexion*. Mais cette charge réelle $\vec{\Pi}$ de flexion n'est pas associée à des dislocations quantifiées réelles du réseau, mais à *un ruban virtuel de dislocation coin.* Dans le cas de ce doublet de désinclinaison coin, on imagine assez facilement que l'énergie de distorsion croît extrêmement vite si on éloigne les deux désinclinaison, de sorte que ces deux désinclinaisons peuvent être considérées comme liées par une *«force forte»*, c'est-à-dire une force attractive qui augmente lorsqu'on tente d'éloigner les deux désinclinaisons.

On peut retrouver les multiplets de désinclinaisons de vecteur de Frank nul qu'il est possible de construire sur la base des désinclinaisons coin quantifiées que nous avons décrites dans le cas du réseau quadratique simple. Les multiplets de base de vecteur de Frank nul, c'est-à-dire ceux qui ne peuvent plus être ultérieurement décomposés en deux ou plusieurs multiplets de vecteur de Frank nul, sont reportés à la figure 2.24. On constate que, dans un réseau quadratique simple, il peut exister 3 doublets, 4 triplets et 2 quadruplets.

3 doublets
+90° / -90°
+180° / -180°
+270° / -270°

4 triplets	
+90° / +90° / -180°	*-90° / -90° / +180°*
+90° / +180° / -270°	-90° / -180° / +270°

2 quadruplets	
+90° / +90° / +90° / -270°	-90° / -90° / -90° / +270°

Figure 2.24 - *Les multiplets de désinclinaisons coin quantifiées dans une structure plane quadratique*

Dans le tableau 2.24, les multiplets composés avec des désinclinaisons $C3$ de +270° sont grisés, car ils pourraient ne pas exister, par exemple dans des milieux structurés n'autorisant pas de connecter entre elles deux liaisons d'une même «particule».

Réseaux solides à symétrie axiale

On appelle *cordes de dispiration*, ou *lignes de dispiration* ou tout simplement *dispirations*, des cordes mixtes résultant de la combinaison d'une corde ou d'une ligne de désinclinaison avec une corde ou une ligne de dislocation. A noter que le vocable de *«dispiration»* est un anglicisme importé tel quel de l'anglais car il n'existe aucune traduction française de ce terme.

On peut imaginer des réseaux qui présentent une certaine symétrie axiale des particules le composant, comme les réseaux cubiques ***(a)*** et ***(b)*** illustrés dans la figure 2.25. Cette symétrie axiale des particules peut présenter simplement une direction privilégiée des particules dans les plans de la structure, comme dans le cas ***(a)***, qui présente une structure alternée de couches successives ***a***, ***b***, ***a***, ***b***, ***a***, ***b***,… La symétrie axiale peut aussi présenter une direction et un sens préférentiels comme dans le cas ***(b)*** qui présente une structure alternée de couches successives ***a***, ***b***, ***c***, ***d***, ***a***, ***b***, ***c***, ***d***, ...

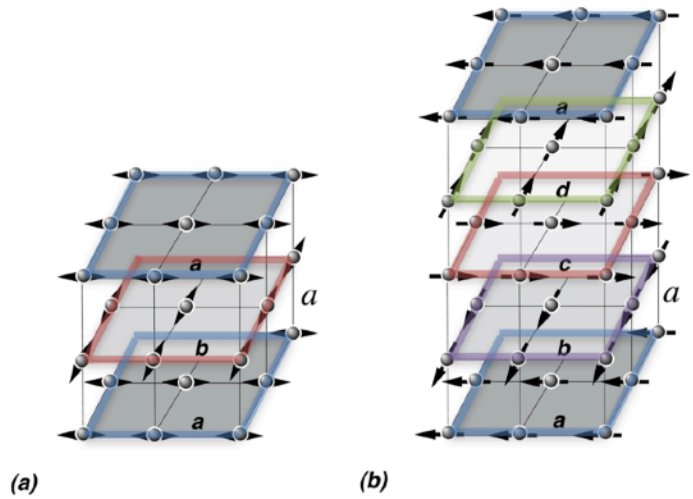


Figure 2.25 - *Réseaux cubique présentant une symétrie axiale, simple dans le cas* ***(a)****, et orientée de type dextrogyre (right-handed) en* ***(b)***

De plus, dans le cas ***(b)***, le sens de rotation des axes des particules le long de l'axe vertical produit un milieu orienté, qu'on qualifie de *dextrogyre (right-handed)* dans le cas ***(b)***, illustré à la figure et de *lévogyre (left-handed)* dans le cas où les plans tournent dans le sens opposé.

S'il est interdit de rompre l'orientation axiale des particules dans un plan, il n'est pas possible d'introduire une dislocation vis orientée verticalement avec un vecteur de Burgers quelconque. En effet, si la distance entre les plans horizontaux vaut a, afin d'assurer la continuité de l'orientation des particules, et aussi de leur sens dans le cas ***(b)***, il faut que la longueur du vecteur de Burgers $\vec{\boldsymbol{B}}_{vis}$ de la dislocation vis soit égale à $\pm 2a$ dans le cas ***(a)***, et $\pm 4a$ dans le cas ***(b)***,

Dans les milieux à symétrie axiale tels ceux reportés à la figure 2.25, on vient d'expliquer que les dislocations vis doivent présenter des vecteurs de Burgers $\vec{\boldsymbol{B}}_{vis}$ dont les longueurs sont des multiples de la longueur a du pas de réseau. En ce cas, les dislocations vis peuvent avoir intérêt à se scinder en partielles avec des vecteurs de Burgers de longueur a, en formant respectivement 2 ou 4 partielles dans les cas ***(a)*** et ***(b)*** respectivement. Entre les dislocations par-

tielles se forment alors des *rubans de fautes de raccordement* entre plans axiaux ***ab***, ***bc***, ***cd***, etc. La distance de séparation des partielles dépend alors de l'énergie γ par unité de surface de la faute de raccordement.

Si le ruban de faute de raccordement possède une énergie γ par unité de surface, l'énergie totale $E_t(d)$ par unité de longueur d'une dislocation vis dissociée sur des distances d s'écrit:
- $E_t(d)=\gamma d+E_d(d)$ dans le cas ***(a),*** où $E_d(d)$ est l'énergie des deux partielles en fonction de la distance d les séparant, qui est une fonction monotone décroissante diminuant de E_0 pour $d=0$ à $E_0/3$ pour $d\to\infty$,
- $E_t(d)=3\gamma d+E_d(d)$ dans le cas ***(b),*** où $E_d(d)$ est l'énergie des quatre partielles en fonction de la distance d les séparant, qui est une fonction monotone décroissante diminuant de E_0 pour $d=0$ à $E_0/3$ pour $d\to\infty$,

L'énergie $E_t(d)$ présente donc un minimum similaire à celui reporté à la figure 2.16 pour la distance $d=d_0$, qui est la distance d'équilibre entre les deux ou les quatre partielles, contrôlée par la compétition entre la diminution d'énergie associée à l'augmentation de distance entre les partielles et l'augmentation d'énergie due à la formation d'un ruban énergétique de faute de raccordement entre les partielles. Ce comportement de l'énergie $E_t(d)$ induit une force d'interaction entre les partielles qu'on peut tout-à-fait qualifier de *force forte*, au sens que l'énergie du triplet de partielles va augmenter si on essaie d'augmenter la distance de séparation au-delà de d_0. Cette force forte présente donc dans son comportement une analogie intéressante avec la force forte agissant entre des quarks dans le Modèle Standard des particules élémentaires.

On imagine alors immédiatement qu'il doit aussi exister des conditions de raccordement assurant la continuité de la symétrie axiale si on veut introduire une désinclinaison dans un tel réseau. En fait, pour s'assurer de cette continuité, il faudra obligatoirement associé à la désinclinaison une dislocation vis avec le bon vecteur de Burgers $\vec{\boldsymbol{B}}$. Il apparaît donc ici une nécessité structurelle d'introduire des dispirations dans de tels milieux.

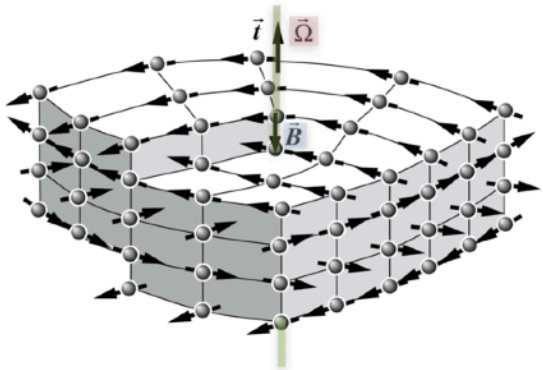


Figure 2.26 - *Dispiration de +90° introduite dans le milieu axial de la figure 2.25* ***(b)*** *montrant bien la nécessité d'ajouter un vecteur de translation* $\vec{\boldsymbol{B}}$ *pour assurer la continuité axiale*

La figure 2.26 illustre parfaitement ce propos. En effet, pour introduire une désinclinaison Ω =+90° dans le milieu représenté à la figure 2.25*(b)*, il est nécessaire de lui ajouter une disloca-

tion vis correctement orientée, de vecteur de Burgers $\vec{\boldsymbol{B}}$ et de longueur a, qui assure la continuité de l'orientation axiale des particules sur les plans du milieu.

A noter qu'une dislocation vis de vecteur de Burgers de sens opposé et de longueur $3a$ aurait aussi pu assurer la continuité de l'orientation axiale des particules sur les plans du milieu, de sorte qu'il existe deux dispirations différentes de rotation Ω =+90° , toutes deux avec une charge linéique de courbure de $\Theta = -\pi / 2$, mais se différenciant par leur vecteur de Burgers $\vec{\boldsymbol{B}}$ associé à une charge linéique de rotation Λ valant $\Lambda = a$ ou $\Lambda = -3a$.

Il n'est pas trop difficile de rechercher quelles charges linéiques de torsion Λ doivent être associées aux différentes dispirations coin de charge linéique de courbure Θ qu'on peut introduire dans les structures cubiques représentées à la figure 2.25.

	Θ	$\Lambda_{(a)}$	$\Lambda_{(b)}^{(dextrogyre)}$	$\Lambda_{(b)}^{(lévogyre)}$
vis	0	$\pm 2a$	$\pm 4a$	$\pm 4a$
C1	$-\pi / 2$	$\pm a$	$+a\ , -3a$	$-a\ , +3a$
$\bar{C}1$	$+\pi / 2$	$\pm a$	$-a\ , +3a$	$+a\ , -3a$
C2	$-\pi$	$0\ , \pm 2a$	$+2a\ , -2a$	$+2a\ , -2a$
$\bar{C}2$	$+\pi$	$0\ , \pm 2a$	$+2a\ , -2a$	$+2a\ , -2a$
C3	$-3\pi / 2$	$\pm a$	$-a\ , +3a$	$+a\ , -3a$
$\bar{C}3$	$+3\pi / 2$	$\pm a$	$+a\ , -3a$	$-a\ , +3a$

Tableau 2.27 - *Charges linéiques de courbure Θ et de rotation Λ des dispirations dans les structures cubiques de la figure 2.25* ***(a)*** *et* ***(b)***

Dans le tableau 2.27, on a reporté ces charges pour les structures cubiques de la figure 2.25 ***(a)*** et ***(b)***. Dans le cas ***(a)***, la structure ne présente pas de différence entre une *orientation dextrogyre* et une *orientation lévogyre* des particules du réseau. Par contre, il apparaît une différence entre ces deux orientations dans le cas ***(b)***, ce qui implique un changement de signe de la charge Λ entre les milieux dextrogyre et lévogyre.

Les boucles quantifiées de dislocation et de désinclinaison dans un réseau

Pour satisfaire l'équation de conservation $\mathrm{div}\,\vec{\lambda}_i = 0$, une corde de dislocation ou de désinclinaison ne peut pas s'interrompre brusquement au sein du milieu. Par contre, une telle corde se refermant sur elle-même pour former une boucle localisée satisfait toujours l'équation de conservation. Dans cette section, on va donc présenter ce type de boucles ainsi que leurs propriétés dans un réseau solide.

Pour une boucle de dislocation circulaire de rayon R, la charge linéique tensorielle $\vec{\Lambda}_i$ de la dislocation peut être reliée à son vecteur de Burgers en utilisant la relation $\vec{\Lambda}_i = -\vec{\boldsymbol{t}}\,\boldsymbol{B}_i$ où $\vec{\boldsymbol{t}}$

représente le vecteur unité tangent à la ligne de dislocation.

Il apparaît alors trois types de boucles de dislocations suivant l'orientation du vecteur de Burgers par rapport à la normale $\vec{n}$ à la surface de la boucle, comme le montre la figure 2.28:
- les *boucles de glissement* (figure 2.28a) lorsque $\vec{B} \perp \vec{n}$, présentant à la fois des portions coin (où $\vec{B} \parallel \vec{m}$), des portions vis (où $\vec{B} \parallel \vec{t}$) et des portions mixtes. Leur vecteur de Burgers peut prendre n'importe quelle orientation dans le plan perpendiculaire à $\vec{n}$. Elles sont obtenues par le processus décrit à la figure 2.4b,
- les *boucles prismatiques* (figure 2.28) lorsque $\vec{B} \parallel \vec{n}$, qui ont leur vecteur de Burgers dans la direction imposée du vecteur unité $\vec{n}$ perpendiculaire au plan de la boucle, et qui sont obtenues par le processus décrit à la figure 2.4c et d.
- les *boucles mixtes* lorsque $\vec{B}$ présente une composante dans la direction de $\vec{n}$ et une composante dans le plan de la boucle.

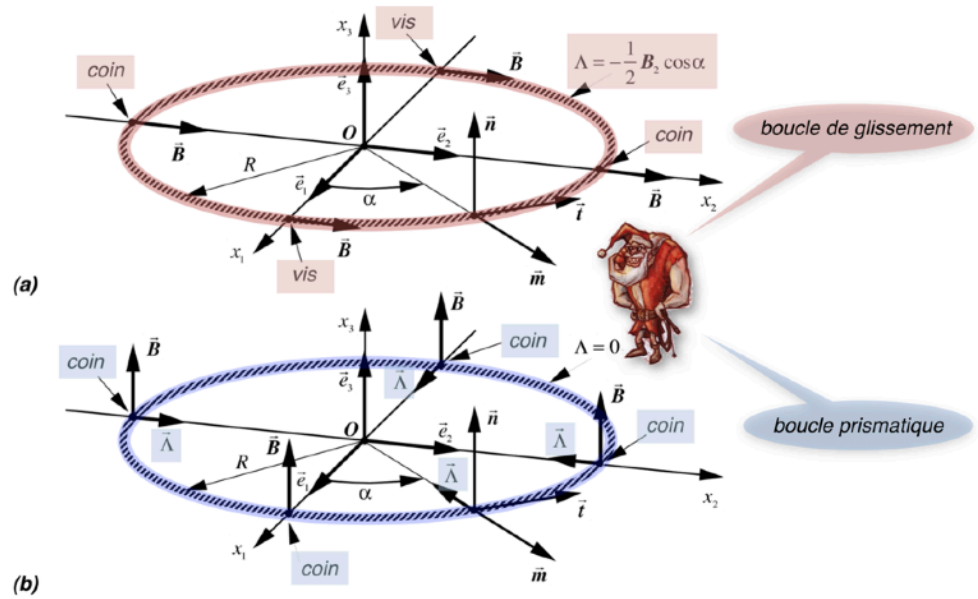


Figure 2.28 - *Boucle de dislocation de glissement* ***(a)*** *et boucle de dislocation prismatique* ***(b)***

On verra par la suite qu'il est utile d'introduire les notions de *charges scalaires globales de rotation* q_λ et de *charges scalaires globales de courbure* q_θ, qui seront en fait très importantes pour caractériser les effets topologiques à grande distance des singularités topologiques. Ces charges scalaires globales sont parfaitement analogues à la charge électrique d'un électron par exemple.

On peut définir une *charge scalaire globale* q_λ *de rotation* d'une boucle de dislocation comme l'intégrale (la somme) de sa *densité linéïque scalaire* Λ *de charge de torsion* prise sur le contour de la boucle:
- dans le cas de la boucle prismatique (figure 2.28b), la *charge scalaire globale* q_λ est nulle car la densité linéïque Λ de charge de torsion est nulle partout sur le contour de la boucle.
- dans le cas de la boucle de glissement (figure 2.28a), la densité linéïque Λ de charge de torsion évolue le long de la boucle en fonction du cosinus de l'angle de α, en devenant positive,

nulle, négative et nulle sur un tour complet, de sorte que la *charge scalaire globale* q_λ *de rotation* est aussi nulle ($q_\lambda = 0$) pour ce type de boucle. En revanche, comme la densité linéïque Λ de charge de torsion est positive pour $\alpha = 0$ *et négative pour* $\alpha = 180°$ dans le cas de la boucle de dislocation de glissement représentée à la figure 2.28a, on déduit que les boucles de dislocations de glissement présentent *un moment dipolaire de charges de rotation*.

On peut aussi définir une *charge scalaire globale* q_θ *de courbure* d'une boucle de dislocation comme l'intégrale (la somme) de sa d*ensité linéïque scalaire* Θ *de charge de courbure* prise sur le contour de la boucle:

- dans le cas de la boucle de glissement (figure 2.28a), comme la densité linéïque Θ de charge de courbure est nulle tout le long de la boucle, sa charge scalaire globale q_θ de courbure est nulle.
- dans le cas de la boucle prismatique (figure 2.28b), la densité linéïque Θ de charge de courbure n'est pas nulle et vaut $\Theta = -\vec{n}\vec{B} / R$, de sorte que *la charge scalaire globale* q_θ *de courbure de la boucle prismatique* vaut $q_\theta = -2\pi\vec{n}\left(\vec{t} \wedge \vec{\Lambda}\right) = 2\pi\vec{\Lambda}\vec{m}$.

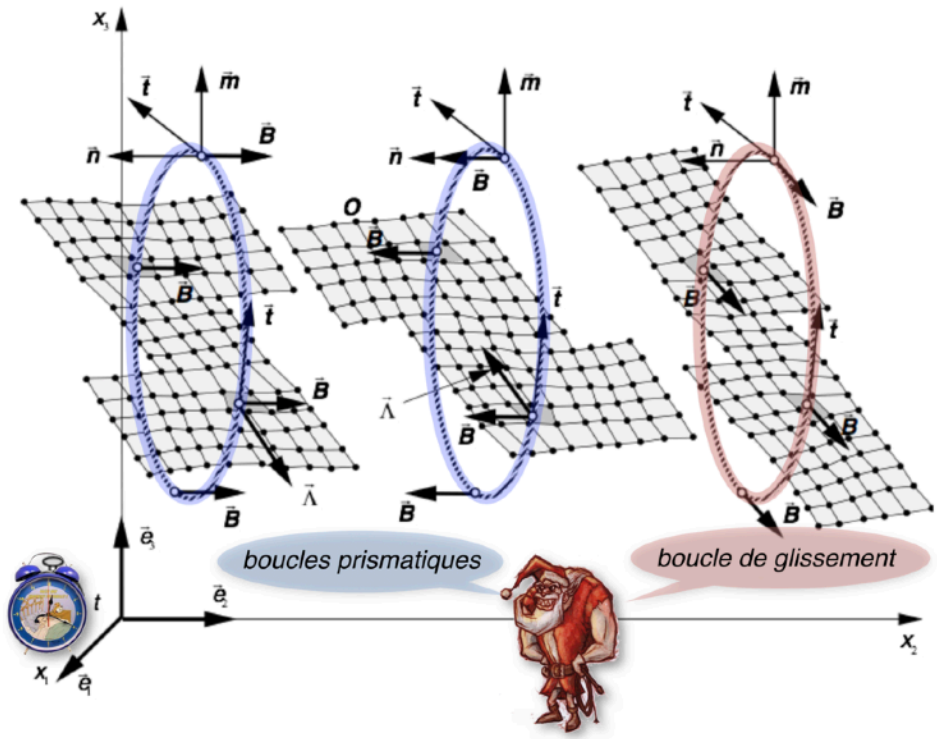


Figure 2.29 - *Quantification des boucles de dislocations sur un réseau*

A l'échelle microscopique d'un réseau solide, le vecteur de Burgers de boucles de dislocations se quantifient, comme le montre schématiquement la figure 2.29 pour des boucles prismatiques et une boucle de glissement au sein d'un réseau cubique. Dans cette figure, on observe aussi clairement les faits suivants:

- les boucles de dislocations prismatiques sont obtenues par l'ajout ou la suppression d'un plan de particules au sein de la boucle (translation perpendiculaire au plan de la boucle), de sorte que le réseau présente de l'*«extra-matière»* sur le plan de la boucle; à noter que la charge sca-

laire globale $\boldsymbol{q}_\theta$ de courbure divergente de la boucle prismatique est directement liée à l'existence de cette *«extra-matière»*,

- les boucles de dislocations de glissement sont obtenues par glissement (translation parallèle au plan de la boucle) dans la direction du vecteur de Burgers, de sorte que le réseau ne présente pas d'*«extra-matière»* en ce cas. Par contre, la présence d'une composante vis dans les régions où $\vec{\boldsymbol{B}} \,||\, \vec{\boldsymbol{t}}$ induit *un champ dipolaire de rotation au voisinage de la boucle de glissement.*

A la figure 2.9, on a montré la réalisation macroscopique d'une boucle de désinclinaison vis. Mais quelles en sont les caractéristiques principales? Pour cela, on considère une boucle constituée d'une désinclinaison vis générée par une rotation $\vec{\boldsymbol{\Omega}}_{vis}$ du plan supérieur d'un angle α par rapport au plan inférieur, comme représenté à la figure 2.30 Le fait qu'on recolle deux plans qui ont été déplacés l'un par rapport à l'autre au sein de la boucle doit faire apparaître sur le plan de la boucle une charge surfacique Π de dislocation. Sur le contour de cette charge surfacique, il apparaît une boucle de désinclinaison vis dont le vecteur de Frank est directement lié à la charge surfacique Π de dislocation car $\vec{\boldsymbol{\Omega}}_{vis} = -\vec{\boldsymbol{n}}\Pi$, qui est elle-même liée à l'angle de rotation $\alpha = \boldsymbol{\Omega}_{vis} = -\Pi$ imposé aux deux mâchoires.

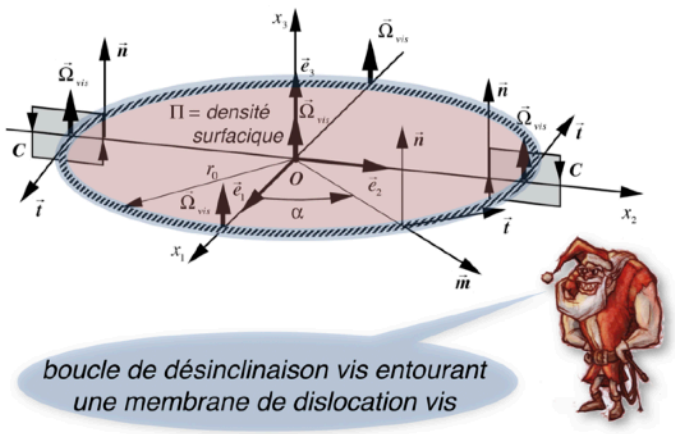


Figure 2.30 - *boucle de désinclinaison vis avec sa membrane chargée*

La charge surfacique Π de rotation peut être intégrée (sommée) sur la surface de la boucle, et il apparaît alors une *charge globale* $\boldsymbol{q}_\lambda$ *de rotation* d'une telle boucle, qui vaut $\boldsymbol{q}_\lambda = \pi R^2 \Pi$. Cette charge globale $\boldsymbol{q}_\lambda$ est en fait la charge de rotation de la boucle de désinclinaison vis telle qu'elle est vue à grande distance de la boucle. Cela signifie qu'une telle boucle peut se comporter comme la source d'un champ $\vec{\omega}$ de rotation divergent au sein du milieu solide.

A noter qu'il est possible de voir une boucle de désinclinaison de manière quelque peu différente. En effet, le fait d'effectuer la rotation des deux plans l'un par rapport à l'autre induit un déplacement le long de la corde *similaire à celui d'une dislocation vis*. Le vecteur de Burgers et la charge linéique de cette *pseudo-dislocation vis* vaudrait alors $\Lambda_{vis} = -\vec{\boldsymbol{B}}_{vis}\vec{\boldsymbol{t}} / 2 = R\Pi / 2$, de sorte que la charge globale de cette pseudo-boucle vis s'écrirait $\boldsymbol{q}_\lambda == 2\pi R \Lambda_{vis} = \pi R^2 \Pi$. On obtient donc bien la même valeur de la charge globale $\boldsymbol{q}_\lambda$ que celle obtenue en considérant la charge surfacique Π, ce qui permet de considérer indifféremment cette singularité comme une boucle de désinclinaison vis ou comme une pseudo-boucle de dislocation vis.

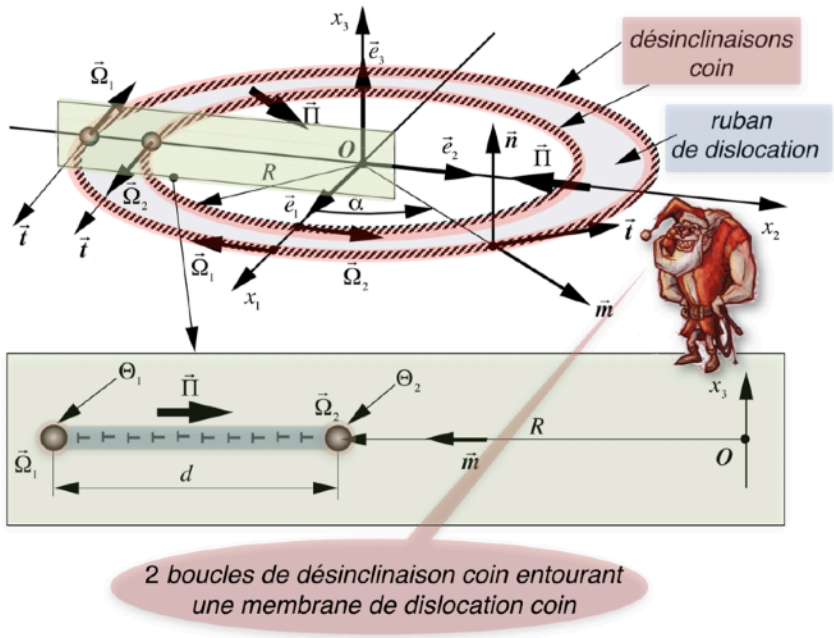


Figure 2.31 - *boucle de doublet de désinclinaisons coin liées par un ruban de dislocation*

A la figure 2.9, on a montré la réalisation macroscopique d'une boucle de désinclinaison coin. Mais quelles en sont les caractéristiques principales? Pour cela, on considère une boucle constituée d'un doublet de désinclinaisons coin liées par un ruban de dislocation virtuel, comme représenté à la figure 2.31, notamment sur l'illustration d'une coupe selon un plan perpendicu-

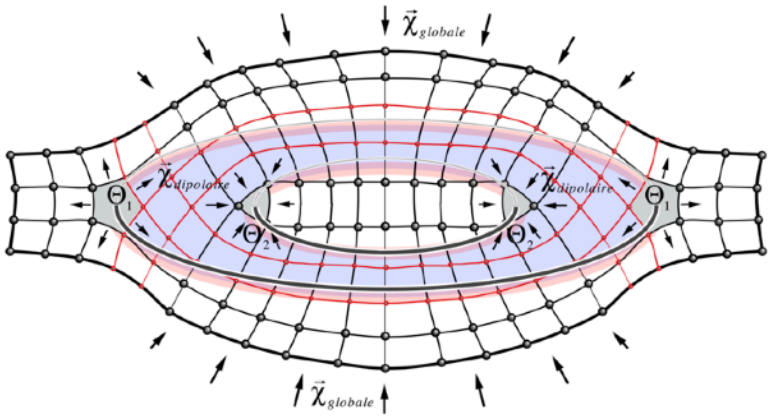


Figure 2.32 - *champ dipolaire local de flexion dû aux charges Θ_1 et Θ_2 et champ de flexion divergent dû à la charge q_θ d'une boucle de doublet de désinclinaison coin*

laire au plan des boucles. Les densités linéiques de charge scalaire de courbure Θ_1 et Θ_2 des deux désinclinaisons sont données par $\Theta_1 = -\vec{\Omega}_1\vec{t} = -\vec{\Pi}\vec{m}$ et $\Theta_2 = -\vec{\Omega}_2\vec{t} = -\vec{\Pi}\vec{m} = -\Theta_1$.

On déduit que l'existence de ces deux densités Θ_1 et Θ_2 de part et d'autre du ruban de dislocation génère un champ dipolaire $\vec{\chi}_{dipolaire}$ de flexion, localisé essentiellement au voisinage

des deux désinclinaisons. Ce champ dipolaire est illustré à la figure 2.32 dans le cas d'un doublet de désinclinaisons quantifiées de $\pm 90°$ dans une structure cubique. On y voit bien les courbures de flexion positives et négatives entourant les deux désinclinaisons.

Il est intéressant alors de voir que le ruban de dislocation de charge surfacique de flexion $\vec{\Pi}$ peut se ramener, par intégration sur la distance d séparant les deux désinclinaisons, à une charge linéique $\vec{\Lambda}$ de dislocation coin virtuelle répartie sur une boucle de rayon $R + d/2$. Ainsi, cette boucle de doublet de désinclinaisons peut être considérée comme similaire à une boucle de dislocation coin de charge linéique $\vec{\Lambda}$ telle que $\vec{\Lambda} = \vec{\Pi} d = -d\,\Theta_1 \vec{\boldsymbol{m}}$.

Une telle boucle de doublets de désinclinaisons possède alors une *charge scalaire globale* $\boldsymbol{q}_\theta$ *de courbure* liée au ruban de dislocation coin virtuelle qu'elle contient, et sa valeur s'écrit $\boldsymbol{q}_\theta = 2\pi \vec{\Lambda} \vec{\boldsymbol{m}} = 2\pi \boldsymbol{B}_3 = 2\pi d \vec{\Pi} \vec{\boldsymbol{m}} = -2\pi d \Theta_1$. On peut encore imaginer que le diamètre de la boucle interne de désinclinaison tende vers zéro et qu'il ne reste que la boucle de désinclinaison externe, de charge linéique Θ_1 et de rayon d. En ce cas, la charge globale de courbure $\boldsymbol{q}_\theta$ reste inchangée et est toujours donnée par la même relation. Cette charge globale de courbure $\boldsymbol{q}_\theta$ est celle qui est due au ruban de dislocation dans son entier, et celle qui est vue à distance suffisamment grande de la boucle pour qu'il ne soit plus possible de distinguer cette boucle d'une simple boucle de dislocation coin. La charge $\boldsymbol{q}_\theta$ est alors responsable de la flexion globale $\vec{\chi}_{globale}$ du réseau à grande distance, comme l'illustre bien la figure 2.32 dans le cas d'un doublet de désinclinaisons quantifiées de $\pm 90°$ dans une structure cubique.

Amas de dislocations, de désinclinaisons et de dispirations

Étant donné que les *cordes de dislocation, de désinclinaison* et *de dispiration* contenant des densités de charges tensorielles non nulles peuvent être refermées sur elles-mêmes sous forme de boucles, il est tout-à-fait possible d'imaginer l'existence de petits amas très localisés de telles boucles au sein d'un milieu solide. De tels amas sont en principe entièrement caractérisés par leur densité tensorielle $\vec{\lambda}_i$ de charges de dislocation, qui prennent une valeur non nulle au sein des cordes, dans le domaine de l'amas.

Comme l'amas est composé exclusivement de boucles se refermant sur elles-même, il n'existe pas de vecteurs $\vec{\boldsymbol{B}}$ et/ou $\vec{\boldsymbol{\Omega}}$ non nuls sur tout contour entourant l'amas sans le traverser, ce qui implique qu'il n'existe pas de discontinuités du champ de déplacement virtuel $\vec{u}^{(\delta)}$ ni de discontinuités du champ de rotation locale $\vec{\omega}^{(\delta)}$ dans la partie du solide entourant l'amas, et que, par conséquent, *le solide reste parfait en-dehors de l'amas*.

Cependant, la présence de l'amas au sein du solide doit assurément impliquer un champ de distorsion élastique et anélastique du *solide parfait entourant l'amas* et jusqu'à une certaine distance de celui-ci, tout comme la présence d'une densité de charges électriques ρ localisée implique un champ de déplacement électrique $\vec{D}$ à distance de ces charges en électromagnétisme.

Pour trouver ce champ, il faut faire intervenir ici le fait qu'il n'existe, hormis l'équation de conservation de la charge tensorielle $\mathrm{div}\,\vec{\lambda}_i \equiv 0$, aucune restriction sur les densités scalaires λ et θ de charges de rotation et de flexion. Par conséquent, il est tout-à-fait possible que, suivant la nature des charges composant l'amas, celui-ci puisse posséder des *charges scalaires globales de rotation* $\boldsymbol{Q}_\lambda$ *et de courbure* $\boldsymbol{Q}_\theta$ non nulles, définies par les sommes sur toutes les boucles fermées des charges globales $\boldsymbol{q}_{\lambda(i)}$ et $\boldsymbol{q}_{\theta(i)}$ telles que nous les avons définies précé-

demment pour chaque boucle individuelle dans la section précédente. On peut imaginer par exemple que la charge de courbure d'un amas puisse être due à des boucles de dislocation prismatiques, de nature lacunaire ou interstitielle (figure 2.29) et/ou des boucles de désinclinaison coin (figure 2.31), et que la charge de rotation puisse être due à des boucles de désinclinaison vis (figure 2.30).

Ces considérations permettent alors de retrouver les champs de distorsions élastiques et anélastiques qu'implique *à grande distance* la présence d'un amas localisé de charges.

La présence d'une charge scalaire globale $\boldsymbol{Q}_\lambda$ de rotation non nulle dans un amas localisé de charges se comporte comme *la source d'un champ de rotation* $\vec{\omega}$ *divergent* au sein du solide parfait avoisinant l'amas de charges (fig. 2.33). Le champ de rotation présente alors une *singularité topologique* à l'endroit où se situe l'amas de charge $\boldsymbol{Q}_\lambda$, et sa norme $|\vec{\omega}|$ présente une décroissance en $1/R^2$ à grande distance de l'amas.

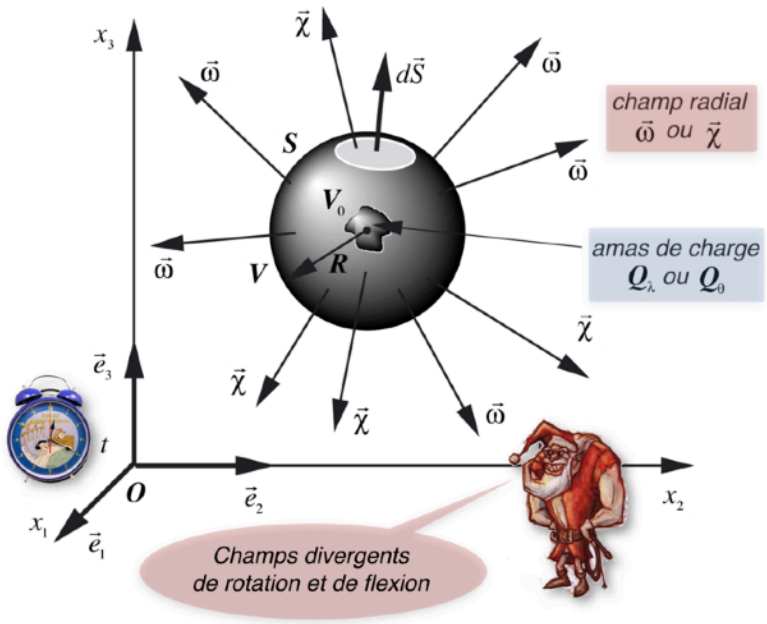


Figure 2.33 - *Champs divergents de rotation et de flexion au voisinage d'un amas de charges*

Tout se passe en fait exactement comme en électromagnétisme, où une densité ρ localisée de charges électriques, conduisant à une charge électrique macroscopique localisée $\boldsymbol{Q}$, se comporte comme une singularité responsable d'un champ de déplacement électrique $\vec{D}$ divergent dans l'espace environnant.

Une charge scalaire macroscopique de courbure $\boldsymbol{Q}_\theta$ non nulle se comporte, quant à elle, comme *la source d'un champ de flexion* $\vec{\chi}$ *divergent* au sein du solide parfait avoisinant l'amas de charges (figure 2.33). Le champ de flexion présente alors une *singularité topologique* à l'endroit où se situe l'amas de charge $\boldsymbol{Q}_\theta$, et sa norme $|\vec{\chi}|$ présente aussi une décroissance en $1/R^2$ à grande distance de l'amas. Autrement dit, au voisinage d'une charge globale $\boldsymbol{Q}_\theta$ localisée de courbure, le solide présente des courbures par flexions de symétrie sphérique autour de la singularité.

Soit un *solide hypothétique* dans lequel les charges sont confinées dans des amas localisés, comme illustré par exemple à la figure 2.34, et donc dans lequel *il n'existe pas de cordes de dislocations et de désinclinaisons se propageant sur de grandes distances* par rapport à l'échelle à laquelle le solide est étudié. Il est clair que, suivant la complexité de la structure interne de ces amas, autrement dit la complexité de l'intrication des boucles composant ces amas, la description des champs de distorsion et de contorsion au sein même des amas peut être très complexe. Mais si ces amas ont des structures internes stables et qu'ils peuvent se mouvoir individuellement au sein du solide, mais sans interagir suffisamment entre eux pour modifier leur structure interne, il est possible de simplifier grandement la description des champs de distorsion régnant dans ce solide.

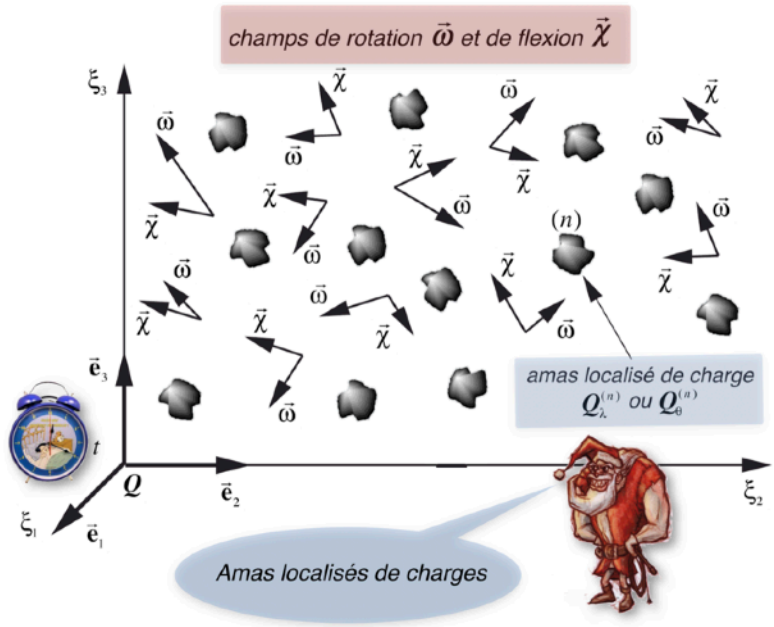


Figure 2.34 - *Description d'un solide contenant des amas localisés de charges*

Dans ce cas en effet, et dans la mesure où l'on est essentiellement intéressé à décrire les champs de distorsion et de contorsion élastiques et anélastiques dans les domaines du solide parfait, c'est-à-dire à une certaine distance à l'extérieur des amas de charges, le problème peut être résolu beaucoup plus simplement en ne considérant que les densités scalaires de charge λ et θ à l'intérieur des amas, qui peuvent se traduire à grande distance par l'existence de deux charges scalaires macroscopiques $\boldsymbol{Q}_{\lambda(n)}$ et $\boldsymbol{Q}_{\theta(n)}$ pour chaque amas numéro (n).

En fait, la connaissance de la distribution des densité de charge λ et θ à l'intérieur d'un amas permet de trouver des conditions purement topologiques, et par conséquent indépendantes des propriétés élastiques du solide considéré, qui sont imposées aux champs de rotation $\vec{\omega}$ et de flexion $\vec{\chi}$ régnant dans le solide parfait à l'extérieur de l'amas. Ces conditions sont simplement exprimées par les équations scalaires de géométrocompatibilité $\lambda = \mathrm{div}\,\vec{\omega}$ et $\theta = \mathrm{div}\,\vec{\chi}$. Suivant l'inhomogénéité de la distribution interne des densités de charge λ et θ dans l'amas, il peut alors apparaître *à courte et moyenne distance* de chaque amas des *champs* $\vec{\omega}$ *et* $\vec{\chi}$ *dipolaires ou multipolaires*.

Par contre, *à grande distance* des amas de charges, c'est essentiellement la présence de charges scalaires macroscopiques $\boldsymbol{Q}_{\lambda(n)}$ et $\boldsymbol{Q}_{\theta(n)}$ différentes de zéro qui sera responsable de l'apparition de *champs radiaux monopolaires de rotation* $\vec{\omega}$ *et de flexion* $\vec{\chi}$, comme on l'a déjà illustré à la figure 2.33.

Ainsi, dans ce cas particulier de charges localisées dans des amas, ce sont *les deux champs vectoriels invariants*, à savoir les champs de rotation $\vec{\omega}$ et de flexion $\vec{\chi}$, qui sont affectés à une certaine distance des amas de charges. Et il est tout-à-fait remarquable que chacun de ces amas peut être individuellement et complètement caractérisé, quant à ses effets à grande distance sur les champs de distorsion et de contorsion, par ses deux seules charges scalaires macroscopiques $\boldsymbol{Q}_{\lambda(n)}$ et $\boldsymbol{Q}_{\theta(n)}$, quand bien même ces amas peuvent avoir des structures de coeur très complexes, de nature tensorielle, donc très fortement dépendante de leur orientation spatiale dans le référentiel local.

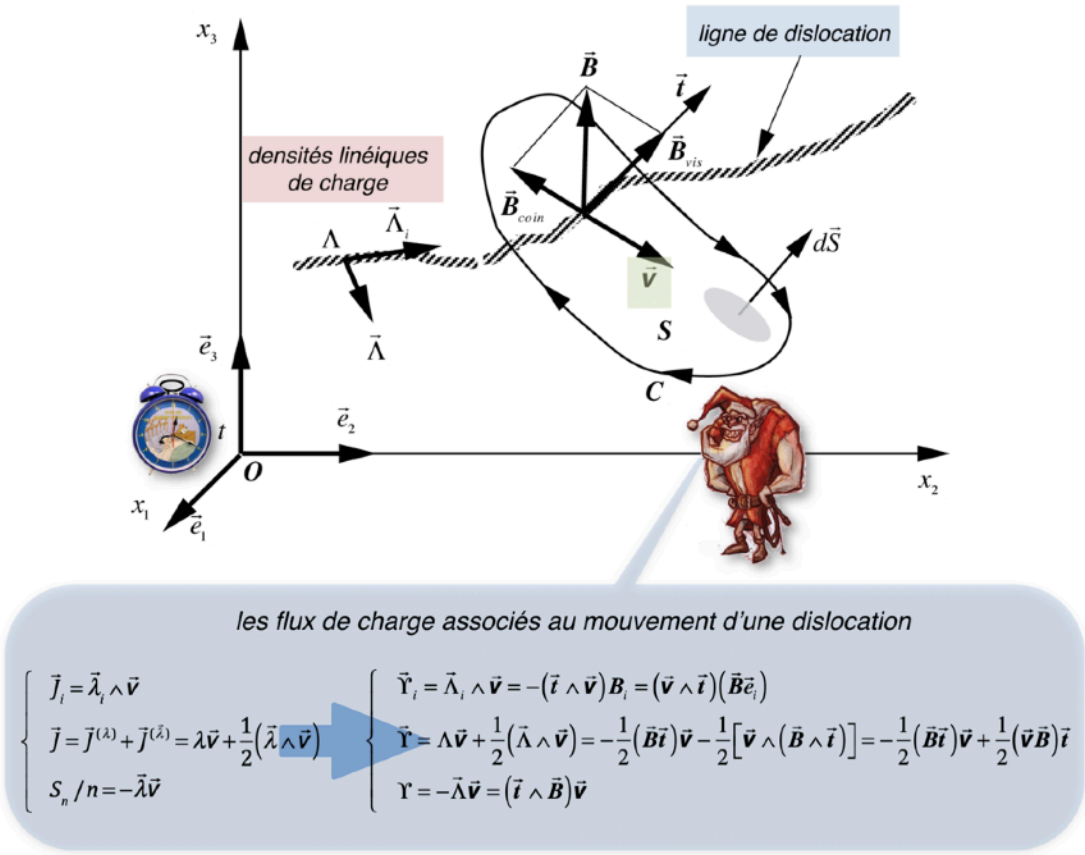
Dans l'analogie développée précédemment avec l'électromagnétisme, le champ de rotation $\vec{\omega}$ est l'analogue du déplacement électrique $\vec{D}$, et la charge macroscopique de rotation $\boldsymbol{Q}_{\lambda(n)}$ est l'analogue de la charge électrique macroscopique $\boldsymbol{Q}$ d'un corpuscule en électromagnétisme. Mais existe-t-il aussi une analogie similaire pour le champ de flexion $\vec{\chi}$ et la charge globale de courbure $\boldsymbol{Q}_{\theta(n)}$? Une réponse partiellement positive peut être donnée ici. En effet, la présence d'un amas de charge de flexion $\boldsymbol{Q}_{\theta(n)}$ macroscopique est responsable d'un champ vectoriel de flexion $\vec{\chi}$ non nul et divergent dans son voisinage, donc d'une *courbure spatiale du réseau solide* entourant cet amas, ce qui se traduit par l'apparition de champs non nuls de cisaillement et d'expansion volumique. Ainsi, la présence d'un amas de charges tel que $\boldsymbol{Q}_{\theta(n)} \neq 0$ implique, vis-à-vis du réseau solide, un résultat présentant une certaine analogie avec celui que stipule la théorie de la gravitation générale d'Einstein vis-à-vis de l'espace-temps en présence de matière, à savoir qu'un amas de matière situé en un endroit de l'espace est directement responsable d'une *courbure de l'espace-temps* l'avoisinant. On reviendra plus tard en détail sur cette analogie.

Flux de charges de dislocation

L'interprétation macroscopique des tenseurs de densité $\vec{\lambda}_i$ de charges de dislocation ainsi que l'équation de conservation $\mathrm{div}\,\vec{\lambda}_i \equiv 0$ à laquelle satisfont ces tenseurs ont fait apparaître les notions de cordes et de boucles de dislocation, de désinclinaison et de dispiration. Il a aussi été montré qu'à grande distance d'amas de charges plastiques, ce sont essentiellement les deux champs vectoriels invariants, à savoir les champs de rotation $\vec{\omega}$ et de courbure $\vec{\chi}$, qui sont affectés par les composantes scalaires λ et θ des charges. Il reste maintenant à faire le lien entre ces grandeurs et les flux de charges $\vec{J}_i$ et $\vec{J}$ introduits dans les équations géométrocinétiques de la figure 2.5.

Considérons donc un tube rempli d'une densité $\vec{\lambda}_i$ de charges de dislocation, qui se déplace à *la vitesse relative* $\vec{\boldsymbol{v}}$ *par rapport au réseau,* où la vitesse est mesurée perpendiculairement à la direction du tube. On peut montrer que la relation existant entre la densité tensorielle de charge $\vec{\lambda}_i$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ par rapport au réseau et *le flux tensoriel de charges* $\vec{J}_i$ qui est associé à ce mouvement s'écrit alors $\vec{J}_i = \vec{\lambda}_i \wedge \vec{\boldsymbol{v}}$, dont on déduit aussi *le flux vectoriel de charges* $\vec{J} = \vec{J}^{(\lambda)} + \vec{J}^{(\vec{\lambda})} = \lambda\vec{\boldsymbol{v}} + \left(\vec{\lambda} \wedge \vec{\boldsymbol{v}}\right)/2$ et *la source scalaire de sites* $S_n / n = -\vec{\lambda}\vec{\boldsymbol{v}}$.

On peut appliquer cette relation au cas des lignes de dislocation. On considérons une ligne



$$\begin{cases} \vec{J}_i = \vec{\lambda}_i \wedge \vec{v} \\ \vec{J} = \vec{J}^{(\lambda)} + \vec{J}^{(\vec{\lambda})} = \lambda \vec{v} + \frac{1}{2}\left(\vec{\lambda} \wedge \vec{v}\right) \\ S_n / n = -\vec{\lambda}\vec{v} \end{cases} \quad \begin{cases} \vec{\Upsilon}_i = \vec{\Lambda}_i \wedge \vec{v} = -\left(\vec{t} \wedge \vec{v}\right) B_i = \left(\vec{v} \wedge \vec{t}\right)\left(\vec{B}\vec{e}_i\right) \\ \vec{\Upsilon} = \Lambda \vec{v} + \frac{1}{2}\left(\vec{\Lambda} \wedge \vec{v}\right) = -\frac{1}{2}\left(\vec{B}\vec{t}\right)\vec{v} - \frac{1}{2}\left[\vec{v} \wedge \left(\vec{B} \wedge \vec{t}\right)\right] = -\frac{1}{2}\left(\vec{B}\vec{t}\right)\vec{v} + \frac{1}{2}\left(\vec{v}\vec{B}\right)\vec{t} \\ \Upsilon = -\vec{\Lambda}\vec{v} = \left(\vec{t} \wedge \vec{B}\right)\vec{v} \end{cases}$$

Figure 2.35 - *Les flux de charge associés à une ligne de dislocation se déplaçant à vitesse $\vec{v}$ dans le référentiel $Ox_1x_2x_3$*

de dislocation comme celle reportée à la figure 2.35, qui se déplace par rapport au réseau à vitesse $\vec{v}$. Il est clair que, dans le cas d'une ligne, la vitesse $\vec{v}$ ne peut être que perpendiculaire en tous points à la direction $\vec{t}$ de la ligne. Dans le cas d'une ligne, on peut intégrer (sommer) le flux vectoriel de charges $\vec{J}_i$ sur la surface du contour C entourant la ligne de dislocation et mobile avec elle. Les intégrations sur la surface du contour des flux de charges $\vec{J}_i$ et $\vec{J}$ vont donner les *flux linéiques associés à la dislocation mobile*, c'est-à-dire les flux totaux par unité de longueur de dislocation, qu'on représentera par les symboles $\vec{\Upsilon}_i$ et $\vec{\Upsilon}$. Comme les flux $\vec{J}_i$ et $\vec{J}$ ont comme dimension l'inverse d'un temps (1/s), les flux linéiques $\vec{\Upsilon}_i$ et $\vec{\Upsilon}$ auront comme dimension une surface par unité de temps (m²/s). Quant à la source de sites de réseau S_n / n, son intégrale représentera aussi une surface par unité de temps (m²/s), et on l'écrira Υ. Il vient alors les relations reportées dans la figure 2.35, qui relient les *flux linéiques* $\vec{\Upsilon}_i$ *et* $\vec{\Upsilon}$*,* ainsi que la *source linéïque de sites* Υ aux *densités linéïques de charge* $\vec{\Lambda}_i$, $\vec{\Lambda}$ et Λ des dislocations. On en déduit aussi les relations liant directement les flux linéiques $\vec{\Upsilon}_i$, $\vec{\Upsilon}$ et Υ au vecteur de Bürgers $\vec{B}$ de la dislocation.

Si la dislocation ne comporte qu'une composante vis, le flux $\vec{\Upsilon}_{vis}$ sera donné par la relation reportée dans la figure 2.36. Cette relation montre que, comme la vitesse $\vec{v}$ est toujours perpendiculaire à la direction $\vec{t}$ de la ligne, les dislocations purement vis peuvent se mouvoir dans toutes les directions perpendiculaires à la direction $\vec{t}$. On parle en ce cas d'un mouvement de

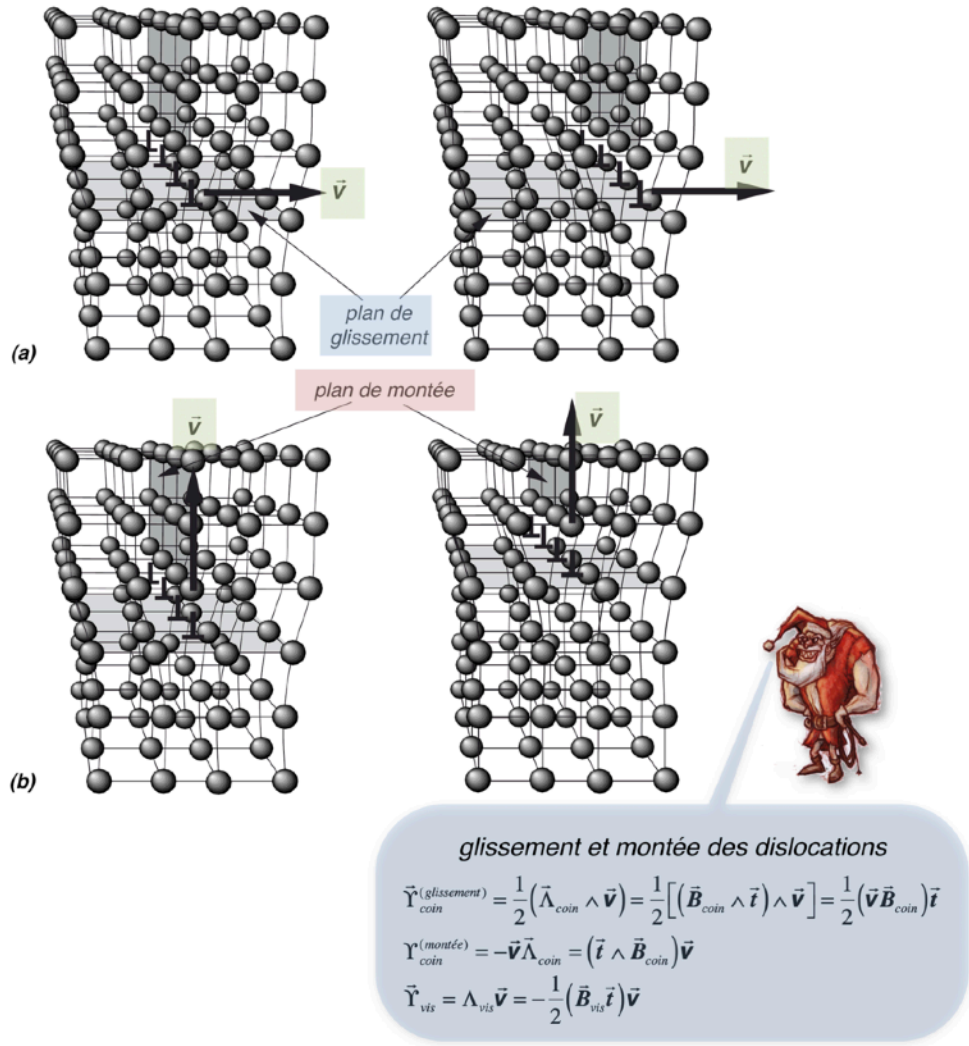


Figure 2.36 - *Les mouvements de glissement* ***(a)*** *et de montée* ***(b)*** *d'une dislocation coin*

glissement des dislocations vis, et les plans sur lesquels la dislocation vis se déplace sont appelés des *plans de glissement*.

Dans le cas d'une dislocation purement coin, il apparaît deux types de mouvement possibles, conduisant aux flux linéïques $\vec{\Upsilon}_{coin}^{(glissement)}$ et $\Upsilon_{coin}^{(montée)}$ dont les expressions mathématiques sont reportées dans la figure 2.36:

- le mouvement pour lequel $\vec{v}$ est perpendiculaire à $\vec{\Lambda}$, et qui est responsable d'un flux de charge vectoriel $\vec{\Upsilon}_{coin}^{(glissement)}$. Ce mouvement est représenté à la figure 2.36a. Il correspond à un mouvement conservatif de *glissement* de la dislocation coin sur son *plan de glissement,* défini comme le plan perpendiculaire à $\vec{\Lambda}$, donc le plan qui contient à la fois le vecteur de Burgers $\vec{B}_{coin}$, la direction $\vec{t}$ de la ligne et le vecteur vitesse $\vec{v}$.

le mouvement pour lequel $\vec{v}$ est parallèle à $\vec{\Lambda}$, et qui est responsable d'un flux de charge scalaire $\Upsilon_{coin}^{(montée)}$. Ce mouvement est représenté à la figure 2.36b. Il correspond à un mouvement non conservatif de *montée* de la dislocation coin perpendiculairement à son *plan de glissement.* La dislocation *«monte»* dans le réseau, en créant ou en annihilant un plan du réseau. Ce mou-

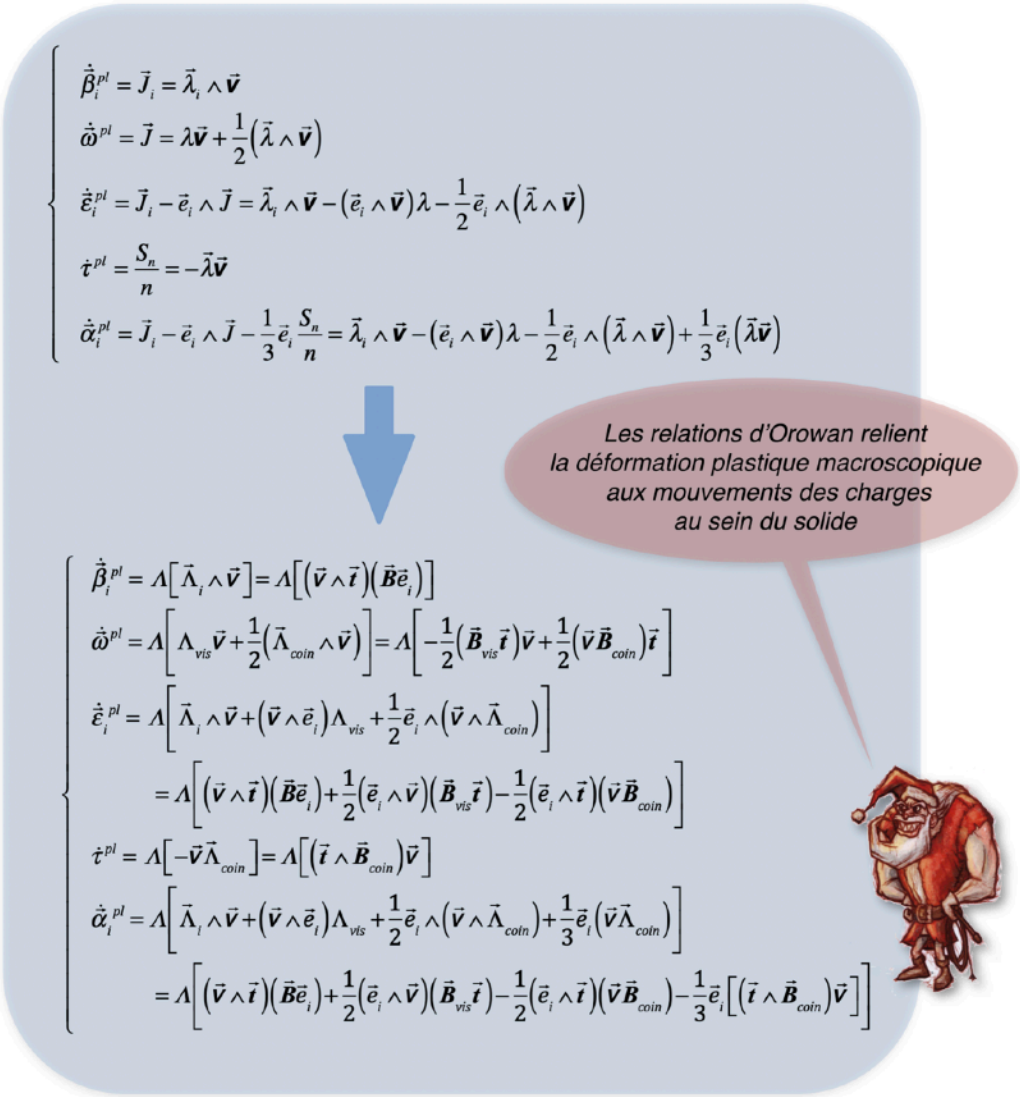


Figure 2.37 - *Les relations d'Orowan qui relient les distorsions plastiques au mouvement des charges*

vement est donc non conservatif au sens qu'il détruit ou construit du réseau, et c'est ce mouvement qui est responsable de l'existence d'une source S_n de sites de réseau dans l'équation géométrocinétique de l'expansion volumique reportée dans la figure 2.5, et qui s'écrit comme $S_n = -n\vec{v}\vec{\Lambda}_{coin} = n(\vec{t} \wedge \vec{B}_{coin})\vec{v}$.

C'est le mouvement des charges de dislocation qui est responsable de la déformation plastique macroscopique d'un solide. A partir de la connaissance des flux $\vec{J}_i$ de charges de dislocation, il est alors possible de remonter aux *distorsions plastiques macroscopiques* $\vec{\beta}_i^{pl}$ du solide grâce aux fameuses *relations d'Orowan*. Les dérivés totales le long de la trajectoire du milieu des distorsions plastiques macroscopiques $\dot{\vec{\beta}}_i^{pl}$, $\dot{\vec{\varepsilon}}_i^{pl}$, $\dot{\vec{\alpha}}_i^{pl}$, $\dot{\vec{\omega}}^{pl}$ et $\dot{\tau}^{pl}$ du solide chargé sont reportées dans la figure 2.37, en fonction des densités volumiques de charges $\vec{\lambda}_i$, $\vec{\lambda}$ et λ, en fonction des densités linéïques de charges $\vec{\Upsilon}_i$, $\vec{\Upsilon}$ et Υ associés au mouvement des lignes de dislocation, et finalement en fonction des vecteurs de Burgers des dislocations en lieu et place des densités linéiques de charge des lignes de dislocation.

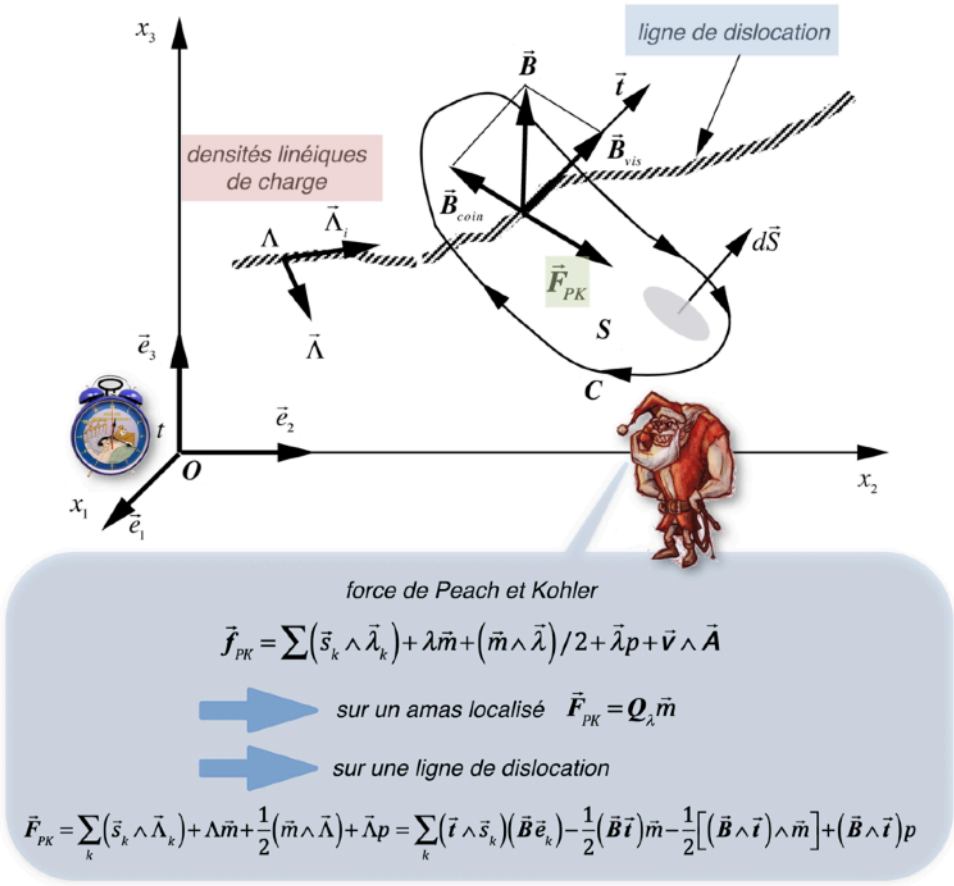


Figure 2.38 - *La force de Peach et Koehler $\vec{F}_{PK}$ agissant sur les singularités topologiques*

La force de Peach et Kohler agissant sur une ligne de dislocation

En établissant l'équation de bilan énergétique d'un solide contenant des dislocations, il apparaît un terme de puissance $\boldsymbol{P}_{ch} = \vec{s}_k \vec{J}_k + \vec{m}\vec{J} - pS_n / n$ qui n'est rien d'autre que la puissance fournie aux charges par les champs de contrainte $\vec{s}_k, \vec{m}, p$ apparaissant au sein du solide déformable. Dans ce terme de puissance, il est possible de remplacer les flux $\vec{J}_k$, $\vec{J}$ et S_n / n par leurs expressions en fonction de la vitesse des charges $\vec{\boldsymbol{v}}$, tirées de la figure 2.35. Il vient une expression de $\boldsymbol{P}_{ch}$ contenant cette fois les densités de charges $\vec{\lambda}_k$, $\vec{\lambda}$ et λ. La puissance $\boldsymbol{P}_{ch}$ fournie aux charges est donc le produit $\boldsymbol{P}_{ch} = \vec{\boldsymbol{f}}_{PK}\vec{\boldsymbol{v}}$ d'une vitesse par un terme qui ne peut être qu'une force $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK}$ agissant sur les densités de charges $\vec{\lambda}_k, \vec{\lambda}, \lambda$ par unité de volume. L'expression obtenue pour cette force est reportée dans la figure 2.38.

Cette force qui dépend des tenseurs de contrainte $\vec{s}_k$, $\vec{m}$ et/ou p est généralement appelée *la force de Peach et Koehler*. Comme la dimension des $\vec{\lambda}_k, \vec{\lambda}, \lambda$ est l'inverse d'une longueur (1/m) et que la dimension du torseur des moments est un moment par unité de volume, à savoir des (Nm/m³), la force $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK}$ a pour dimension une force par unité de volume (N/m³). Le dernier terme contenant *un vecteur* $\vec{\boldsymbol{A}}$ est rajouté ici car c'est *un terme de force qui ne produirait pas de travail*, et donc qui n'apparaîtrait pas dans l'expression de la puissance $\boldsymbol{P}_{ch}$. Nous verrons d'ailleurs plus tard que ce terme correspond en fait à une force relativiste analogue à la

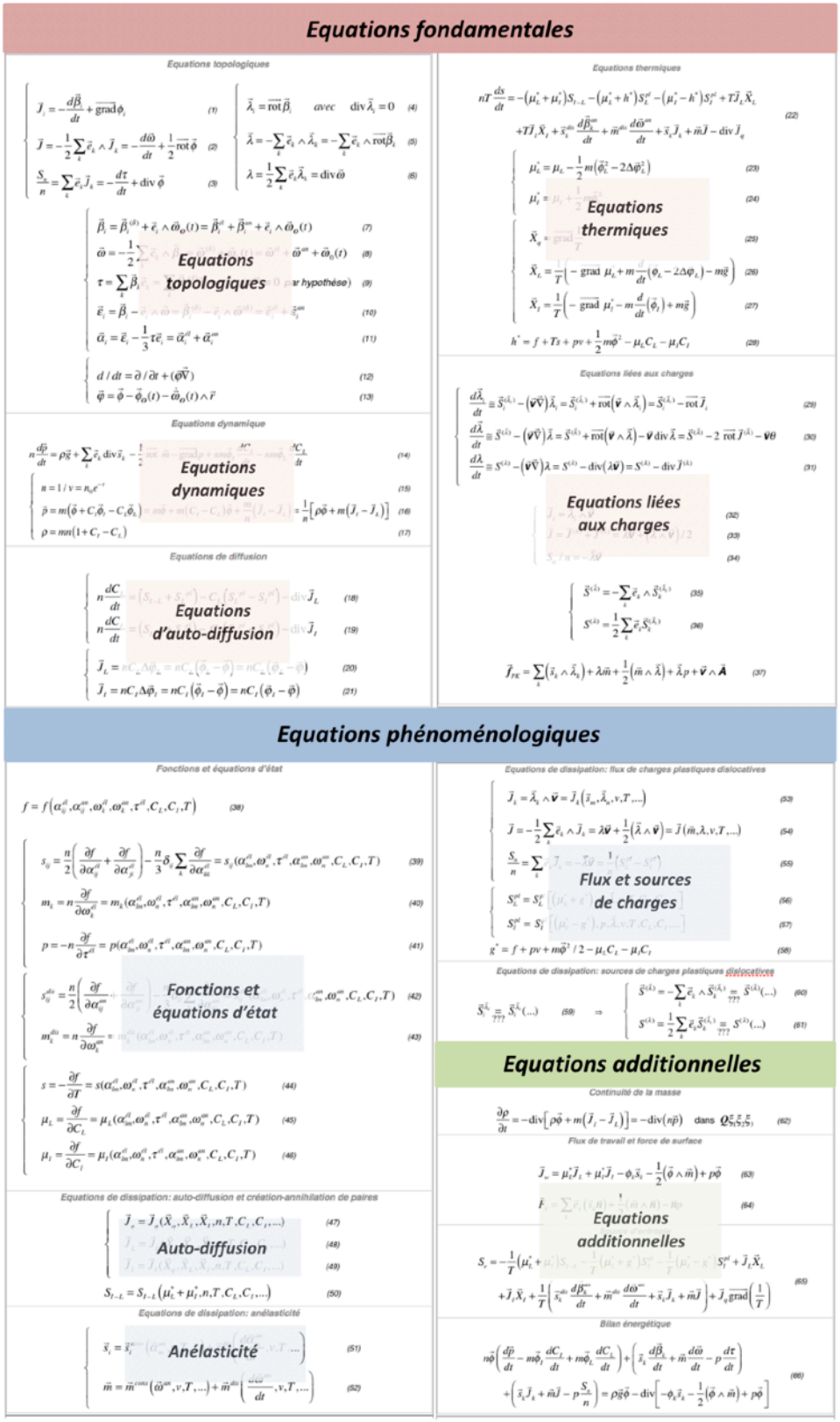


Figure 2.39 - *Représentation synoptique des équations fondamentales et phénoménologiques nécessaires à la description de l'évolution spatio-temporelle d'un milieu solide élastique, anélastique et auto-diffusif, contenant des charges plastiques mobiles.*

force de Lorentz en électromagnétisme.

La force de Peach et Koehler peut aussi être écrite dans le cas d'une dislocation, en intégrant la relation donnant $\vec{f}_{PK}$ sur la surface d'une section de la corde. Il vient alors, en négligeant pour l'instant le terme contenant le vecteur $\vec{A}$, les expressions de la force de Peach et Koehler agissant sur une ligne de dislocation qui sont reportées dans la figure 2.38, exprimées respectivement à partir des *densités linéïques de charge* $\vec{\Lambda}_i$, $\vec{\Lambda}$ et Λ des dislocations, et du vecteur de Bürgers $\vec{B}$ de la dislocation.

La dimension de la force $\vec{F}_{PK}$ agissant sur la dislocation est une force par unité de longueur (N/m). C'est en fait la *force par unité de longueur de la ligne* en présence des champs de contrainte $\vec{s}_k, \vec{m}, p$. L'écriture de la force de Peach et Koehler $\vec{F}_{PK}$ en utilisant les tenseurs de contrainte $p, \vec{m}, \vec{s}_k$ est très intéressante, car elle permet de s'en faire une représentation beaucoup plus claire qu'avec la notation $\vec{F}_{PK} = \sum\left(\vec{\sigma}_k \wedge \vec{\Lambda}_k\right)$ habituellement utilisée dans la littérature qui utilise exclusivement le tenseur de contrainte symétrique $\vec{\sigma}_k$. En effet, supposons un solide dans lequel l'expansion volumique est nulle, et donc qui possèderait une pression p négligeable. En ce cas, on sait qu'on peut remplacer le tenseur de cisaillement $\vec{\alpha}_k$ par le vecteur de rotation $\vec{\omega}$, de sorte que la force devient *une force de glissement* qui s'écrit $\vec{F}_{PK} = \Lambda\vec{m} + \left(\vec{m} \wedge \vec{\Lambda}\right)/2$, dans laquelle le terme $\Lambda\vec{m}$ est la force agissant sur la composante vis Λ de la dislocation et le terme $\left(\vec{m} \wedge \vec{\Lambda}\right)/2$ est la force agissant sur la composante coin $\vec{\Lambda}$ de la dislocation. Comme la composante m_k du moment de rotation est associée aux composantes de cisaillement σ_{ij} et σ_{ji} du tenseur de contrainte, on peut se faire immédiatement une représentation très claire des forces agissant sur une dislocation. De même en va-t-il concernant la force de pression $\vec{\Lambda}p$, qui n'agit que sur la composante coin $\vec{\Lambda}$ des dislocations et qui correspond, vu sa direction (figure 2.36), à *une force de montée des dislocations*.

Dans le cas d'une charge localisée $\boldsymbol{Q}_\lambda$ de rotation, on obtient la force de Peach et Koehler en intégrant la force sur tout le volume de la charge localisée. Le résultat est reporté dans la figure 2.38. En ce cas, la dimension de $\vec{F}_{PK} = \boldsymbol{Q}_\lambda\vec{m}$ est celle d'une pure force, exprimée en (N), et qui est l'analogue de la force électrique $\vec{F}_{électrique} = q\vec{E}$ agissant sur une charge électrique localisée en électromagnétisme.

Des potentialités de la représentation eulérienne des milieux chargés

La densité tensorielle $\vec{\lambda}_i$ et le flux tensoriel $\vec{J}_i$ de charges de dislocation définis dans ce chapitre permettent de trouver l'ensemble des équations fondamentales et phénoménologiques d'évolution spatio-temporelle auxquelles doit satisfaire un réseau solide anélastique et auto-diffusif contenant des charges de dislocation. Ce développement est fait avec nombres de détails dans mon premier livre. On ne décrira ici que très sommairement deux aspects importants qui peuvent être traités dans le cadre de la représentation eulérienne des milieux solides contenant des charges plastiques.

Il est possible de combiner l'ensemble des résultats décrits jusqu'à maintenant pour obtenir les équations complètes d'évolution spatio-temporelle d'un réseau solide auto-diffusif, présentant des comportements phénoménologiques d'élasticité et d'anélasticité, et contenant des densités et des flux de charges de dislocation. Comme le montre la figure 2.39, ce système d'équations est assez complexe, surtout au niveau du nombre élevé d'équations phénoménologiques d'état et d'équations phénoménologiques de dissipation nécessaires à une description complète

de tous les phénomènes possibles dans un tel milieu, et sur lesquelles on ne s'appesantira pas dans ce livre.

Les concepts de densités et de flux de charges de dislocation permettent de décrire les phénomènes de plasticité et d'anélasticité au niveau microscopique du réseau solide discret, en y introduisant une microstructure évolutive de charges plastiques qui devrait permettre de traduire les comportements non-markoviens de la plasticité. De plus, l'approche par des charges plastiques au niveau microscopique du réseau solide discret permet aussi en principe de trouver des expressions locales exactes pour les équations dissipatives liées aux charges plastiques.

Les concepts de densités et de flux de charges de dislocation permettent de décrire les phénomènes de plasticité et d'anélasticité au niveau microscopique du réseau solide discret, en y introduisant une microstructure évolutive de charges plastiques qui devrait permettre de traduire les comportements non-markoviens de la plasticité. De plus, l'approche par des charges plastiques au niveau microscopique du réseau solide discret permet aussi en principe de trouver des expressions locales exactes pour les équations dissipatives liées aux charges plastiques.

En introduisant le solide le plus simple qu'il est possible de considérer, à savoir le *solide parfait isotrope*, on peut obtenir *l'équation de Newton* de ce solide. On peut alors montrer que ce solide est parfaitement décrit par *des équations analogues aux équations de Maxwell lorsque l'expansion volumique est homogène au sein du solide*.

On peut aussi calculer les champs de distorsions, les énergies et les interactions des dislocations dans ce solide parfait. Dans le cas de dislocations immobiles dans le réseau solide, les *distorsions statiques du réseau* induites par celles-ci stockent de l'*énergie élastique* au sein du réseau. Cette énergie stockée peut alors être considérée comme l'*énergie de repos des dislocations*. Dans le cas où les dislocations sont mobiles dans le réseau, les *déplacements du réseau* induits par le mouvement des dislocations sont associés à une *énergie cinétique*. A basse vitesse, cette énergie cinétique est directement liée à l'énergie de repos de ces dislocations via des relations similaires à la fameuse *expression d'Einstein* $E_0 = M_0 c^2$, ce qui permet d'introduire *de manière tout-à-fait classique* la notion de *masse d'inertie des dislocations*.

A partir des champs de distorsion induits par les dislocations et de la force de Peach et Koehler, on peut aussi décrire les interactions pouvant intervenir entre dislocations.

Finalement, on peut encore introduire le *modèle de la corde*, qui va permettre de traiter *la dynamique d'une dislocation* qui se déplace dans le réseau tout *en se déformant.* Le modèle de la corde s'avère extrêmement utile et performant pour traiter les problèmes de plasticité et d'anélasticité dus au mouvement des dislocations et intervenant dans les solides usuels, tels que les métaux par exemple. Mais il n'est pas du ressort de ce livre de traiter en détail la problématique de ces phénomènes, qui peut être abordée dans de nombreux livres traitant de ce sujet particulier. Cependant, pour attiser l'intérêt du lecteur, on a reporté l'équation de la corde d'une dislocation dans la figure 2.40a, et, à titre d'exemple, deux applications typiques :

- *l'interaction thermiquement activée d'une dislocation avec un champ d'obstacles ponctuels:* pour introduire ce type d'interactions dans le modèle de la corde, il faut connaître la distribution spatiale des obstacles dans le solide, ainsi que les champs de contraintes internes générés par ceux-ci. Ces champs de contraintes dus aux obstacles peuvent être exprimés et visualisés au niveau du plan de glissement de la dislocation, comme illustré dans la figure 2.40b, où il apparaît de nombreuses forces de Peach et Koehler $\sum \boldsymbol{f}_n\left(x_1, u(x_1,t)\right)$ se combinant pour agir sur

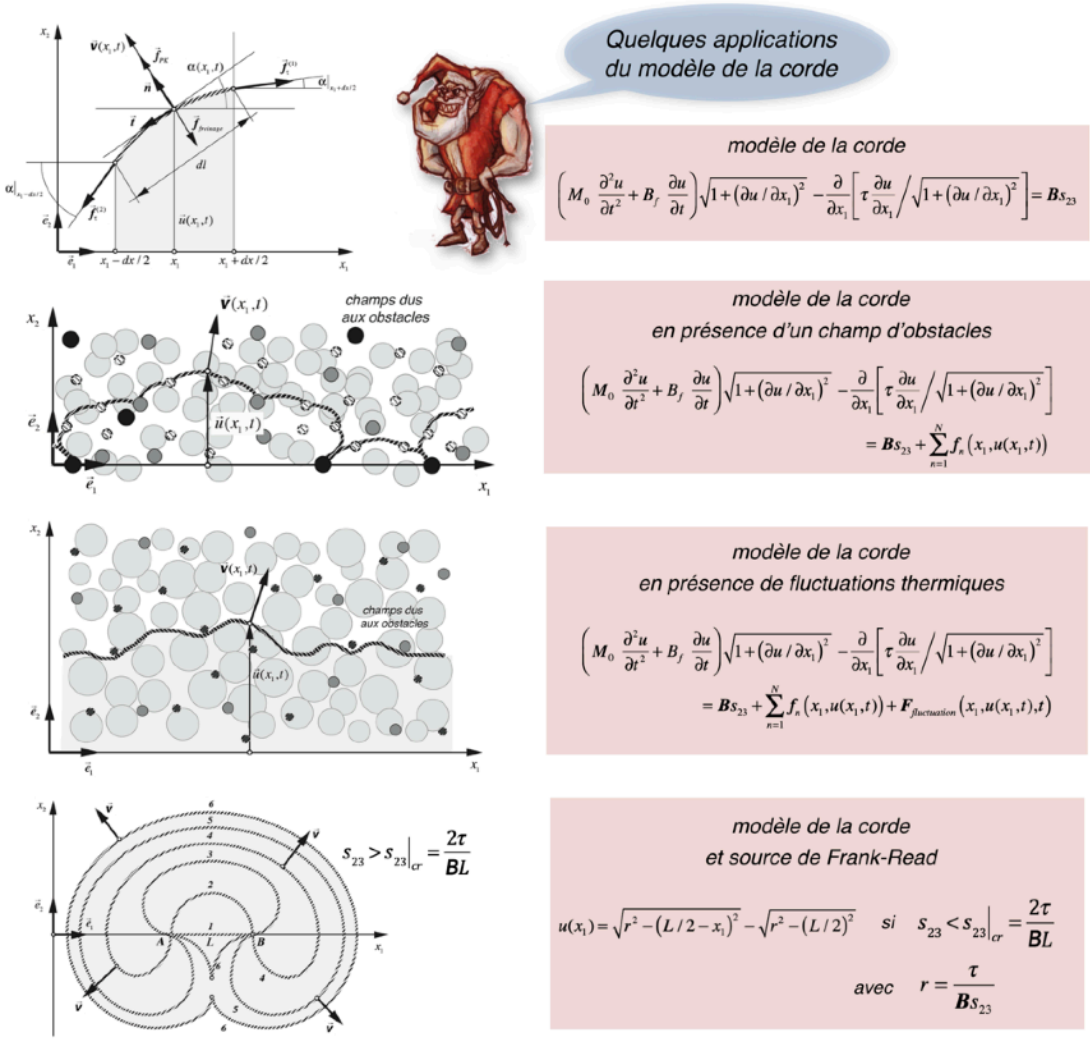


Figure 2.40 - *Le modèle de la corde et quelques unes de ses applications*

la dislocation. Mais l'équation de la corde de la figure 2.40b en présence d'interactions avec des obstacles est une équation purement mécanique, qui ne peut pas tenir compte des effets de température, tels que la migration des obstacles par diffusion ou le franchissement des obstacles par activation thermique. Introduire les effets de température dans l'équation de la corde est théoriquement possible en développant une image *«brownienne»* de la dislocation, c'est-à-dire en introduisant un terme de fluctuations thermiques locales $\boldsymbol{F}_{fluctuation}\left(x_1,u(x_1,t),t\right)$ dans l'équation de la corde, comme illustré à la figure 2.40c, calqué sur le terme de fluctuations thermiques dans le modèle de *l'équation de Langevin.* Il est clair qu'une telle approche de la dynamique des dislocations s'avère vite très complexe.

En général, on aborde ces problèmes d'interactions de dislocations avec des obstacles de manière beaucoup plus pragmatique, en développant, sur la base du modèle de la corde, des modèles simplifiés et judicieusement adaptés au problème à traiter. Pour approfondir ce sujet, on trouvera des exemples de mécanismes d'interaction des dislocations avec des obstacles, illustrés par des résultats expérimentaux et des modélisations théoriques, dans de nombreux livres traitant des dislocations, ou de manière plus résumée dans des articles de revue tels que

«dislocation-point defect interactions»[11] et *«dislocation-lattice interactions»*[12] .

- *la source de dislocations de Frank-Read:* on suppose maintenant un segment de dislocation de longueur L ancré sur son plan de glissement en deux points ***A*** et ***B*** situés sur l'axe Ox_1 en $x_1 = 0$ et $x_1 = L$, comme illustré dans la figure 2.40d. De tels points d'ancrage peuvent être dus à l'existence d'interactions fortes et localisées de la dislocation avec des obstacles (autres dislocations, précipités, etc.). En utilisant l'équation de la corde dans le cas statique, on montre assez facilement que la déformée du segment de dislocation sous l'effet d'une contrainte statique est une portion de cercle dont le rayon dépend de la contrainte s_{23} appliquée au solide. En fait, le rayon de courbure $r = \tau / (Bs_{23})$ du segment est inversement proportionnel à la contrainte statique de cisaillement s_{23} , ce qui signifie que celui-ci diminue lorsque s_{23} augmente. Cependant, il est clair qu'il existe une limite minimum pour le rayon de courbure, qui intervient pour une contrainte critique $s_{23}\big|_{cr}$ telle que le rayon de courbure devient égal à $L/2$ **.** Pour toute valeur de s_{23} supérieure à $s_{23}\big|_{cr}$, il ne peut pas exister de solution statique pour la déformée du segment de corde. Il apparaît alors une solution dynamique complexe de l'équation de la corde, qui correspond en fait à un mécanisme de *source de Frank-Read* .

Le segment rectiligne initial représenté par *(1)* dans la figure 2.40d se courbe entre les deux points d'ancrage jusqu'à former un demi-cercle *(2)*. Puis il continue à s'étendre au-delà des points d'ancrage, étapes *(3), (4) et (5),* jusqu'à ce que le brin du segment partant de ***A*** rejoigne le brin de segment partant de ***B*** *(6)*. A cet endroit, comme les deux brins ont le même vecteur de Burgers, ils se lient entre eux en formant d'une part un nouveau segment *(1)* grandissant entre les points d'ancrage ***A*** et ***B*** , et d'autre part une boucle fermée *(6)* qui ne va pas cesser de grandir. Ce mécanisme constitue donc un phénomène de source ininterrompue de boucles de dislocation. C'est essentiellement ce phénomène, qui est très bien observé par microscopie électronique, qui explique pourquoi il est possible d'effectuer d'importantes déformations plastiques de certains solides comme les métaux. Et c'est bien ce type de phénomène qui peut être responsable de l'existence d'une source non-nulle de charges de dislocation dans l'équation de continuité de la densité $\vec{\lambda}_i$ des charges de dislocation à la figure 2.5, qui induit une *non-commutativité de l'opérateur temporel de dérivé particulaire avec les opérateurs d'espace.*

---

[11] *G. Gremaud, chap.3.3, dans «Mechanical spectroscopy», Trans Tech Publications, Zürich, 2001, p.178-246*

[12] *W. Benoit, chap. 3.2, dans «Mechanical spectroscopy», Trans Tech Publications, Zürich, 2001, p. 158-177*

Chapitre 3

Le «Réseau Cosmologique» et ses propriétés

Par l'introduction d'une énergie de déformation élastique du réseau, appelée *énergie interne élastique*, exprimée *par unité de volume de réseau* et dépendante à la fois de *l'expansion volumique*, *des cisaillements* et surtout *des rotations locales* au sein du réseau, on obtient un réseau imaginaire, qu'on dénommera *«réseau cosmologique».* Ce réseau possède *une équation de Newton* très particulière, dans laquelle apparaît notamment *un terme inédit de force*, qui est directement lié à l'énergie de distorsion due aux singularités topologiques contenues dans le réseau, et qui sera appelé par la suite à jouer un rôle fondamental dans les analogies avec la Gravitation et avec la Physique Quantique.

La propagation d'ondes dans le réseau cosmologique présente des particularités très intéressantes. La propagation d'ondes transversales de polarisation linéaire y est toujours associée à des ondelettes longitudinales, et la propagation d'ondes transversales pures ne peut se faire que par *des ondes à polarisation circulaire,* ce qui aura par la suite un lien direct avec l'existence des photons. D'autre part, la propagation d'ondes longitudinales peut disparaître au profit de l'apparition de *modes de vibrations longitudinales localisées* dans le cas où l'expansion volumique du milieu est inférieure à une certaine valeur critique, ce qui aura par la suite un lien direct avec la physique quantique.

Il apparaît aussi une *courbure des rayons d'onde* au voisinage d'une singularité de l'expansion volumique du réseau. Ce phénomène permet de trouver les conditions auxquelles doit satisfaire le champ d'expansion associé à une singularité topologique pour qu'il apparaisse un piège qui capture toutes les ondes transversales, autrement dit un *«trou noir».*

Un réseau cosmologique fini dans l'espace absolu peut présenter *une expansion et/ou une contraction volumique dynamique,* moyennant qu'il contienne une certaine quantité d'énergie cinétique, phénomène tout à fait similaire à l'expansion cosmologique de l'Univers. Suivant les signes et les valeurs des modules élastiques, plusieurs types de comportements cosmologiques du réseau sont possibles, dont certains présentent les phénomènes *de big-bang, d'inflation rapide et d'accélération de la vitesse d'expansion,* et qui peuvent être suivis dans certains cas d'une *re-contraction du réseau conduisant à un phénomène de big-bounce.* On en déduit que c'est *l'énergie élastique contenue dans le réseau et due à l'expansion* qui est responsable de ces phénomènes, et notamment de *l'accroissement de la vitesse d'expansion*, phénomène qui est observé sur l'Univers actuel par les astrophysiciens et qui est attribué par eux à une hypothétique *«énergie noire»*.

Le «réseau cosmologique» et son équation de Newton

Introduisons un réseau solide imaginaire, qu'on nommera arbitrairement «*réseau cosmologique»*, *et* dont *l'énergie interne de distorsion est exprimée par unité de volume* sous forme d'un développement de l'expansion volumique τ , des cisaillements élastiques $\vec{\alpha}_i^{\acute{e}l}$ et anélastiques

$\vec{\alpha}_i^{an}$, mais aussi directement des vecteurs de rotation élastique $\vec{\omega}^{él}$ et anélastique $\vec{\omega}^{an}$. Notre conjecture initiale est donc *à priori* la suivante: l'énergie interne du «réseau cosmologique» s'exprime comme une fonction $U^{déf} = U^{déf}\left[\tau, \tau^2, (\vec{\alpha}_i^{\,él})^2, (\vec{\omega}^{\,él})^2, (\vec{\alpha}_i^{\,an})^2, (\vec{\omega}^{\,an})^2\right]$ de l'état de déformation par unité de volume de réseau.

Un tel réseau correspond en fait au réseau parfait isotrope le plus général qu'on puisse imaginer si on fait dépendre son énergie à la fois linéairement des expansions volumiques et quadratiquement des expansions volumiques, des cisaillements et des rotations par déformation de torsion. Toujours par esprit de simplification, on peut encore supposer qu'il n'existe pas d'anélasticité par expansion volumique dans ce réseau. La fonction d'état par unité de volume de ce *réseau cosmologique* s'écrit par conséquent sous la forme de l'expression présentée dans la figure 3.1, dans laquelle apparaît quatre constantes élastiques K_0, K_1, K_2, K_3 et deux constantes anélastiques K_1^{an}, K_2^{an} qui caractérisent complètement l'élasticité et l'anélasticité de ce réseau.

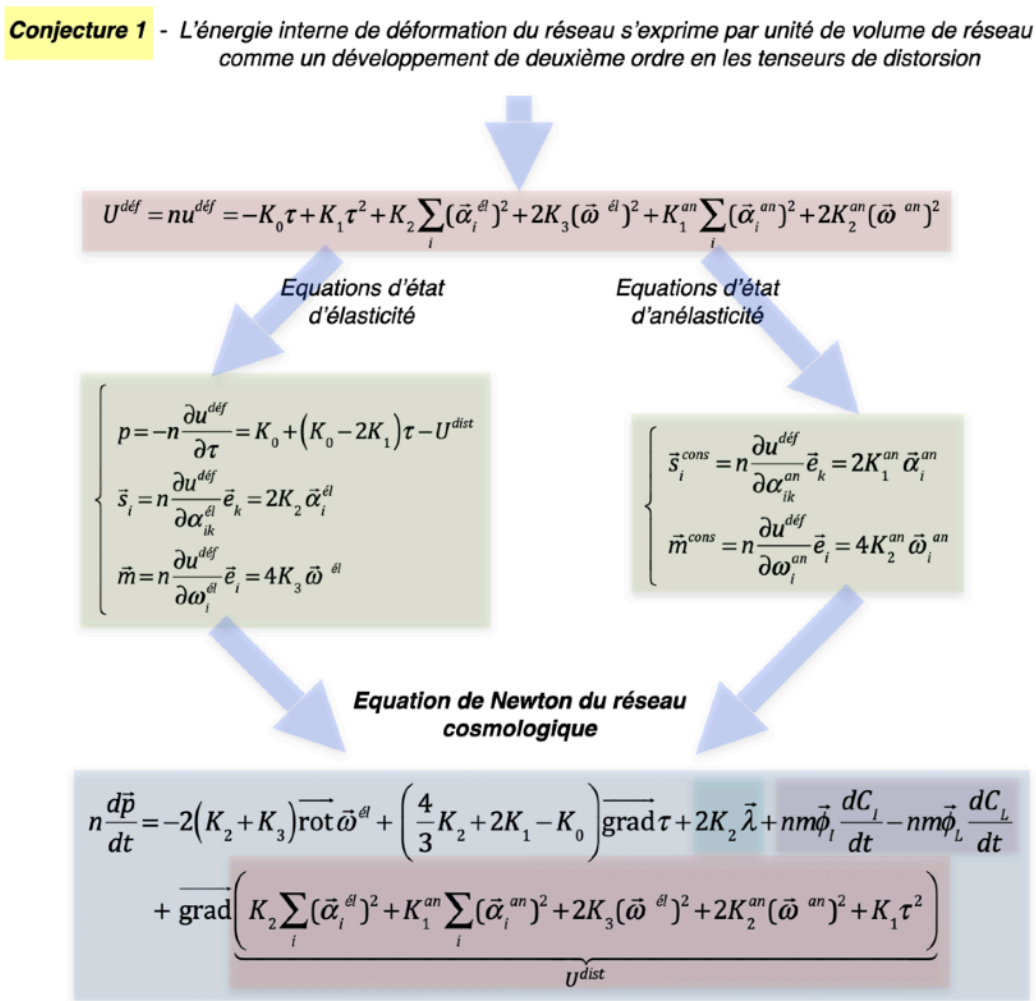


Figure 3.1 *- La première conjecture qui conduit au réseau cosmologique et à son équation de Newton*

On en déduit alors cinq *équations d'état de l'élasticité et de l'anélasticité*, respectivement pour le scalaire de pression p, les tenseurs symétriques transverses de contraintes de ci-

saillement $\vec{s}_i$ et $\vec{s}_i^{cons}$ ainsi que les torseurs de moment $\vec{m}$ et $\vec{m}^{cons}$, qui sont aussi reportées dans la figure 3.1. Ces équations d'état peuvent être utilisées pour effectuer un calcul assez fastidieux qui fournit finalement l'*équation de Newton du réseau cosmologique* reportée dans la figure 3.1. Cette équation est bien une équation de Newton car elle fournit *la variation temporelle de la quantité de mouvement par site de réseau prise le long de la trajectoire du milieu* en fonction des variations spatiales des tenseurs de distorsion, via les constantes élastiques et anélastiques.

Nous verrons par la suite que cette équation de Newton va jouer un rôle absolument central sur le comportement du *réseau cosmologique*. Elle est assez compliquée, notamment de par la présence de *la densité de charge de flexion* $\vec{\lambda}$, de termes liés à *la diffusion des défauts ponctuels intrinsèques* et surtout du *terme inédit de force* dépendant directement de *la densité volumique d'énergie interne de distorsion* U^{dist}, qui est directement liée à l'énergie de distorsion élastique et anélastique, à savoir les termes quadratiques de l'énergie de déformation $U^{déf}$, due aux singularités topologiques contenues dans le réseau, et qui sera appelée par la suite à jouer un rôle fondamental dans les analogies avec la Gravitation et avec la Physique Quantique.

Le fait d'introduire une énergie de rotation avec des termes en $\vec{\omega}^{él}$ et $\vec{\omega}^{an}$ dans l'expression de l'énergie interne du réseau cosmologique, de même que le fait de développer son énergie interne par unité de volume et non par site de réseau, ne sont pas du tout élémentaires à comprendre, et font vraiment de ce réseau *un réseau parfaitement imaginaire* dont on ne trouve absolument pas d'équivalent parmi les solides usuels.

Plutôt que de se lancer maintenant dans une recherche superfétatoire d'interprétation de la *«face cachée»* de ce réseau imaginaire, il semble préférable de commencer par explorer en détail les conséquences que cette *face cachée* implique au niveau des comportements que peut présenter le réseau cosmologique. C'est donc à cette tâche qu'est dévolue toute la suite de ce livre, qui sera consacrée à extraire la substantifique moelle de cette *face cachée.* Pour ce faire, on va montrer que c'est *l'équation de Newton* qu'on vient de déduire qui présente des propriétés spectaculaires et qui est au coeur des très nombreuses analogies que nous allons développer dans la suite avec les grandes théories de la physique, à savoir l'Electromagnétisme de Maxwell, la Gravitation de Newton, la Relativité Générale d'Einstein, la Transformation de Lorentz et la Relativité Restreinte d'Einstein, et même la Physique Quantique et le Modèle Standard des particules élémentaires.

Perturbations transversales et longitudinales dans le réseau cosmologique

On va s'intéresser en premier lieu aux perturbations transversales et longitudinales qui peuvent régner au sein du réseau cosmologique. Il y apparaît des phénomènes vibratoires assez surprenants (figure 3.2), comme l'existence d'un *mode de propagation d'ondes transversales polarisées linéairement qui sont obligatoirement couplées à des ondelettes longitudinales,* alors que des ondes transversales polarisées circulairement sont exemptes de ces ondelettes. Il existe aussi la possibilité d'une propagation *d'ondes longitudinales*. Mais, sous certaines conditions qui dépendent fortement des modules élastiques et de l'état d'expansion de repos du réseau, le mode de propagation longitudinale peut disparaître et être remplacé par un *mode*

très étonnant de vibrations localisées d'expansion, qui va jouer par la suite un rôle clef dans les analogies avec la gravitation et la physique quantique.

Pour discuter ces divers modes de perturbations mécaniques dans le réseau cosmologique, on va émettre des hypothèses simplificatrices, à savoir qu'il n'existe pas de perturbations anélastiques, donc que $\vec{\alpha}_i^{\,an} = 0$ et $\vec{\omega}^{an} = 0$, qu'il n'existe pas de lacunes et d'auto-interstitiels, donc que $C_I = C_L \cong 0$ et qu'il n'existe pas de densité de charges de flexion $\vec{\lambda}$, donc que $\vec{\lambda} = 0$.

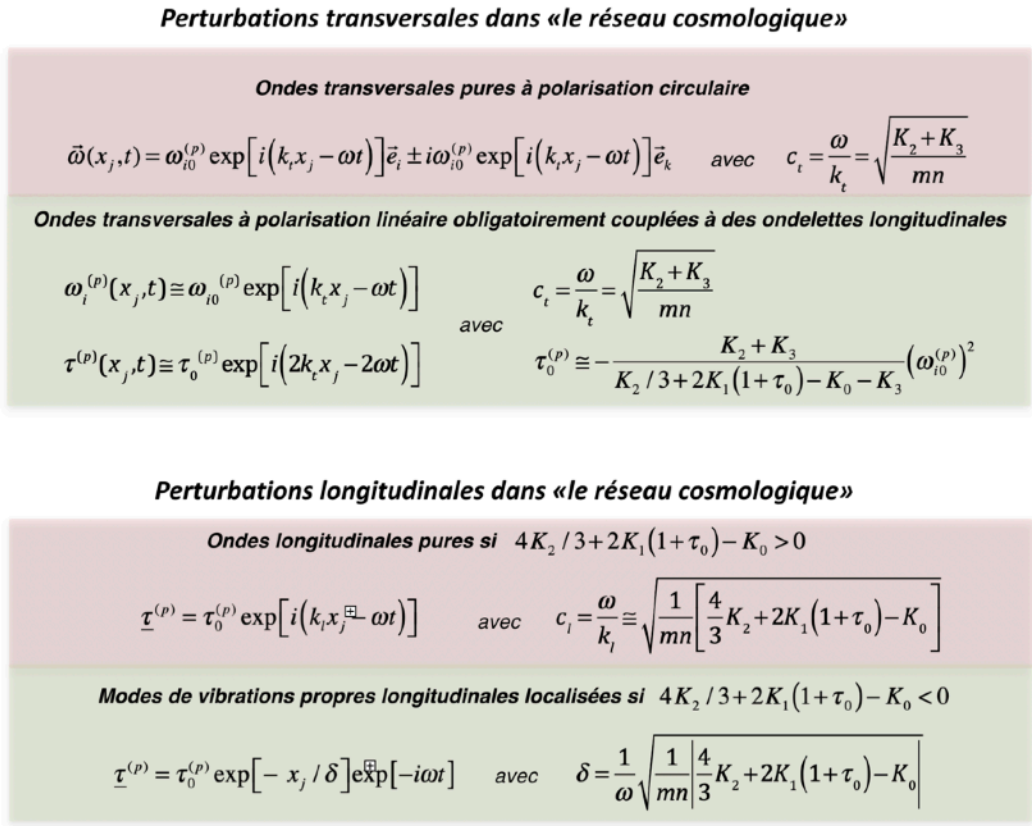


Figure 3.2 *- Perturbations transversales et longitudinales dans le réseau cosmologique*

On va supposer de plus que l'état d'expansion volumique de fond du solide est une constante valant τ_0, de sorte que l'expansion volumique totale du réseau s'écrit $\tau = \tau_0 + \tau^{(p)}$, dans laquelle $\tau^{(p)}$ représente les perturbations mécaniques de l'expansion autour de la valeur de repos τ_0. Pour calculer les divers modes de perturbations, on injecte l'expression de la quantité de mouvement des perturbations, à savoir $\vec{p}^{\,(p)} = m\dot{\vec{\phi}}^{(p)}$, dans l'équation de Newton de la figure 3.1. On peut alors décrire quatre modes de perturbations différents:

- *la propagation d'une onde transversale polarisée linéairement* dans le réseau cosmologique, c'est-à-dire d'une onde pour laquelle la vibration des particules du réseau est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Une telle onde satisfait une équation d'onde tout-à-fait conventionnelle à la condition que son amplitude ne soit pas trop forte. Mais elle obligatoirement accompagnée d'une *ondelette longitudinale* qui se propage dans la même direction et à la même vitesse que la perturbation transversale. La fréquence de cette ondelette longitudinale

est le double de la fréquence ω de la perturbation transversale, et son amplitude est proportionnelle au carré de l'amplitude des perturbations transversales. On notera aussi que la célérité de propagation de la perturbation transversale dépend fortement de l'expansion volumique τ_0 de fond du réseau puisque la valeur de la densité de sites n du réseau qui apparaît dans les expressions de la célérité $c_t = \omega / k_t$ des ondes transversales est une fonction exponentielle $n = n_0 \mathrm{e}^{-\tau_0}$ de l'expansion volumique τ_0 de fond du réseau**.**

- *la propagation d'une onde transversale polarisée circulairement* dans le réseau cosmologique, c'est-à-dire d'une onde pour laquelle la vibration des particules du réseau tourne autour de la direction de propagation de l'onde. On dit qu'une telle onde présente une *hélicité positive ou négative* suivant que la direction de vibration des particules fait une rotation dextrogyre ou lévogyre de 360° sur une longueur d'onde. Les ondes transversales polarisées circulairement sont pures, en ce sens qu'elles ne sont pas couplées à des ondelettes longitudinales.

- *la propagation d'une onde longitudinale* dans le réseau cosmologique, c'est-à-dire d'une onde pour laquelle la direction de vibration des particules du réseau est la même que la direction de propagation de l'onde est assez compliquée à calculer, car les équations de propagation sont fortement non-linéaires et dépendent directement de l'état d'expansion de repos τ_0 du réseau. En ce cas, on considère uniquement des perturbations $\tau^{(p)}$ très faibles au sein du réseau, ce qui permet de linéariser les équations d'ondes. La célérité c_l des ondes longitudinales de faible amplitude qui apparaît dans la figure 3.2 s'exprime avec la racine carrée d'un argument qui doit être positif pour qu'elle existe. Comme cet argument dépend à la fois des constantes élastiques K_0, K_1, K_2 et de l'état d'expansion volumique de repos τ_0 du réseau, de manière directe et de manière exponentielle via l'expression $n = n_0 \mathrm{e}^{-\tau_0}$ *, l'existence d'une propagation d'onde longitudinale est soumise à la condition* $4K_2/3 + 2K_1\left(1+\tau_0\right) - K_0 > 0$.

- les perturbations longitudinales sous forme de modes propres localisés de vibrations de l'expansion volumique. Dans le réseau cosmologique, si la célérité c_l des ondes longitudinales devient un nombre imaginaire (c'est ainsi qu'on appelle la racine carrée d'un nombre négatif), *il n'existe plus de propagation d'ondes longitudinales*. En ce cas, on peut réécrire la solution complexe des perturbations sous la forme représentée dans la figure 3.2. Il survient ici un phénomène très étonnant, à savoir l'apparition de *modes propres localisés de vibrations longitudinales,* qui ne se propagent pas à grande distance, mais qui sont au contraire confinés sur des distances de l'ordre de δ. Pour de fortes amplitudes des ces modes localisés de perturbations longitudinales, ceux-ci deviendront non-linéaires et dépendront donc fortement de l'amplitude des perturbations $\tau^{(p)}$. L'apparition de ces modes «étranges» est évidemment soumise à la condition que $4K_2/3 + 2K_1\left(1+\tau_0\right) - K_0 < 0$.

Il est remarquable que dans le réseau cosmologique, la célérité des ondes transversales $c_t = \omega / k_t$ dépendent exponentiellement de l'état d'expansion τ du réseau via la valeur d'un terme multiplicatif valant $\mathrm{e}^{\tau/2} / \sqrt{n_0}$. De même en va-t-il d'ailleurs avec la célérité des ondes longitudinales c_l, quoiqu'il existe en plus dans ce cas une dépendance de leur célérité via un terme τ au sein de l'argument de la racine.

Il est aussi remarquable que les ondes transversales polarisées linéairement soient forcément couplées à des ondelettes longitudinales dans le réseau cosmologique, et que les seules ondes transversales qui soient pures, non couplées à des ondelettes longitudinales, sont alors les ondes de rotation à polarisation circulaire droite ou gauche, c'est-à-dire des ondes transver-

sales d'hélicité positive ou négative. Etrangement, on retrouve déjà là une propriété propre aux photons de l'Univers réel, à savoir que les photons sont obligatoirement d'hélicité non nulle. Comme les photons sont des objets quantiques, on retrouve là une particularité étonnante sur laquelle on reviendra.

L'existence de domaines d'expansion volumique du réseau cosmologique dans lesquels la propagation d'ondes longitudinales n'est pas possible, lorsque $4K_2/3+2K_1(1+\tau_0)-K_0<0$ correspond bien par analogie avec le fait qu'il n'existe pas de propagation d'ondes longitudinales dans la théorie de la Relativité Générale d'Einstein. En effet, dans cette dernière, les ondes gravitationnelles sont des ondes transverses, définies comme la propagation de perturbations de la métrique espace-temps. Ces ondes ont une symétrie tensorielle, avec deux polarisations indépendantes perpendiculaires à la direction de propagation, au contraire des perturbations longitudinales qui ont une symétrie scalaire.

La condition $4K_2/3+2K_1(1+\tau_0)-K_0<0$ pour qu'il n'existe pas d'ondes longitudinales implique l'existence d'une *expansion critique* τ_{0cr} *de fond du réseau*, limite entre les domaines d'expansion où il existe et où il n'existe pas d'ondes longitudinales. Pour que le «réseau cosmologique» présente des analogies avec la Gravitation Générale d'Einstein, avec l'électromagnétisme et avec les photons de la physique quantique, il faut qu'il n'existe pas d'ondes longitudinales, mais qu'il existe des ondes transversales pures de polarisation circulaire. D'où la nécessité d'émettre une deuxième conjecture qui est reportée à la figure 3.3.

Conjecture 2 *- Pour que le «réseau cosmologique» présente des analogies avec la Gravitation Générale d'Einstein, avec l'électromagnétisme et avec les photons de la physique quantique, il faut nécessairement que:*

1) *il existe des ondes transversales de polarisation circulaire* $\Rightarrow$ $K_2+K_3>0$

2) *il n'existe pas d'ondes longitudinales* $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \tau_0<\tau_{0cr}=\dfrac{K_0}{2K_1}-\dfrac{2K_2}{3K_1}-1 & (si\ K_1>0) \\ \tau_0>\tau_{0cr}=\dfrac{K_0}{2K_1}-\dfrac{2K_2}{3K_1}-1 & (si\ K_1<0) \end{cases}$$

Figure 3.3 *- La deuxième conjecture nécessaire pour le réseau cosmologique*

Cette conjecture implique, pour qu'il n'existe pas d'ondes longitudinales, que l'expansion volumique τ_0 du réseau cosmologique soit plus petite ou plus grande que la valeur de l'*expansion critique* τ_{0cr} suivant que le module élastique K_1 est positif ou négatif.

En l'absence d'ondes longitudinales, le réseau cosmologique présente alors *des modes propres localisés de perturbations longitudinales*, donc des vibrations locales du scalaire d'expansion volumique τ. De tels modes font immédiatement penser aux idées de fluctuations quantiques de la gravitation à très faible échelle puisqu'ils affectent le scalaire τ qui présente indéniablement un lien avec le champ de gravitation. Mais ces perturbations localisées du sca-

laire d'expansion volumique font aussi penser aux fluctuations quantiques du vide décrites par la physique quantique. On peut dès lors, sur la base de cette analogie entre τ et le champ de gravitation, se poser la question suivante: «est-ce la gravité qu'il faut quantifier à très petite échelle, ou est-ce plutôt la gravitation qui est, à très petite échelle, responsable de la physique quantique?» On tentera d'apporter dans la suite quelques éléments de réponse à cette question d'actualité des plus pertinentes.

Courbure des rayons d'ondes par une singularité de l'expansion et trous noirs

Parmi les comportements surprenants que peut présenter un réseau cosmologique en ce qui concerne la propagation d'ondes, il apparaît *une courbure non-dispersive des rayons de propagation d'ondes par un gradient d'expansion volumiqu*e dû à la présence d'une singularité topologique forte de l'expansion τ . Cette courbure peut aller jusqu'à la formation de «*trous noirs»* absorbant toutes les ondes passant dans sa proximité, ou de *«trous blancs»* impénétrables, repoussant toutes les ondes passant en sa proximité.

Le fait que les célérités des ondes transversales et longitudinales augmentent non-linéairement avec la valeur de l'expansion volumique statique τ via la valeur de la densité de sites $n = n_0 \, \mathrm{e}^{-\tau}$ va entraîner une courbure des rayons de propagation de ces ondes si celles-ci passent dans le voisinage direct d'une singularité d'expansion volumique au sein du réseau, comme illustré dans la figure 3.4.

En effet, imaginons un réseau cosmologique immobile dans le référentiel absolu de l'observateur ***GO*** et contenant une singularité d'expansion volumique de symétrie sphérique située au centre du système de coordonnées $O\xi_1\xi_2\xi_3$. Considérons aussi une onde longitudinale ou transversale, initialement plane, arrivant vers cette singularité selon une direction initiale donnée. La vitesse de propagation augmente ou diminue en s'approchant de la singularité, sous l'effet de la densité $n = n_0 \, \mathrm{e}^{-\tau}$. Suivant que la singularité de τ est «positive» (τ passe par un maximum à l'origine) ou «négative» (τ passe par un minimum à l'origine), il va apparaître une courbure des rayons de propagation des ondes, de telle sorte que l'onde semble repoussée par une «singularité positive», ou attirée par une «singularité négative».

Ce phénomène ne dépend pas de la forme du champ autour de la singularité, mais uniquement de son gradient, c'est-à-dire de *la pente de la fonction* $\tau(r)$. Pour une onde plane incidente sur la singularité, ce phénomène d'accélération ou de freinage de l'onde entraînera alors une déformation des plans d'onde similaire à l'effet d'une lentille divergente dans le cas d'une «singularité positive» ou d'une lentille convergente dans le cas d'une «singularité négative». De plus, comme ce phénomène ne dépend pas de la fréquence de l'onde, la singularité se comporte comme une lentille convergente ou divergente *de nature non-dispersive* dans le réseau cosmologique, c'est-à-dire qui ne dépend pas de la fréquence de l'onde incidente.

Imaginons maintenant que, dans un réseau cosmologique immobile dans le référentiel absolu de l'observateur ***GO***, et contenant une *«singularité négative»* de l'expa $O\xi_1\xi_2\xi_3$ nsion volumique $\tau(r)$, de symétrie sphérique, située au centre du système de coordonnées , il passe une onde transversale *(* $c_i = c_t$ *)* ou longitudinale *(* $c_i = c_l$ *)* au voisinage de la singularité, à une distance $r = r_{cr}$ de l'origine de la singularité telle que les plans d'onde situés au voisinage de r_{cr} seront toujours parallèle à une ligne passant par l'origine, de sorte que le rayon de l'onde transversale ou longitudinale située en $r = r_{cr}$ est en fait une cercle centré sur l'origine, comme illus-

tré à la figure 3.5. La *condition d'existence* de cette sphère de perturbations autour de la singularité dépend effectivement de la pente de $\tau(r)$ et elle est explicitée dans la figure 3.5.

Ainsi, si une onde transversale ou longitudinale passe à une distance $r \le r_{cr}$ satisfaisant cette relation, il devient impossible que celle-ci puisse s'échapper de la sphère virtuelle de rayon r_{cr}. Si le champ de la singularité présente un gradient monotone croissant depuis son origine, la courbure des rayons d'ondes situés à l'intérieur de cette sphère critique sera encore accentuée, de sorte que toutes ces ondes seront définitivement piégées par la singularité. Par analogie avec la *«sphère de photons»* entourant un *trou noir* en relativité générale, on appellera *«sphère des perturbations transversales et longitudinales»* la couche située à une distance $r = r_{cr}$ du coeur de la singularité. Il est clair que l'existence d'une telle *sphère de perturbations* est soumise à la condition que celle-ci se situe en-dehors de *l'«objet»* responsable de la singularité négative du champ d'expansion. Si le rayon de cet *«objet»* est R, on déduit qu'il faut aussi que $r_{cr} > R$ fasse partie des conditions d'existence d'un *«trou noir».*

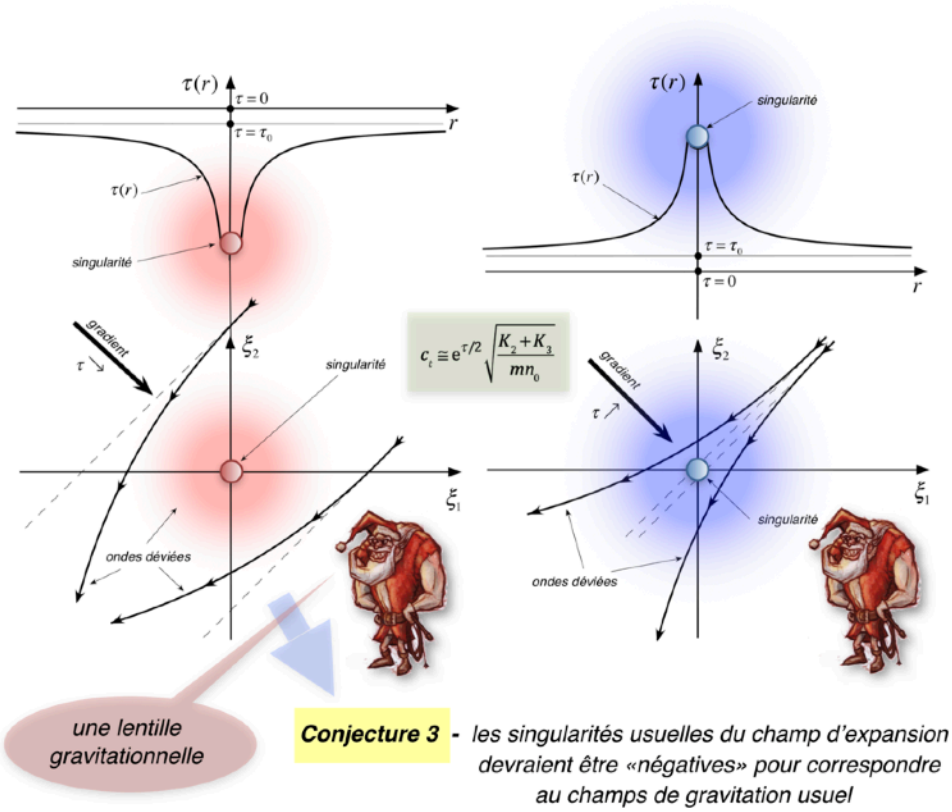


Figure 3.4 *- La courbure des rayons d'onde au voisinage d'une singularité de l'expansion volumique τ de symétrie sphérique*

Nous avons vu à la section précédente que la propagation d'ondes longitudinales dans le réseau parfait est soumise à la condition que l'expression $4K_2/3 + 2K_1(1+\tau_0) - K_0$ soit positive. Cette condition prend la forme d'une condition sur l'expansion volumique de fond τ_0 du réseau, qui doit être plus grande ou plus petite qu'une valeur critique τ_{0cr} donnée dans la figure 3.3. Si la propagation d'ondes longitudinales est possible dans le réseau, alors les ondes

longitudinales subiront aussi le phénomène de piégeage à la limite $r = r_{cr}$. Dans le cas où $K_1 > 0$, il intervient encore un autre phénomène. En effet, si la singularité présente un gradient monotone croissant depuis son origine, il pourrait exister un rayon $r = r_{cr2}^{(l)} < r_{cr}$ l'entourant au-delà duquel la valeur de $\tau(\vec{r})$ devient inférieur à τ_{0cr} , de sorte que toute onde longitudinale piégée initialement à la limite $r = r_{cr}$, atteindra ensuite cette deuxième limite $r = r_{cr2}^{(l)} < r_{cr}$ au-delà de laquelle elle ne pourra même plus se propager, mais viendra accroître des modes propres de vibrations longitudinales localisés à l'intérieur de ce volume. Dans le cas où $K_1 < 0$, ce même phénomène n'existe pas puisque l'existence d'une propagation implique que $\tau(r) < \tau_0 < \tau_{0cr}$ en ce cas.

Le réseau cosmologique présente une analogie très intéressante avec la théorie de la Gravitation Générale d'Einstein puisque qu'on peut y trouver, au voisinage de singularités de l'expansion volumique, des *sphères de perturbations* très similaires à la *sphère de photons* entourant un *trou noir*. On déduit donc de cet *effet non-dispersif de courbure des rayons par les gradients de l'expansion volumique* que *le scalaire d'expansion volumique a assurément une relation analogique forte avec le champ de gravitation* en Relativité Générale.

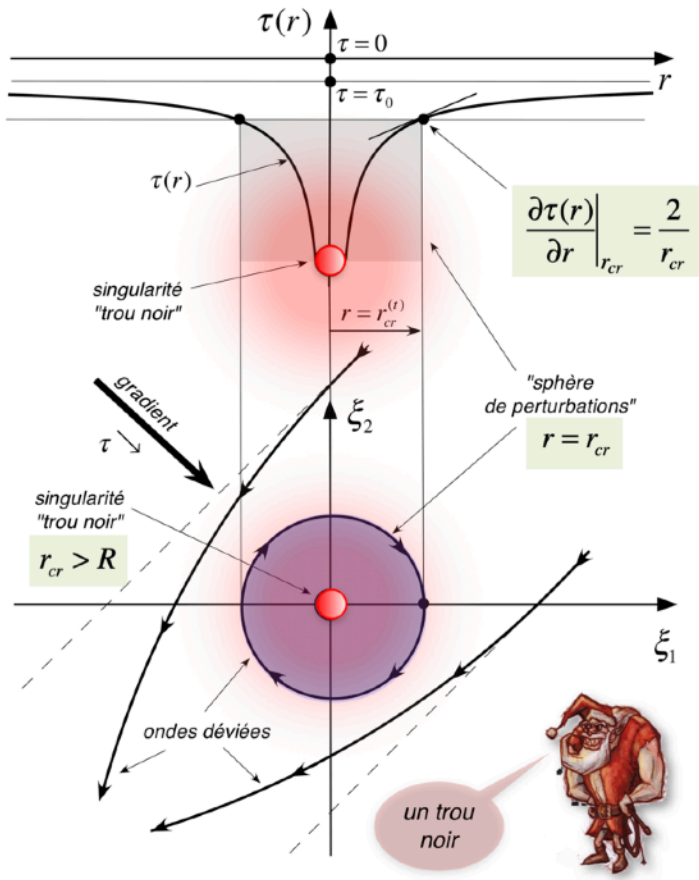


Figure 3.5 *- La «sphère de perturbations», véritable «trou noir» au voisinage d'une singularité négative de* τ

Il est intéressant aussi de constater que seule une singularité négative de τ possède cette propriété similaire à celle d'un *«trou noir»*, captant toutes les ondes passant dans sa proximité,

alors qu'une singularité positive de τ se comporterait comme un «*trou blanc*», c'est-à-dire comme une entité qui repousserait les ondes, et qui ne pourrait donc pas être pénétrée par des ondes. D'où la troisième conjecture pour notre analogie avec la Gravitation, reportée dans la figure 3.4

Il est tout-à-fait remarquable de constater que la courbure des ondes par un gradient d'expansion volumique et l'existence d'une sphère de perturbations autour d'une singularité localisée d'expansion volumique sont exclusivement dues au développement de l'énergie interne *par unité de volume* que nous avons utilisé pour le réseau cosmologique. En effet, si on essaie de regarder de plus près ce qui se passerait dans le cas d'un *solide parfait* pour lequel l'énergie interne serait écrite comme un développement exprimé *par site de réseau*, on constaterait que la célérité des ondes transversales serait «invariante» quel que soit l'état d'expansion du réseau, ce qui ne peut évidemment pas conduire à une courbure non dispersive des rayons d'onde en présence d'un gradient d'expansion volumique, ni à l'apparition d'une sphère de perturbations en présence d'une singularité localisée d'expansion volumique. Cette analogie justifie donc *à fortiori* la conjecture 1 que nous avions posée à la figure 3.1, puisque c'est elle qui permet l'existence de la courbure des ondes et de la sphère de perturbations dans le réseau cosmologique.

Expansion-contraction cosmologique d'une sphère de réseau parfait et énergie noire

En considérant une sphère imaginaire finie de *réseau cosmologique*, on peut introduire le concept d'«*évolution cosmologique*» du réseau, en supposant qu'on lui injecte une certaine quantité d'énergie cinétique. En ce cas, le réseau présente de fortes variations temporelles de son expansion volumique, qu'on peut modéliser de façon très simpliste en supposant que l'expansion volumique reste parfaitement homogène dans tout le réseau au cours de son évolution.

Imaginons que, dans le référentiel absolu $\boldsymbol{O}\xi_1\xi_2\xi_3$, le ***GO*** observe un solide, de forme sphérique, de rayon R_U, constitué d'un réseau de N mailles (figure 3.6), et que ce solide possède une expansion volumique homogène de fond qui dépend du temps, mais pas de la position au sein du milieu, de sorte que $\tau(t)=\tau_0(t)\neq\tau_0(\vec{\xi},t)$. En ce cas, le ***GO*** observera que le rayon R_U de cette sphère solide dépend du temps $R_U = R_U(t)$ et donc que cette sphère aura tendance à se dilater ou se contracter. Ce comportement, que l'on pourrait qualifier de *«cosmologique»* par analogie aux *théories cosmologiques d'expansion de l'Univers*, implique forcément la conservation de l'énergie, à savoir que l'énergie totale $\boldsymbol{E}$ du solide, composée de l'énergie élastique $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$ d'expansion et de l'énergie cinétique $\boldsymbol{T}(\tau)$ d'expansion, est une constante.

L'énergie cinétique totale $\boldsymbol{T}$ d'expansion volumique est forcément liée à la vitesse d'expansion, qu'on peut caractériser par la vitesse $\vec{\phi}_U(t)$ de la surface de la sphère (figure 3.6). L'énergie cinétique $\boldsymbol{T}$ peut alors s'obtenir en sommant (par intégration sur toute la sphère) l'énergie cinétique des sites de réseau situés dans une calotte sphérique de rayon r et d'épaisseur dr. La vitesse d'expansion dans la calotte sphérique est simplement donnée par $\phi(r)=\phi_U\ r/R_U$ puisque l'expansion volumique τ a été supposée homogène. De l'expression de l'énergie cinétique $\boldsymbol{T}$ obtenu ainsi en fonction de $\vec{\phi}_U$ et du nombre total de site N contenus dans la sphère, on déduit la dépendance de $\phi_U(\tau)$ en fonction de $\boldsymbol{T}(\tau)$. D'autre part, comme $\boldsymbol{T}(\tau)=\boldsymbol{E}-\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$, *on obtient finalement la dépendance de* $\phi_U(\tau)$ *en fonction de* $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$.

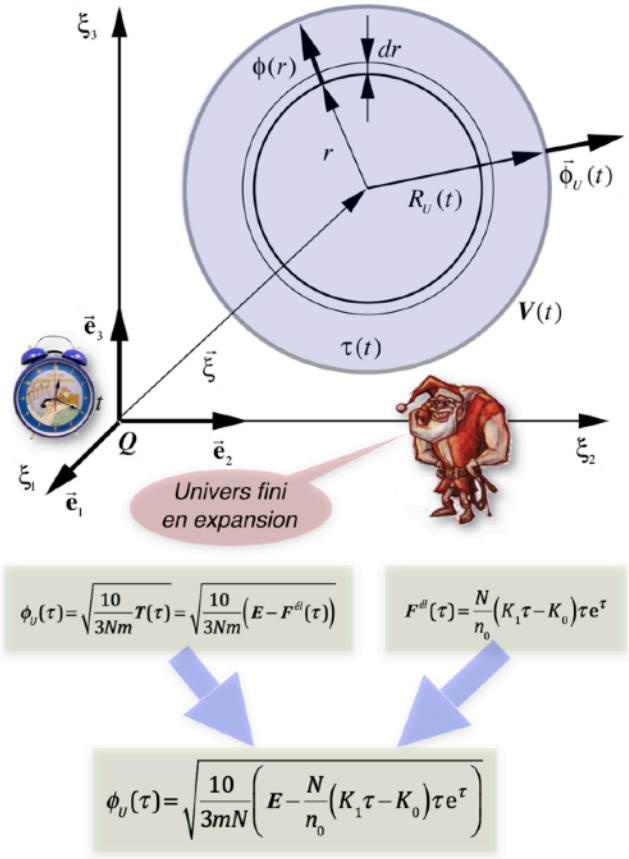


Figure 3.6 *- Expansion volumique «cosmologique» $\tau(t)$ d'une sphère solide imaginaire*

Mais l'énergie élastique totale peut se calculer assez facilement à partir de la fonction d'état du réseau $U^{déf}$ *puisque* τ est homogène dans l'espace de la sphère et que les autres tenseurs de distorsion sont nuls. Avec l'expression de $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$ *calculée et reportée dans la figure 3.6* , on peut directement exprimé $\phi_U(\tau)$ en fonction de τ et de l'énergie totale par site de réseau $\boldsymbol{E}/N$. L'expression $\phi_U(\tau)$ reportée à la figure 3.6 montre qu'il est possible de tracer ϕ_U en fonction de τ , pour diverses valeurs de $\boldsymbol{E}/N$. Comme cette expression dépend aussi des deux constantes élastiques K_0 et K_1 , on va obtenir huit graphes différents, reportés dans la figure 3.8, suivant que ces deux constantes élastiques sont positives, nulles ou négatives, sachant que le graphe dans le cas où les deux constantes étaient nulles n'a pas de sens.

A titre d'exemple, considérons le cas du réseau pour lequel $K_0 > 0$ et $K_1 > 0$. Les relations de la figure 3.6 permettent de déduire son *«comportement cosmologique»*, comme représenté à la figure 3.7:

- si $\boldsymbol{E} < 0$, le réseau présente une seule trajectoire possible, entièrement située dans le domaine $\tau > 0$, et qui correspond à se dilater et se contracter indéfiniment entre deux valeurs extrêmes de τ ,
- si $0 < \boldsymbol{E} < \boldsymbol{F}^{él}_{max}$, le réseau présente deux trajectoires possibles: la première correspond à se dilater et se contracter indéfiniment entre une valeur positive et une valeur négative de τ , et la deuxième correspond à osciller indéfiniment entre une valeur négative de τ et une expansion tendant vers $\tau \to -\infty$,

- si $E > F_{max}^{él}$, le réseau présente une seule trajectoire possible très intéressante. Il pulse indéfiniment en passant d'un *big-bang* vers un *big crunch*. Le big-bang est suivi d'une phase d'expansion rapide, suivi par un ralentissement, puis à nouveau une expansion à vitesse croissante, et soudainement une inversion de la vitesse d'expansion, pour se recontracter en suivant en sens inverse tous les stades parcourus lors de l'expansion. La contraction se termine par un big crunch, qui ne peut être suivi que par un bigbang puisque le réseau a alors accumulé une énergie cinétique totale T égale à E, phénomène qualifié de «*big bounce*»..

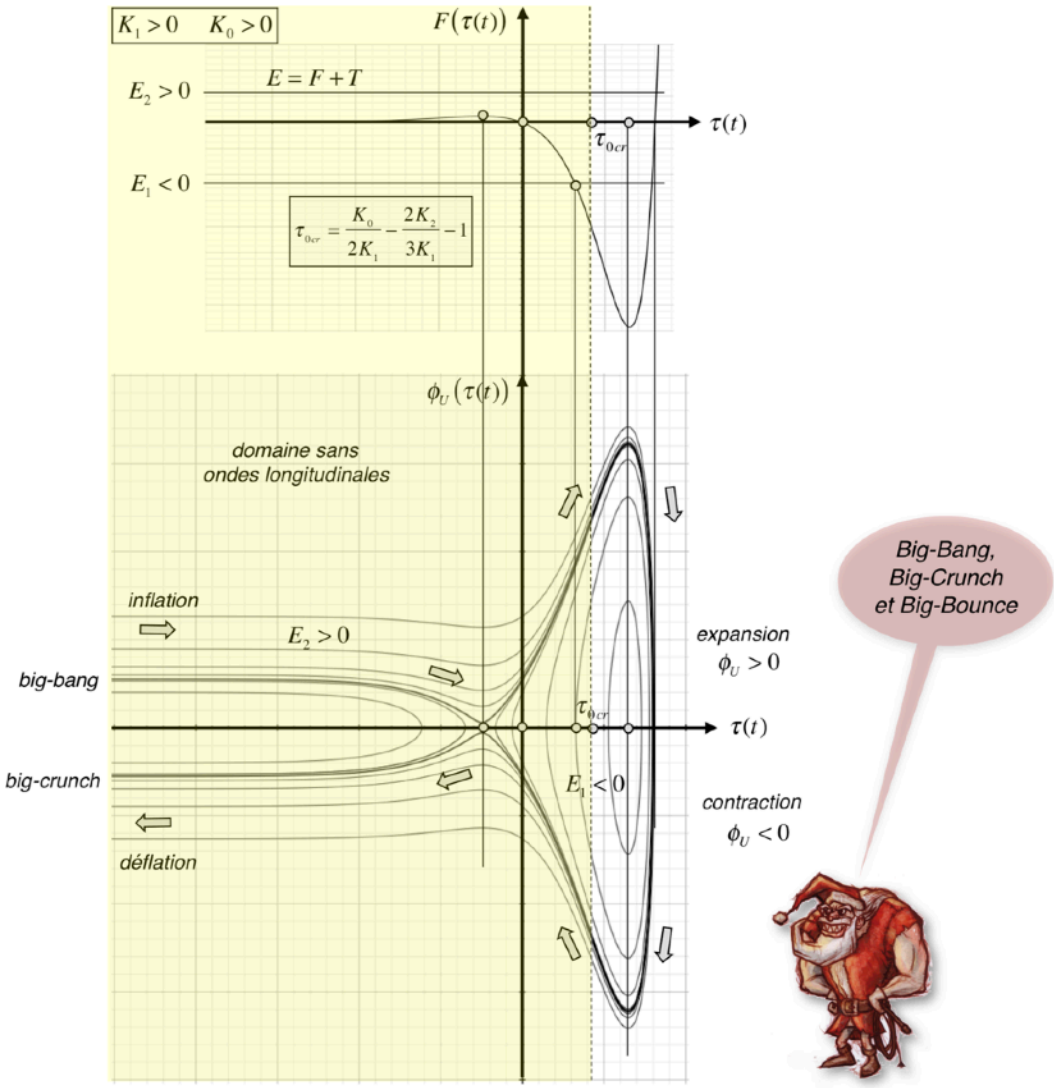


Figure 3.7 *- «comportement cosmologique» de l'énergie élastique $F^{él}(\tau)$ d'expansion et de la vitesse $\vec{\phi}_U(\tau)$ d'expansion d'un réseau cosmologique avec $K_0 > 0$ et $K_1 > 0$*

Dans le cas de ce réseau, on constate aussi l'existence de domaines d'expansion volumique présentant des comportements différents concernant les ondes longitudinales: un domaine où il coexiste des ondes transversales et longitudinales, pour $\tau > \tau_{0cr} = K_0 / 2K_1 - 2K_2 / 3K_1 - 1$, et un domaine où il n'existe que des ondes transversales et des modes de vibrations longitudinales localisés, pour $\tau < \tau_{0cr} = K_0 / 2K_1 - 2K_2 / 3K_1 - 1$. Et le domaine où il n'existe pas

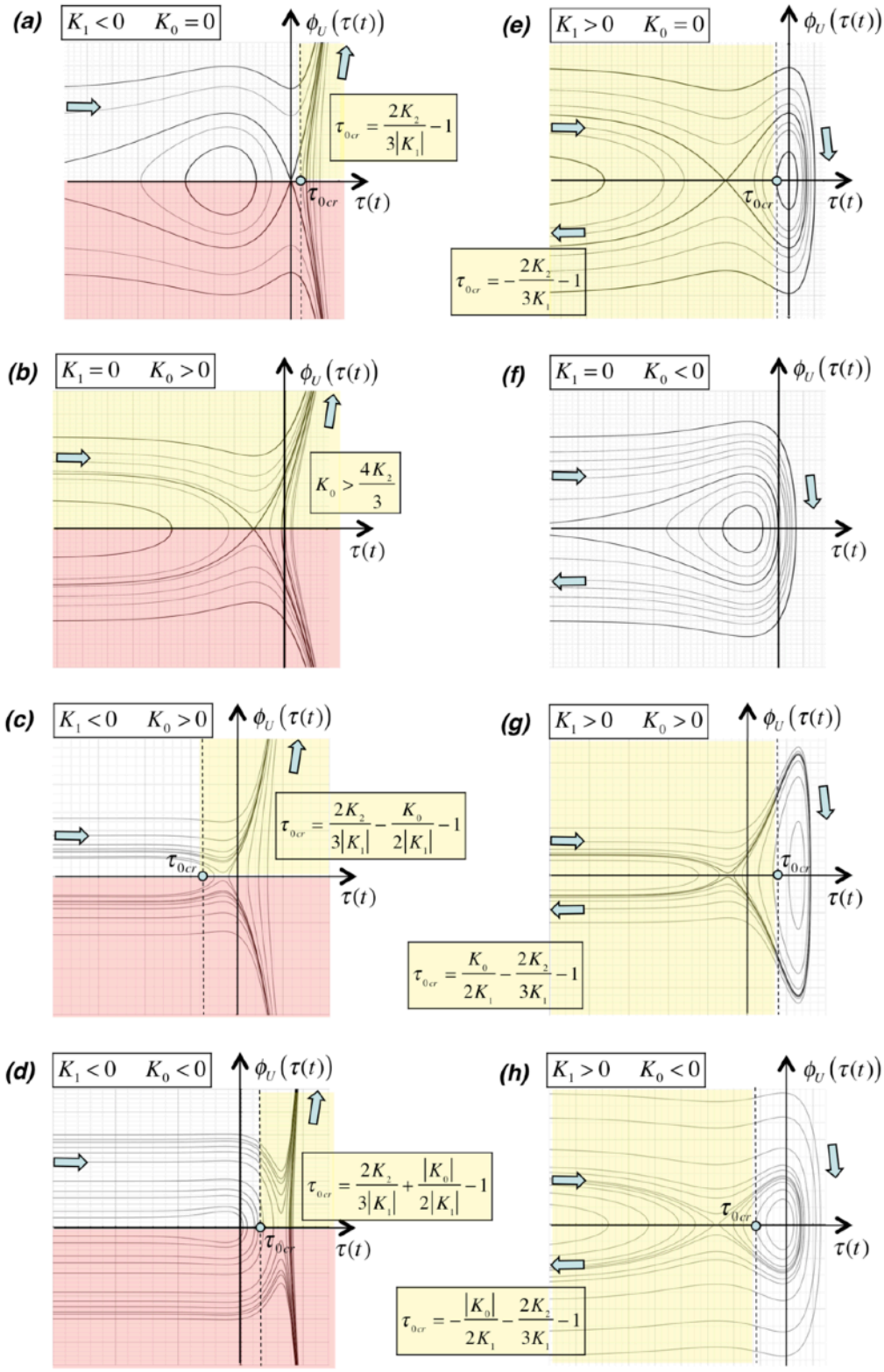


Figure 3.8 *- tous les «comportements cosmologiques» possibles d'un réseau cosmologique, suivant les valeurs de* K_0 *et* K_1 *: de* ***(a)*** *à* ***(d)*** *les solides à expansion croissante infinie, et de* ***(e)*** *à* ***(h)*** *les solides oscillant du big-bang au big-crunch*

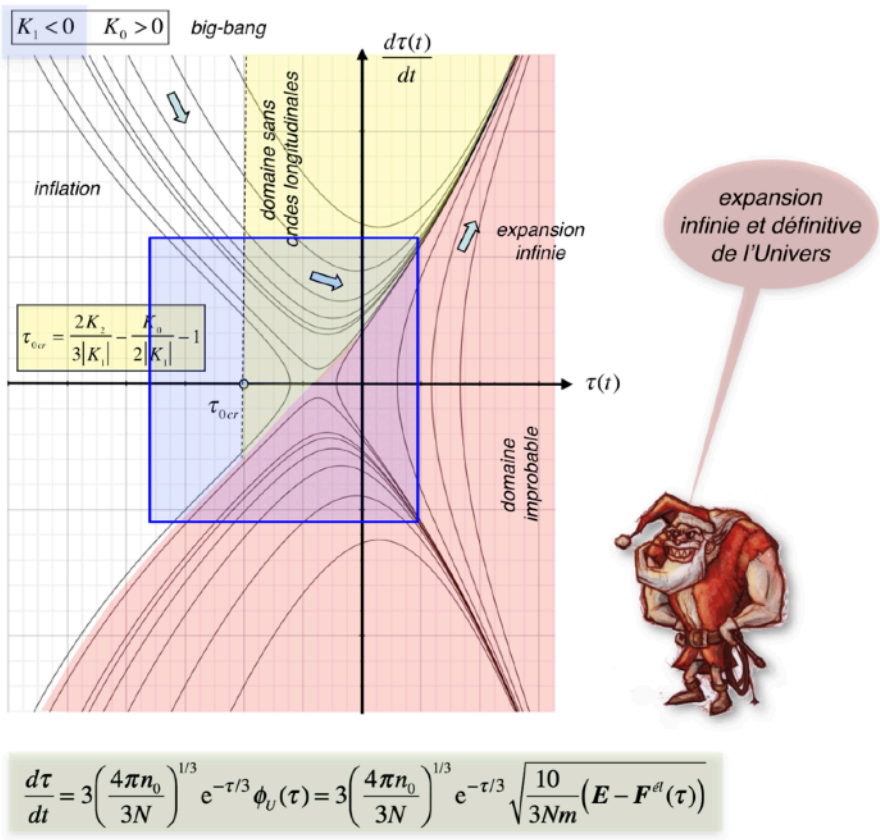


Figure 3.9 *- «comportement cosmologique» de la vitesse d'expansion cosmologique $d\tau / dt$ en fonction de l'expansion τ d'un réseau cosmologique imaginaire avec $K_1 < 0$.*

d'ondes longitudinales correspond précisément au domaine du big-bang, de l'inflation, du ralentissement de l'inflation, suivi finalement par une accélération de l'expansion.

Dans la figure 3.8, on a reporté les huit différents comportements qu'il est possible d'obtenir avec un *réseau cosmologique,* suivant les valeurs que peuvent prendre les modules K_0 et K_1. On y aussi reporté dans cette figure les domaines d'expansion dans lesquels les ondes longitudinales ne peuvent pas exister.

On constate qu'il existe quatre *«comportements cosmologiques»* vraiment différents, dont trois présentent des analogies nettement plus convaincantes avec ce que l'on sait de la cosmologie de l'Univers réel:

- les réseaux cosmologiques avec $K_1 < 0$ qui sont reportés dans les figures 3.8 *(a)*, *(c)* et *(d)*. Ces trois types de réseau présentent bien un big-bang suivi d'une inflation à grande vitesse, d'un ralentissement de l'inflation et finalement d'une expansion à vitesse croissante vers $\tau \to +\infty$, stades qui se suivent dans un ordre parfait. La disparition des ondes longitudinales intervient dans ces réseaux pour des expansions supérieures à une valeur critique τ_{0cr} qui dépend de la valeur du module de cisaillement $K_2 > 0$,
- le réseau cosmologique de la figure 3.8 *(b)*, avec $K_1 = 0$ et $K_0 > 0$, pour lequel il n'existe jamais d'ondes longitudinales à condition que $K_0 > 4K_2 / 3$, ce qui en fait un cas très simple et très intéressant pour décrire le comportement cosmologique de l'Univers réel,

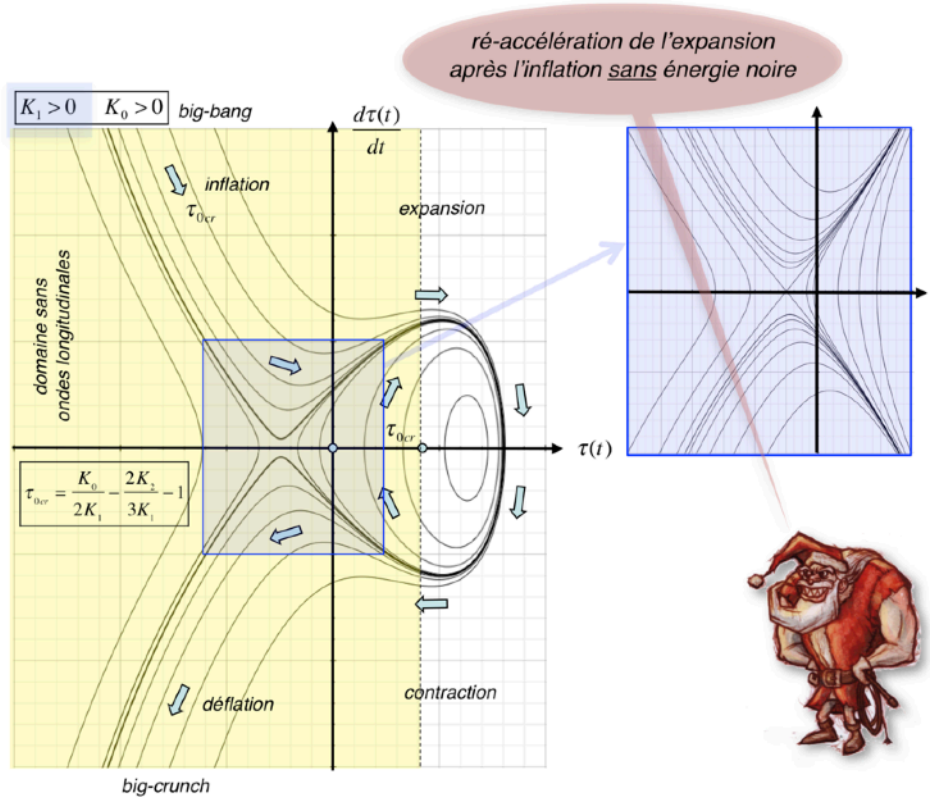


Figure 3.10 *- «comportement cosmologique» de la vitesse d'expansion cosmologique $d\tau / dt$ en fonction de l'expansion τ d'un réseau cosmologique imaginaire avec $K_1 > 0$*

- les réseaux cosmologiques avec $K_1 > 0$ ou $K_1 = 0$ et $K_0 < 0$ qui sont reportés dans les figures 3.8 *(e)*, *(g)* et *(h)*. Ces trois types de réseau parcourent bien les quatre stades de la cosmologie de l'Univers réel, en l'absence d'ondes longitudinales (un «big-bang» à partir d'une singularité d'espace-temps, suivi d'une période d'inflation très rapide, puis un ralentissement de l'inflation, suivi d'une expansion dont la vitesse semble bien s'accroître au cours du temps), avant d'entrer dans une phase d'expansion au cours de laquelle les ondes longitudinales apparaissent, et qui précède une phase de contraction symétrique de retour vers l'état de singularité $\tau \rightarrow -\infty$ («big-crunch»). En ce cas, il existe bien une région du diagramme, pour $\tau < \tau_{0cr}$, qui se situe dans le domaine où il n'existe pas d'ondes longitudinales, et dans laquelle le réseau est en expansion à vitesse croissante. A noter que le réseau de la figure 3.8 *(g)* pourrait être un excellent candidat pour décrire le comportement cosmologique de l'Univers réel, car tous ses modules élastiques sont positifs,
- finalement, le réseau cosmologique de la figure 3.8 *(f)*, avec $K_1 = 0$ et $K_0 < 0$, ne présente pas les stades correspondant à la cosmologie de l'Univers réel, et il présente toujours des ondes longitudinales. Il n'est pas apte à décrire le comportement cosmologique de l'Univers réel.

Le «comportement cosmologique» d'un réseau cosmologique peut s'illustrer encore plus clairement en calculant la vitesse de l'expansion volumique $d\tau / dt$ en fonction de l'expansion volumique τ, comme représenté pour le cas *(c)* avec $K_1 < 0$ dans la figure 3.9, et pour le cas

(g) avec $K_1 > 0$ dans la figure 3.10. Le comportement de la vitesse d'expansion volumique $d\tau / dt$ en fonction de τ peut être déduite de la connaissance de $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$ comme le montre la relation reportée dans la figure 3.9.

Les figures 3.9 et 3.10 sont très intéressantes, car elles montrent bien l'existence d'un stade initial d'inflation extrêmement rapide de l'expansion volumique τ dans les *réseaux cosmologiques* puisque $d\tau / dt \to \pm\infty$ pour $\tau \to -\infty$, juste après le stade du big-bang ou juste avant le stade du big-crunch, et que la vitesse $d\tau / dt$ de l'expansion ou de la contraction volumique passe par un minimum avant de s'accélérer à nouveau, juste après le stade d'inflation ou juste après le stade de re-contraction.

Il va sans dire que la modélisation utilisée ici pour décrire les «comportements cosmologiques» de réseaux imaginaires est extrêmement simplifiée, et on pourrait même la qualifier de simpliste.

En fait, c'est essentiellement l'hypothèse initiale d'une expansion volumique homogène dans tout le réseau qui peut être mise en doute, car avec cette hypothèse on a éludé les deux problèmes majeurs qui conduiraient en principe à des modèles beaucoup plus compliqués: le fait que le solide est soumis à la dynamique newtonienne dans l'espace absolu du ***GO*** , et le fait qu'on aurait dû en principe posé une condition sur la nullité de la pression à la limite extérieure du solide. Mais malgré les simplifications extrêmes de notre modélisation, les comportements globaux prédits dans les figures 3.8 à 3.10 doivent tout de même rester assez proches des comportements qu'on aurait pu obtenir par un traitement plus réaliste du problème.

Il n'est évidemment pas possible de choisir ici le réseau cosmologique qui se rapprocherait le plus de l'évolution cosmologique connue de l'Univers réel. Mais d'un point de vue philosophique et du point de vue du bon sens, les réseaux cosmologiques des figures 3.8 *(e)* à *(h)*, qui présentent un big-bang suivi d'un big crunch, et donc finalement un big-bounce paraissent nettement plus satisfaisants pour un esprit cartésien que les réseaux des figures 3.8 *(a)* à *(d)* , qui présentent une expansion infinie et unique. On peut donc émettre ici une *conjecture «de nature philosophique»* reportée à la figure 3.11.

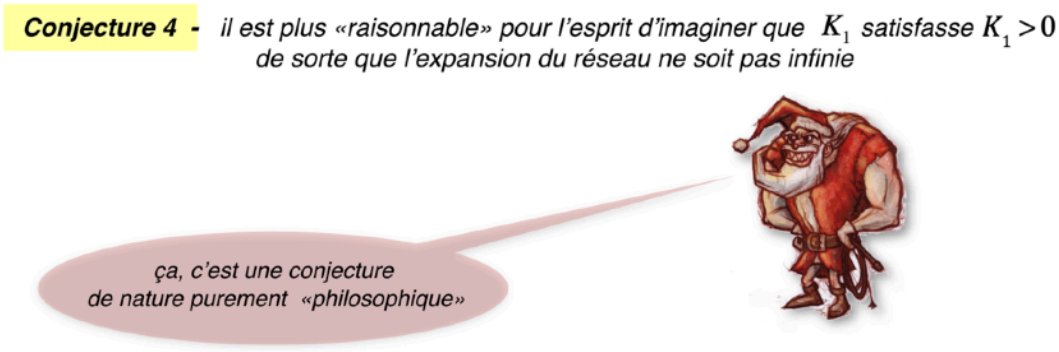


Figure 3.11 *- la quatrième conjecture dictée par le bon sens*

Quant à la valeur de K_0, rien ne nous permet pour l'instant de proposer une valeur positive, nulle ou négative, car les cas illustrés dans les figures 3.8 *(e), (g)* et *(h)* sont tous trois très intéressants.

A noter aussi que l'énergie élastique $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$ contenue dans le réseau cosmologique pourrait bien correspondre à la fameuse *«énergie noire»* des astrophysiciens, introduite pour expliquer l'augmentation de la vitesse de l'expansion de l'Univers récemment observée expérimentalement, puisque c'est cette énergie élastique qui est entièrement responsable de l'augmentation de la vitesse de l'expansion volumique via la relation reportée dans la figure 3.9.

Il est à nouveau remarquable de constater que ces comportements de l'expansion volumique d'une sphère de réseau cosmologique sont exclusivement dues au développement de l'énergie interne *par unité de volume* que nous avons utilisé pour celui-ci. En effet, si on essaie de regarder ce qui se passerait dans le cas d'un *solide parfait* pour lequel l'énergie interne serait écrite comme un développement exprimé *par site de réseau*, on constaterait que le comportement d'expansion est radicalement différent comme le relate la figure 3.12:

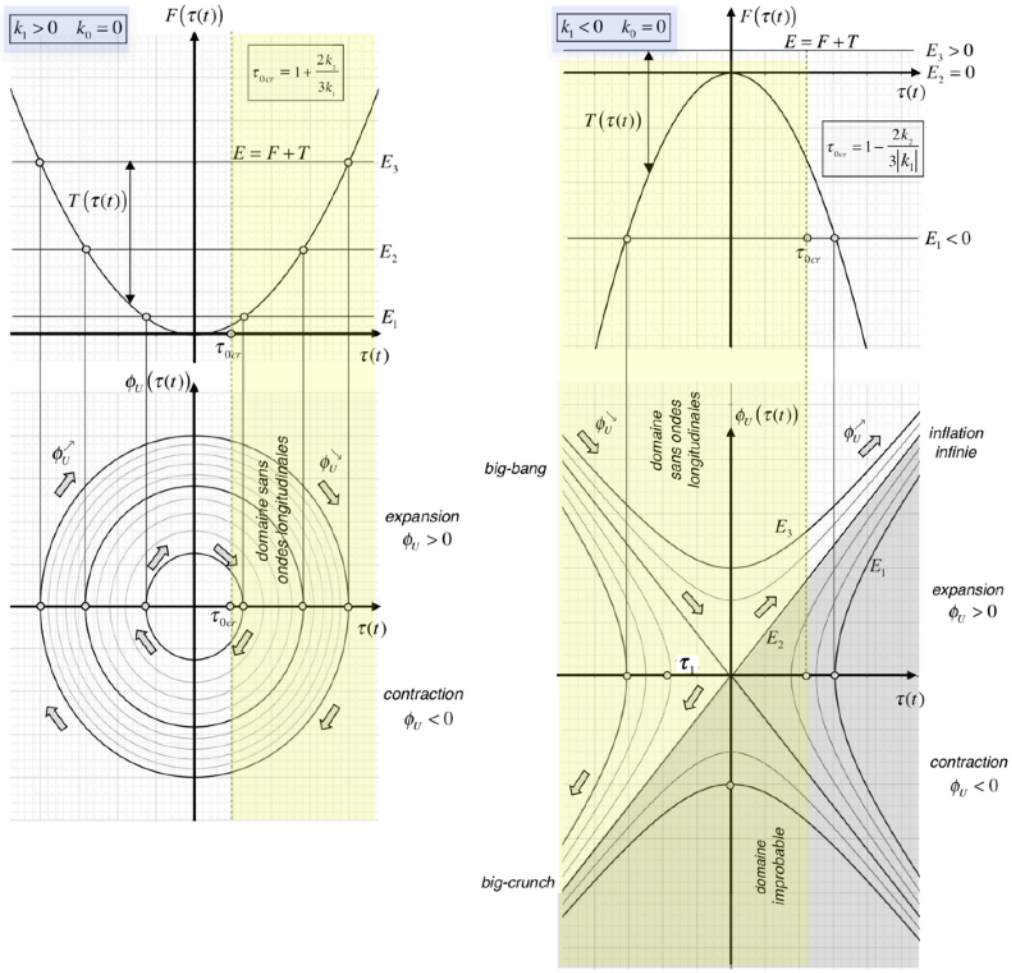


Figure 3.12 *- «comportements cosmologiques» de l'énergie élastique $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$ d'expansion et de la vitesse $\vec{\phi}_U(\tau)$ d'expansion d'un solide parfait imaginaire dont l'énergie interne serait écrite comme un développement exprimé par site de réseau, pour $k_1 < 0$ et $k_1 > 0$*

- s*i le module k_1 du solide parfait imaginaire est positif,* celui-ci ne pourra qu'osciller indéfiniment entre un état d'expansion volumique minimum $\tau_{\min}$ et un état d'expansion volumique

maximum $\tau_{\max}$, comme illustré par la première figure 3.12. Si on reporte dans les diagrammes $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$ et $\vec{\phi}_U(\tau)$, la valeur critique $\tau_{0cr} = 1 + 2k_2 / 3k_1 > 1$ de τ_0 au-dessous de laquelle il existe des ondes longitudinales dans ce réseau parfait, on constate qu'au cours de son *«évolution cosmologique»*, le solide passera alternativement d'un domaine ($\tau \le \tau_{0cr}$) où il coexiste des ondes transversales et longitudinales, à un autre domaine ($\tau \ge \tau_{0cr}$) où il n'existe que des ondes transversales et des modes de vibrations longitudinales localisés. Mais dans ce domaine sans ondes longitudinales, la vitesse d'expansion ne peut que ralentir, ce qui est en désaccord avec les observations faites sur l'Univers actuel.

- *si le module* k_1 *du solide parfait imaginaire est négatif,* suivant la valeur de l'énergie totale $\boldsymbol{E}$, ce solide pourrait avoir plusieurs *«comportements cosmologiques»* différents comme l'illustre bien la deuxième figure 3.12. Si $\boldsymbol{E} \le 0$, il peut se contracter et s'expanser en un mouvement de va et vient entre $\tau \to -\infty$ et τ_1, ou alors s'expanser indéfiniment à partir de $\tau = 0$. A noter qu'il est difficile d'imaginer un solide qui évoluerait en se contractant depuis $\tau = \infty$, raison pour laquelle ces comportements sont reportés dans une zone grisée. Si $\boldsymbol{E} \ge 0$, il peut se dilater indéfiniment à partir de $\tau \to -\infty$. En ce cas, les ondes longitudinales apparaissent dans le domaine $\tau \ge \tau_{0cr} = 1 - 2k_2 / 3|k_1| < 1$.

Les différents *«comportements cosmologiques»* déduits pour un *solide parfait* imaginaire peuvent aussi être comparés avec le comportement cosmologique qui est attribué à l'heure actuelle à notre Univers réel. En effet, dans le cas de l'Univers réel, on a un système qui ne présente pas d'ondes longitudinales, comme le montre la théorie de la relativité générale, et qui poursuit, à la lumière des dernières observations, une évolution cosmologique en plusieurs stades: un *«big-bang»* à partir d'une singularité d'espace-temps, suivi d'une *période d'inflation* très rapide, puis un ralentissement de l'inflation, suivi, d'après des observations très récentes, d'une *expansion* dont la vitesse semble s'accroître au cours du temps. Ce dernier stade est celui qui correspondrait à l'état actuel de notre Univers.

Parmi les *«comportements cosmologiques»* déduits à partir du *solide parfait*, seul le solide parfait avec $k_1 < 0$ présente quelque analogie avec le comportement cosmologique de l'Univers réel. En effet, le solide parfait avec $k_1 < 0$, dans le cas où E est supérieure à zéro (deuxième figure 3.12), parcourt bien les stades de big-bang, d'inflation, de ralentissement de l'inflation et d'expansion à vitesse croissante dans le domaine où il n'existe pas d'ondes longitudinales. Mais pour ce solide, le stade d'expansion à vitesse croissante se poursuit inéluctablement vers $\tau \to +\infty$, ce qui ne satisfait pas trop notre quatrième conjecture dictée par le bon sens.

Ces résultats dans le cas du solide parfait dont l'énergie interne serait écrite comme un développement exprimé *par site de réseau* sont très loin d'être satisfaisants si on les compare avec l'expansion connue de l'univers. Ceci justifie donc *à nouveau* la conjecture 1 que nous avions posée à la figure 3.1, puisque c'est elle qui permet l'existence des comportements cosmologiques reportés dans les figures 3.7 à 3.10, et surtout qui permet l'existence de la courbure des rayons d'onde par les gradients d'expansion volumique des figures 3.4 et 3.5.

Chapitre 4

Les équations de Maxwell de l'électromagnétisme

Les *équations de Maxwell* sont les lois fondamentales de l'électromagnétisme formulées à la fin du 19ème siècle par James Clerk Maxwell sur la base des différents théorèmes de Gauss, Ampère et Faraday qui décrivaient séparément les phénomènes électriques et magnétiques avant que Maxwell ne les unifie. Les lois de Maxwell régissent tous les phénomènes classiques liés aux champs électriques et magnétiques, et représentent par là une des plus belles applications du concept de champs en physique. Mais les équations de Maxwell de l'électromagnétisme sont un postulat déduit de l'observation expérimentale, et on les admet parce qu'elles correspondent aux observations expérimentales.

Dans ce chapitre, on démontre théoriquement l'existence d'un set d'équations pour décrire les rotations et les cisaillements du réseau cosmologique en l'absence de variations de l'expansion volumique, et on constate qu'il existe une analogie complète et parfaite entre ce set d'équations et le set des équations de Maxwell. Non seulement cette analogie démontre qu'il est possible de déduire théoriquement le set de ces équations sur la base de quelques principes physiques fondamentaux appliqués au solide cosmologique, mais elle permet aussi de considérer le réseau cosmologique comme un support physique pour les champs électromagnétiques, et de donner des interprétations physiques aux diverses grandeurs de l'électromagnétisme.

On commence par montrer la séparabilité du champ d'expansion volumique des autres champs dans l'équation de Newton d'un *réseau cosmologique* dans le cas où les concentrations de défauts ponctuelles sont des constantes. L'équation de Newton peut être séparée en deux parties, une partie dite *rotationnelle* et une partie dite *divergente.* Dans le cas où le champ d'expansion volumique peut être considéré comme quasi-constant, la partie rotationnelle fait alors apparaître un set d'équations pour le champ des rotations macroscopiques et des rotations locales (associées aux cisaillements du réseau) parfaitement identique à l'ensemble du set des *équations de Maxwell de l'électromagnétisme*. Cette analogie avec les équations de Maxwell ne laisse aucune place pour l'existence de *monopôles magnétiques*, mais il y a par contre possibilité d'imaginer l'existence de *charges électriques vectorielles*.

Séparabilité de l'équation de Newton en partie «rotationnelle» et partie «divergente»

Supposons que le champ d'expansion volumique au sein d'un réseau cosmologique présente un champ de fond τ_0 homogène auquel est superposé un champ d'expansion élastique $\tau^{él}$, de sorte qu'il peut s'écrire $\tau = \left(\tau_0 + \tau^{él}\right)$. En supposant de plus que les concentrations atomiques de lacunes et d'auto-interstitiels soient *des constantes homogènes* dans tout le réseau, et donc qu'elles ne dépendent pas du temps ($dC_I / dt = dC_L / dt = 0$), on peut écrire l'équation de Newton du réseau sous la forme représentée dans la figure 4.1.

Grâce l'hypothèse d'homogénéité des concentrations de lacunes et d'auto-interstitiels, la

linéarité des relations en les diverses vitesses montre qu'il est possible de les scinder en deux contributions en séparant les vitesses $\vec{\phi}$, $\vec{\phi}_L$ et $\vec{\phi}_I$ en une composante, indicée *«rot»*, associée aux déformations par cisaillements et rotations d'une part, et une composante, indicée *«div»*, associée aux déformations par expansion volumique d'autre part.

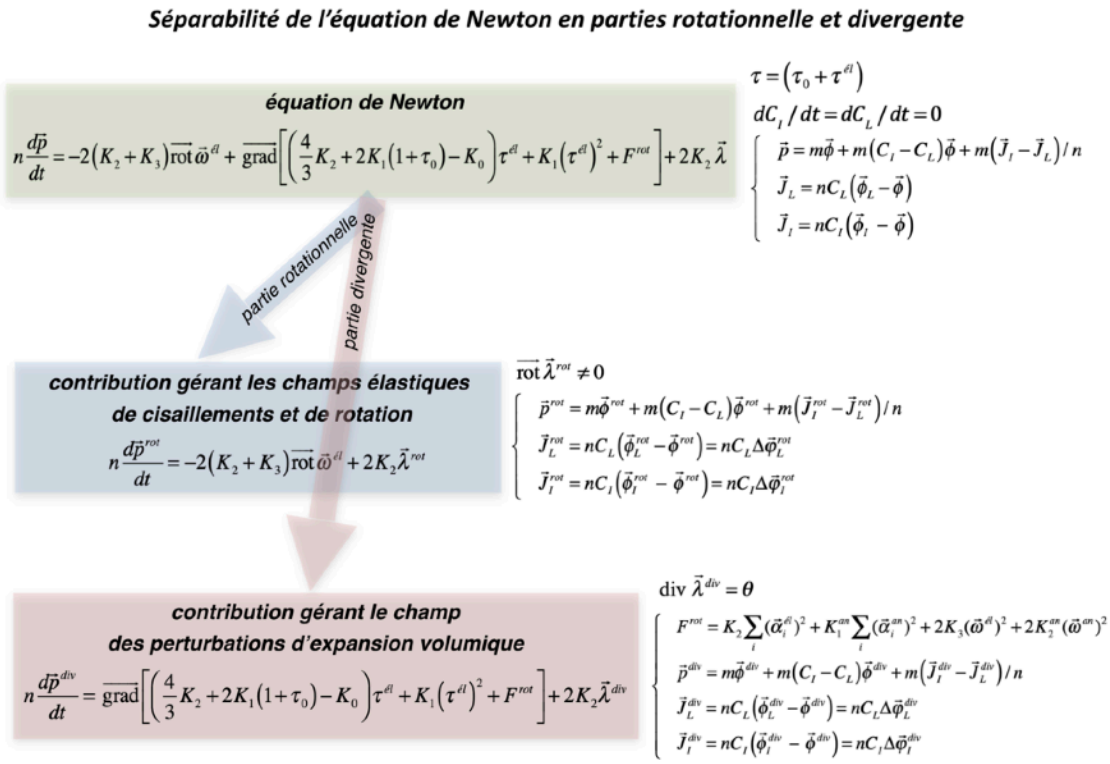


Figure 4.1 *- Séparabilité de l'équation de Newton en partie rotationnelle et en partie divergente sous conditions d'homogénéité des concentrations de lacunes et d'auto-interstitiels*

Il vient ainsi deux contributions à l'équation de Newton comme indiqué dans la figure 4.1:
-*une contribution gérant les champs élastiques de cisaillements et de rotation,* via le champ vectoriel de rotation $\vec{\omega}^{él}$. Cette contribution ne dépend de l'expansion volumique τ que par la présence de la densité de site $n = n_0\,\mathrm{e}^{-(\tau_0+\tau^{él})}$,
- *une contribution gérant le champ de perturbation d'expansion volumique*, qui est dépendante de la solution précédente via la densité d'énergie F^{rot} de déformation par cisaillements et rotations élastiques et anélastiques.

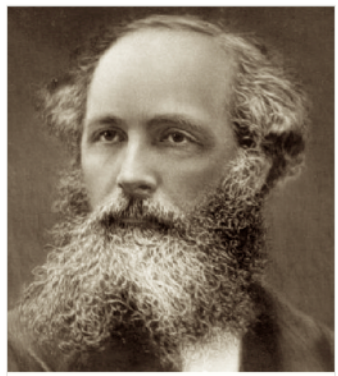
La densité de charges de flexion à aussi été scindée en deux parties: les *charges de flexion «rotationnelles»* et les *charges de flexion «divergentes»*, qui satisfont deux relations reportées aussi dans la figure 4.1, et qui permettent de relier l'équation de Newton pour l'expansion $\tau^{él}$ à la densité de charge de courbure θ au sein du réseau.

Cette scission de l'équation de Newton dans le cas où les concentrations de lacunes et d'interstitiels sont des constantes homogènes permet de résoudre les problèmes d'évolution spatio-temporelle du réseau cosmologique, en séparant la résolution des champs élastiques de cisaillements et de rotation de celle du champ d'expansion volumique. Mais comme la densité de

sites $n = n_0 \, \mathrm{e}^{-(\tau_0 + \tau^{él})}$ intervient à la fois dans les parties rotationnelles et divergentes, il existe un certain couplage entre les résultats des deux équations partielles de Newton. Cependant, moyennant des hypothèses simplificatrices supplémentaires, il peut être possible de résoudre de manière complètement indépendante ces deux sets d'équations. C'est ce qu'on va montrer dans la suite, en considérant le cas particulier où le champ d'expansion volumique peut être considéré comme quasi-constant.

Comportement "maxwellien" de la partie rotationnelle de l'équation de Newton

Emettons maintenant l'hypothèse que la valeur moyenne de l'expansion volumique $\langle \tau \rangle = \tau_0 + \langle \tau^{él} \rangle$ au sein du réseau cosmologique puisse être considérée en première approximation comme constante et homogène, de sorte que la densité de site n puisse aussi être considérée en moyenne comme une constante homogène. Avec cette hypothèse, l'équation de Newton se réduit à sa partie purement rotationnelle. Dans ce cas, le torseur de moment $\vec{m}$ dérive d'une équation d'état virtuel, la *densité volumique virtuelle d'énergie libre de rotation élastique*, liée aux déformations par cisaillements et par pures rotations élastiques, sans expansions volumiques, qui s'écrit $F^{él}_{rotation}\left(\vec{\omega}^{él}\right) = 2\left(K_2 + K_3\right)\left(\vec{\omega}^{él}\right)^2$. Toujours par hypothèse, on va aussi supposer que l'*anélasticité du réseau* se manifeste uniquement par cisaillement et/ou rotation, de sorte qu'elle peut très bien être représentée ici par un vecteur de rotation anélastique $\vec{\omega}^{an}$.



James Clerk Maxwell
(1831-1879)

Les équations nécessaires à la description complète des cisaillements et rotations élastiques du réseau cosmologique doivent encore incorporer les équations topologiques pour le vecteur de rotation élastiques $\vec{\omega}^{él}$, à savoir l'équation géométrocinétique et l'équation de géométrocompatibilité en présence de charges de dislocations. Comme la densité ρ de masse d'inertie du réseau est une constante puisque $\rho = m\left(n + n_I - n_L\right) = mn\left(1 + C_I - C_L\right) = cste$, on en déduit que $\mathrm{div}\left(n\vec{p}^{rot}\right) = -\partial\rho / \partial t = 0$. Avec toutes ces considérations, on peut finalement déduire le set complet d'équations reporté dans la figure 4.2, qui décrit l'évolution spatio-temporelle du réseau cosmologique en présence de purs cisaillements et de rotations locales.

Les relations ainsi obtenues pour le réseau cosmologique dans le repère local $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ mobile avec le milieu sont alors comparées avec les *équations de Maxwell de l'électromagnétisme dans un milieu électriquement chargé, conducteur, magnétique et diélectrique*. On constate qu'il existe une analogie très forte entre ces deux ensembles d'équations, hormis le fait que les équations d'évolution font intervenir en principe la dérivée particulaire, alors que les équations de Maxwell font intervenir la dérivée partielle par rapport au temps. Cependant, il faut noter ici que la dérivée particulaire dans un référentiel local $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ mobile avec le milieu peut être remplacée par la dérivée partielle par rapport au temps si les déformations restent suffisamment faibles et/ou lentes au voisinage de l'origine du référentiel local, ce que nous avons supposé dans le tableau de la figure 4.2.

L'analogie entre les équations d'un réseau cosmologique pris à expansion volumique quasi

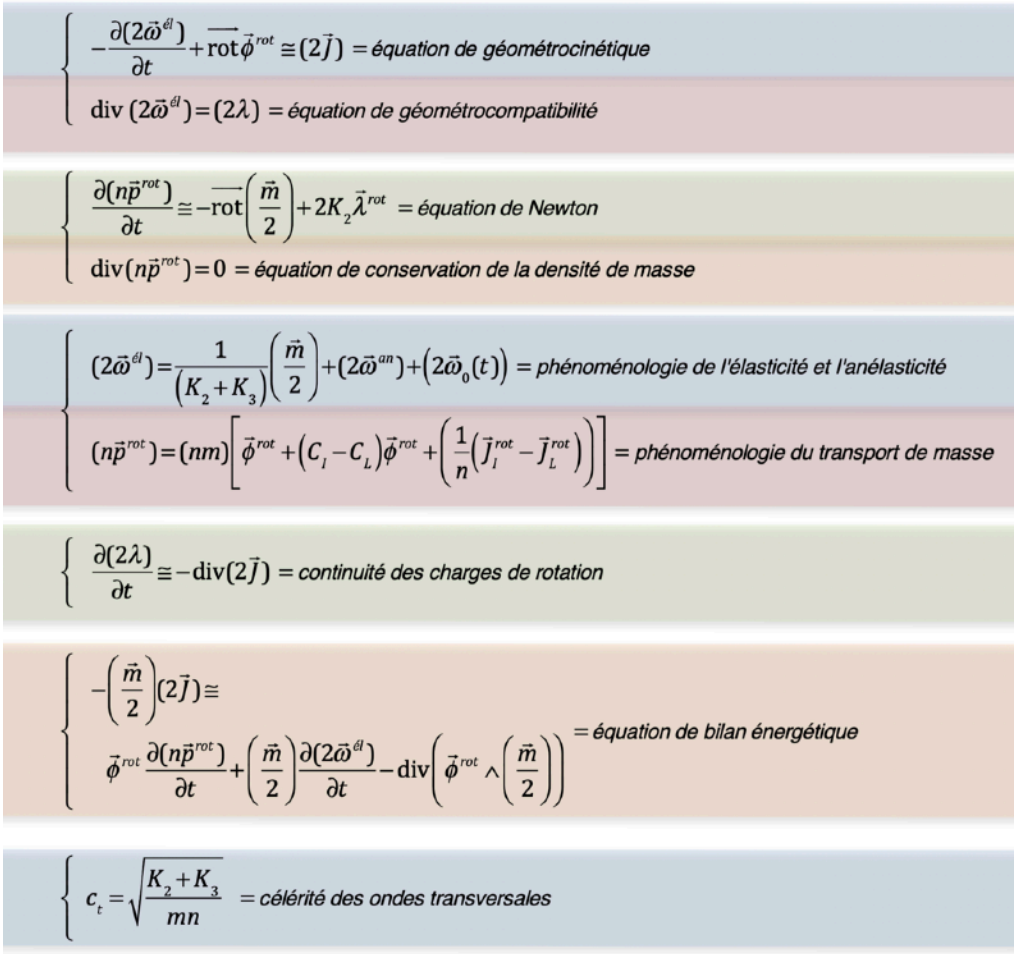


Figure 4.2a *- Formulation «maxwellienne»* ***des équations d'évolution du réseau cosmologique*** *dans un repère local* $Ox_1x_2x_3$ *mobile avec le milieu*

constante et homogène et les équations de Maxwell de l'électromagnétisme est tout-à-fait remarquable, car elle est absolument complète, comme le montrent bien les équations reportées dans le tableau de la figure 4.2. Les équations de Maxwell y ont une correspondance précise avec les équations des rotations dans réseau cosmologique: l'équation de Maxwell-Ampère correspond à l'équation géométrocinétique, l'équation de Maxwell-Gauss à l'équation de géométrocompatibilité, l'équation de Maxwell-Faraday à l'équation de Newton et finalement l'équation de Maxwell-Thompson à l'équation de conservation de la densité de masse. En fait, nos équations contiennent un terme supplémentaire de *densité de charges* $\vec{\lambda}^{rot}$ *de flexion «rotationnelles»* dans le deuxième couple d'équations, qui n'a pas d'homologue dans les équations de Maxwell. En supposant alors un réseau cosmologique dans lequel $\vec{\lambda}^{rot}$ puisse être négligée, à savoir que $\vec{\lambda}^{rot}\approx 0$, l'analogie entre les équations du réseau cosmologique et les équations de Maxwell devient parfaite, et mérite d'être commentée plus en détail.

De l'analogie entre les charges de rotation et les charges électriques

Les équations du tableau 4.2 montrent une analogie complète entre la densité λ de charges de rotation et la densité ρ de charges électriques, qui interviennent respectivement

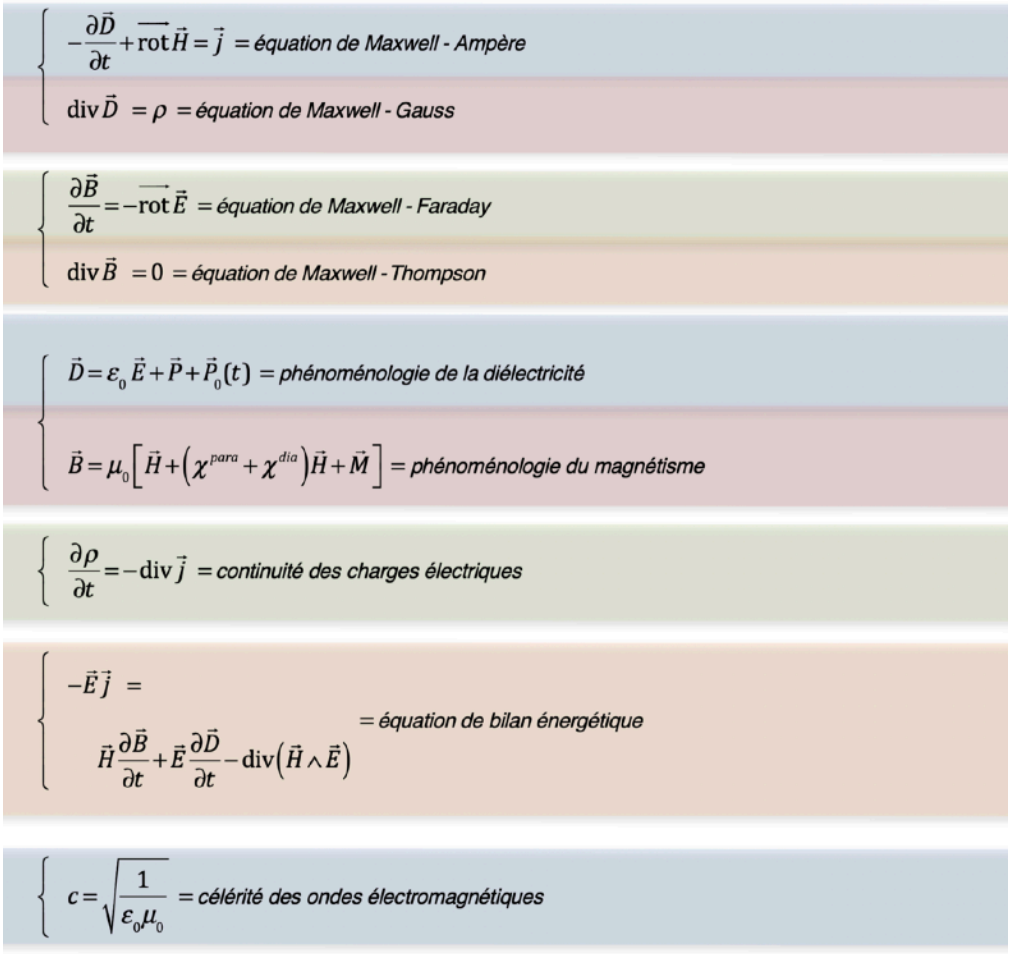


Figure 4.2b - *Formulation «maxwellienne» des* ***équations de l'électromagnétisme***

dans l'équation de géométrocompatibilité et dans l'équation de Maxwell-Gauss, ainsi qu'entre le flux vectoriel $\vec{J}$ de charges de rotation et la densité de courant électrique $\vec{j}$, qui interviennent respectivement dans l'équation de géométrocinétique et dans l'équation de Maxwell-Ampère. L'équation de continuité des charges de rotation est écrite dans ce tableau en considérant que la source de charges de rotation $S^{\lambda}=\left[d\left(\mathrm{div}\,\vec{\omega}^{él}\right)/dt-\mathrm{div}\left(d\vec{\omega}^{él}/dt\right)\right]$ décrite dans la figure 2.5 est nulle ($S^{\lambda}=0$), et elle correspond alors à l'équation de continuité des charges électriques lorsqu'on suppose l'absence de création et d'annihilation de charges électriques. On imagine immédiatement qu'il y a assurément là un lien à creuser entre la source S^{λ} de charges de rotation due à la non-commutation des opérateurs de temps et d'espace, et les phénomènes de création-annihilation de charges électriques.

De l'analogie entre l'anélasticité du réseau et la diélectricité de la matière

Le phénomène d'anélasticité introduit ici par le terme $2\vec{\omega}^{an}$ devient, dans la comparaison avec les équations de Maxwell de l'électromagnétisme, l'analogue de la polarisation diélectrique $\vec{P}$ dans la relation $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}+\vec{P}_0(t)$, donnant le déplacement électrique $\vec{D}$ en fonction du

champ électrique $\vec{E}$ et de la polarisation $\vec{P}$ de la matière. Cette analogie entre les champs an $2\vec{\omega}^{an}$ et $\vec{P}$ est très forte puisque les comportements phénoménologiques possibles de ces deux grandeurs sont tout-à-fait similaires, avec dans les deux cas des comportements relaxationnels, résonants ou hystérétiques décrits en détail dans le livre[1]. Par exemple, dans le cas d'une relaxation pure, il est possible de relier $\vec{\omega}$ à $\vec{m}$ par l'intermédiaire d'un module complexe, tout comme il est possible de relier $\vec{D}$ à $\vec{E}$ via un coefficient diélectrique complexe en électromagnétisme. En fait, une comparaison plus poussée montrerait même que les comportements associés à l'activation thermique, donc à la température, présentent aussi des analogies.

Quant au terme de polarisation diélectrique homogène $\vec{P}_0(t)$ qu'on a introduit ici, il est l'analogue d'un terme de rotation globale $2\vec{\omega}_0(t)$ du réseau, donc du repère local $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ dans le référentiel absolu du **GO.** Ce terme d'analogie disparaît par conséquent dans le cas où le repère local $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ n'est qu'en translation $\vec{\phi}_{\boldsymbol{O}}(t)$ par rapport au référentiel absolu.

De l'analogie entre le transport de masse dans le réseau et le magnétisme de la matière

Comme la grandeur $n\vec{p}^{rot}$ représente à la fois la quantité de mouvement moyenne par unité de volume du solide et le flux de masse moyen au sein du solide, on en déduit que le flux de masse au sein du solide est dû à la fois à un transport de masse $nm\vec{\phi}^{rot}$ à vitesse $\vec{\phi}^{rot}$ par le mouvement du réseau, à un transport de masse $nm\left(C_I - C_L\right)\vec{\phi}^{rot}$ à vitesse $\vec{\phi}^{rot}$ par le mouvement d'entraînement des défauts ponctuels par le réseau et à un transport de masse $m\left(\vec{J}_I^{rot} - \vec{J}_L^{rot}\right)$ dû au phénomène d'auto-diffusion des lacunes et des interstitiels.

Chacun de ces transports de masse possède un analogue dans les équations de Maxwell de l'électromagnétisme. Le transport de masse $nm\vec{\phi}^{rot}$ par le réseau est l'analogue du terme de base $\mu_0\vec{H}$ de l'*induction magnétique* dans le vide. Le transport de masse $nm\left(C_I - C_L\right)\vec{\phi}^{rot}$ par entraînement des défauts ponctuels par le réseau correspond parfaitement au terme $\mu_0(\chi^{para} + \chi^{dia})\vec{H}$ du magnétisme, dans lequel la susceptibilité magnétique se compose de deux parties: la *susceptibilité paramagnétique* χ^{para} positive, qui devient donc l'analogue de la concentration C_I d'interstitiels, et la *susceptibilité diamagnétique* χ^{dia} négative, qui est par conséquent l'analogue de la concentration C_L de lacunes.

Quant au phénomène d'auto-diffusion par les lacunes et les interstitiels, il apparaît dans ces équations par le terme $n\vec{p}^{rot}_{auto-diffusion} = m\left(\vec{J}_I^{rot} - \vec{J}_L^{rot}\right) = mn\left(C_I\Delta\vec{\varphi}_I^{rot} - C_L\Delta\vec{\varphi}_L^{rot}\right)$ reliant la dernière partie de $n\vec{p}^{rot}$ aux vitesses $\Delta\vec{\varphi}_L^{rot}$ et $\Delta\vec{\varphi}_I^{rot}$ d'auto-diffusion des défauts ponctuels.

Le terme $\left(\vec{J}_I^{rot} - \vec{J}_L^{rot}\right)/n = C_I\Delta\vec{\varphi}_I^{rot} - C_L\Delta\vec{\varphi}_L^{rot}$ associé à ce transport de masse par auto-diffusion des défauts ponctuels devient, dans la comparaison avec les équations de Maxwell de l'électromagnétisme, l'analogue parfait de la magnétisation $\vec{M}$ de la matière dans la relation donnant l'induction magnétique $\vec{B}$. L'analogie entre les champs $C_I\Delta\vec{\varphi}_I^{rot} - C_L\Delta\vec{\varphi}_L^{rot}$ et $\vec{M}$ est très forte puisqu'il existe des comportements phénoménologiques similaires de ces deux grandeurs, comme des comportements relaxationnels décrits dans le livre[1], qui dérivent d'équations de transport et qui supposent implicitement que les processus d'auto-diffusion sont de type

---

[1] *G. Gremaud, "Théorie eulérienne des milieux déformables – charges de dislocation et désinclinaison dans les solides", Presses polytechniques et universitaires romandes (PPUR), Lausanne (Switzerland) 2013, 751 pages, ISBN 978-2-88074-964-4*
G. Gremaud, "Eulerian theory of newtonian deformable lattices – dislocation and disclination charges in solids", Amazon, Charleston (USA) 2016, 312 pages, ISBN 978-2-8399-1943-2

markovien, donc qu'ils ne dépendent pas de l'histoire, c'est-à-dire des processus de transport antérieurs, ce qui est bien le cas des solides usuels.

Mais rien n'interdit à priori d'imaginer des réseaux solides pour lesquels les processus de transport ne seraient pas de type markovien. A titre d'exemple, on peut imaginer un réseau hypothétique dans lequel les lacunes seraient très fortement ancrées au réseau, alors que les interstitiels seraient quasiment libres de s'y mouvoir. La quantité de mouvement $n\vec{p}^{rot}$ au sein du solide s'écrirait $n\vec{p}^{rot} = nm\left[\vec{\phi}^{rot} + \left(C_I - C_L\right)\vec{\phi}^{rot} + C_I\Delta\vec{\varphi}_I^{rot}\right]$, et le transport de masse $n\vec{p}^{rot}$ contiendrait maintenant un terme $\left(2C_I - C_L\right)\vec{\phi}^{rot}$ associé à la fois aux lacunes et aux interstitiels, dont le coefficient $\left(2C_I - C_L\right)$ est l'analogue de la susceptibilité magnétique χ en électromagnétisme, et qui peut prendre une valeur positive ou négative suivant les concentrations C_I et C_L de défauts ponctuels. Il contiendrait de plus le terme $nmC_I\Delta\vec{\varphi}_I^{rot}$ associé à un transport de masse par mouvement inertiel conservatif des interstitiels, parfaitement analogue à l'aimantation permanente $\vec{M}$ des matériaux ferromagnétiques et antiferromagnétiques en électromagnétisme.

La présence d'un terme constant $nmC_I\Delta\vec{\varphi}_I^{rot}$ dans $n\vec{p}^{rot}$ correspondrait alors très clairement à un processus de type non markovien, puisque la valeur de $\Delta\vec{\varphi}_I^{rot}$ doit essentiellement dépendre de l'histoire de cet hypothétique réseau solide. On pourrait imaginer par exemple que le mouvement des interstitiels soit contrôlé par un frottement de type sec avec le réseau, auquel cas il existerait une force critique de désancrage des interstitiels, ce qui conduirait à l'apparition de cycles d'hystérèse de $\Delta\vec{\varphi}_I^{rot}(t)$ en fonction de $\vec{\phi}^{rot}(t)$, absolument analogues aux cycles d'hystérèse de la magnétisation $\vec{M}(t)$ en fonction du champ magnétique $\vec{H}(t)$ observés dans les matériaux ferromagnétiques ou antiferromagnétiques.

L'analogie complète avec les grandeurs de la théorie de l'électromagnétisme

L'analogie reportée dans le tableau de la figure 4.2 entre les équations d'un réseau cosmologique pris à expansion volumique quasi constante et homogène et les équations de Maxwell de l'électromagnétisme est tout-à-fait remarquable, car elle est absolument complète, et elle fait appel aussi à des processus relaxationnels et hystérétiques très similaires dans les deux systèmes. On peut reporter dans le tableau 4.3 l'analogie complète qui existe entre les grandeurs physiques de notre approche et les grandeurs électromagnétiques de la théorie de Maxwell de l'électromagnétisme.

Des effets d'une expansion volumique du réseau dans le référentiel absolu du GO

Dans cette analogie, l'existence d'une translation uniforme à vitesse $\vec{\phi}_{\boldsymbol{O}}(t)$ non nulle du réseau, donc du repère local $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ par rapport au référentiel absolu $\boldsymbol{Q}\xi_1\xi_2\xi_3$ du **GO**, aurait pour analogue, dans les équations de Maxwell, un champ magnétique $\vec{H}_0(t)$ homogène dans l'espace. Cette dernière remarque implique que, si un réseau solide était en expansion dans le référentiel absolu du **GO**, il devrait apparaître un champ $\vec{\phi}_{\boldsymbol{O}}(t)$ dans les repères locaux $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Ce champ $\vec{\phi}_{\boldsymbol{O}}(t)$ devrait avoir pour analogue un champ magnétique $\vec{H}_0(t)$ *localement homogène* dans l'espace *si l'Univers était en expansion*, et qui pointerait dans la direction du mouvement du repère local de l'observateur par rapport à l'espace absolu.

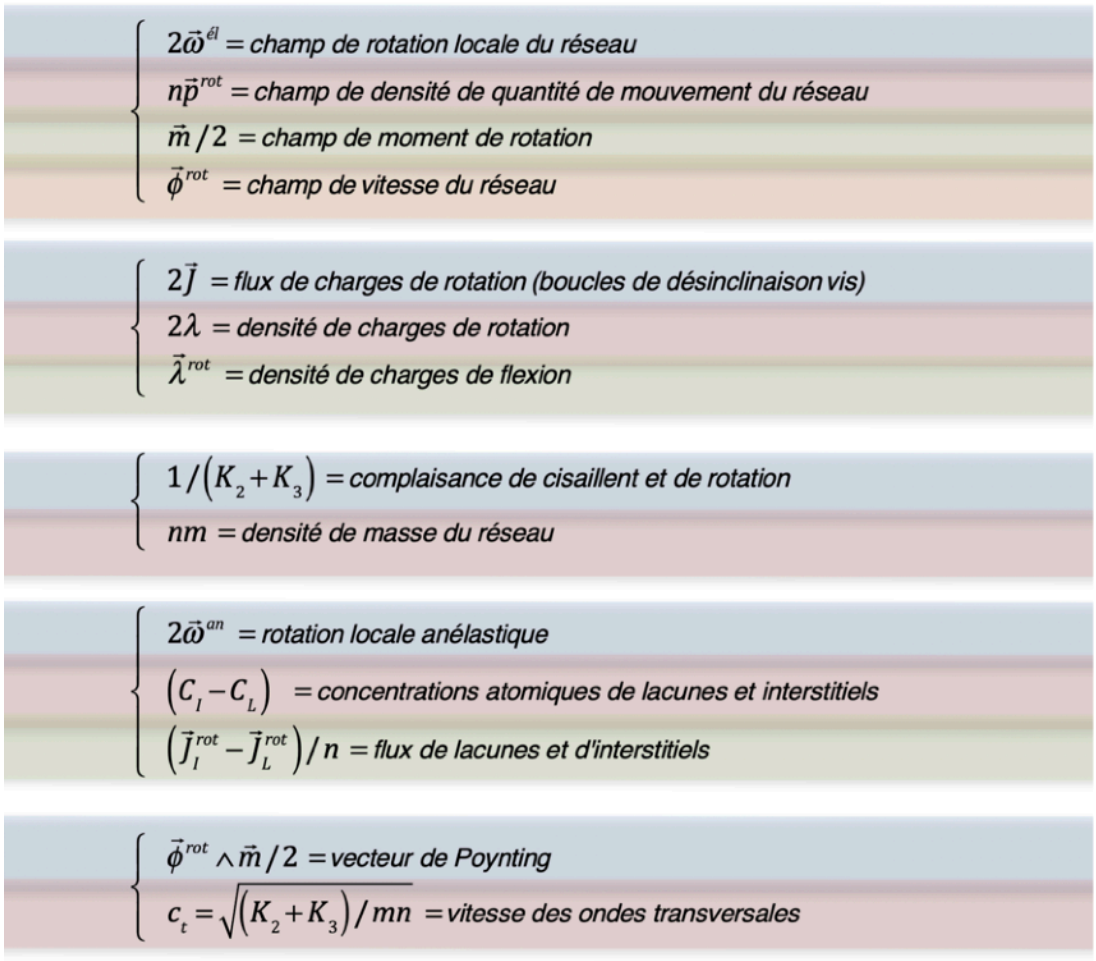


Figure 4.3a *- L'analogie complète entre* ***les grandeurs physiques du réseau cosmologique*** *et les grandeurs électromagnétiques des équations de Maxwell.*

Existe-t-il des «monopôles magnétiques» dans cette analogie?

L'équation $\mathrm{div}(n\vec{p}^{rot})=0$ reflète le fait qu'on considère un solide avec un champ d'expansion volumique statique et homogène. L'existence d'une valeur non nulle et constante de $\mathrm{div}(n\vec{p}^{rot})$, telle que $\mathrm{div}(n\vec{p}^{rot})=\mathrm{div}\left[mn\left(1+C_I-C_L\right)\vec{\phi}^{rot}\right]+\mathrm{div}\left[m\left(\vec{J}_I^{rot}-\vec{J}_L^{rot}\right)\right]\neq 0$ impliquerait qu'il existe un champ constant et divergent de vitesse $\vec{\phi}^{rot}$ des sites de réseau, et donc, avec l'hypothèse que $\tau=cste$, une source de sites de réseau S_n non nulle, ou alors qu'il existerait un flux constant et divergent d'auto-diffusion $m\left(\vec{J}_I^{rot}-\vec{J}_L^{rot}\right)$, qui nécessiterait obligatoirement des sources localisées et non nulles de défauts ponctuels S_L^{pl} et/ou S_I^{pl}, ce qui est bien difficile à imaginer.

Dans le cadre de l'analogie avec l'électromagnétisme, une relation $\mathrm{div}(n\vec{p}^{rot})=cste\neq 0$ aurait pour analogue la relation $\mathrm{div}\,\vec{B}=cste\neq 0$. Or, cette dernière relation fait apparaître la notion bien connue de *monopôles magnétiques*, de *particules de charge magnétique unipolaire*, proposées par certaines théories, mais jamais observées expérimentalement. D'après notre analogie avec le réseau cosmologique, les monopôles magnétiques ne pourraient pas être des particules stables, mais devraient correspondre aux de sources localisées et continues de sites

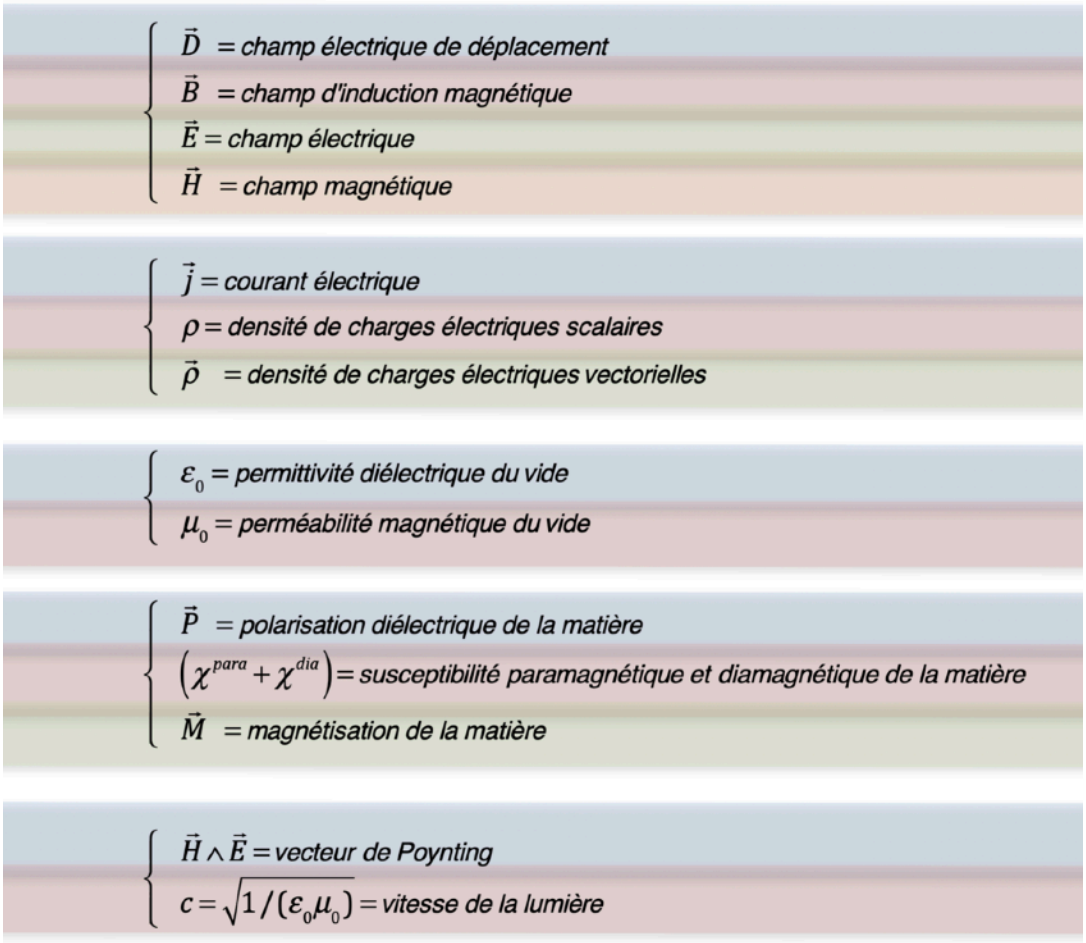


Figure 4.3b - *L'analogie complète entre les grandeurs physiques du réseau cosmologique et* ***les grandeurs électromagnétiques des équations de Maxwell****.*

de réseau ou de défauts ponctuels, ce qui est particulièrment difficile à imaginer. On en déduit que dans le cadre de notre analogie, l'existence de monopôles magnétiques en tant que particules isolées en électromagnétisme n'est pas possible.

Existe-t-il des «charges électriques vectorielles» dans cette analogie?

On peut légitimement se demander ce que pourrait être l'analogie de la densité de charges de flexion «rotationnelles» $\vec{\lambda}^{rot}$ dans les équations de Maxwell. S'il existait une grandeur analogue à $\vec{\lambda}^{rot}$ dans les équations de Maxwell, on pourrait la qualifier hypothétiquement de *densité* $\vec{\rho}$ *de «charges électriques vectorielles»* en posant l'analogie suivante $\vec{\rho} \Leftrightarrow \vec{\lambda}^{rot}$. Les équations de Maxwell s'écriraient alors un peu différemment des équations connus, avec un terme supplémentaire de charge non pas dans l'équation $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$ comme le suggèrent les théories de monopôles magnétiques, mais dans l'équation de Maxwell-Faraday de la manière suivante $\partial \vec{B} / \partial t = -\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} + \kappa\vec{\rho}$, dans laquelle κ est un nouveau *coefficient électrique*, analogue du module $2K_2$ *:* $\kappa \Leftrightarrow 2K_2$.

Dans le cas statique, si une telle charge vectorielle existait vraiment, l'équation la contenant s'écrirait de la façon suivante $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{E} = \kappa\vec{\rho}$, et aurait pour analogue dans le réseau cosmologique

l'équation $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(\vec{m}/2\right)=2K_2\vec{\lambda}^{rot}$. Elle impliquerait donc pour le champ de déplacement que $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{D}=\varepsilon_0\kappa\vec{\rho}$, de sorte que la densité $\vec{\rho}$ de *«charges électriques vectorielles»* serait source d'un champ électrique $\vec{E}$ rotationnel et d'un champ de déplacement électrique $\vec{D}$ rotationnel, tout comme la densité scalaire ρ de charges électriques est source d'un champ de déplacement électrique $\vec{D}$ divergent par la relation $\mathrm{div}\,\vec{D}=\rho$. Si on compare maintenant les coefficients des deux théories, on obtient, à partir des analogies $\varepsilon_0 \Leftrightarrow 1/\left(K_2+K_3\right)$ et $\kappa \Leftrightarrow 2K_2$, qu'il existe l'analogie suivante $\varepsilon_0\kappa \Leftrightarrow 2K_2/(K_2+K_3)$ entre les coefficients des deux théories.

Mais les observations expérimentales n'ont jamais mis en évidence l'existence de telles *«charges électriques vectorielles».* En fait, cela s'explique assez simplement par le fait que les singularités topologiques considérées dans le réseau cosmologique seront toujours exclusivement des boucles de désinclinaison vis, des boucles prismatiques de dislocation coin et des boucles de glissement de dislocation mixte, et dans le cas de telles boucles, il est facile de voir que la charge vectorielle globale $\vec{q}_{\vec{\lambda}}$ obtenue par intégration de la charge de flexion linéïque $\vec{\Lambda}$ sur le contour de la boucle est nulle, de sorte que la densité $\vec{\rho}$ de charges électriques vectorielles obtenue comme la valeur moyenne de la somme de toutes les charges vectorielles $\vec{q}_{\vec{\lambda}}$ contenues par unité de volume est forcément nulle, de sorte que $\vec{\rho}=0$. On peut donc introduire ici une nouvelle conjecture pour notre approche, à savoir:

Conjecture 5 - *Il n'existe pas de charges vectorielles électriques localisées $\vec{q}_{\vec{\lambda}}$ dans le réseau cosmologique, de sorte que la densité $\vec{\rho}$ de charges électriques vectorielles est forcément nulle dans les équations de Maxwell:*

$$\vec{\rho}=0$$

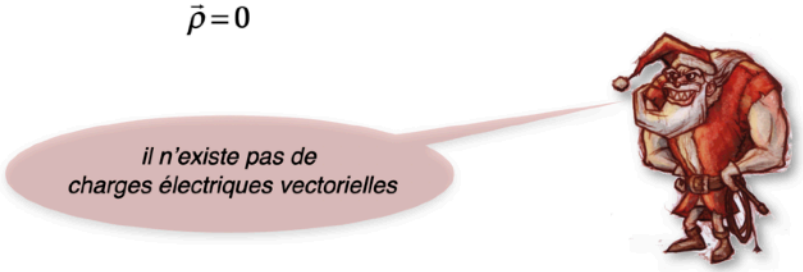


Figure 4.4 *- La cinquième conjecture qui conclue à la non-existence de «charges électriques vectorielles»*

A noter qu'il pourrait peut-être exister de longues «cordes» de dislocation coin qui traverseraient tout le réseau cosmologique et qui présenteraient bien une densité linéïque $\vec{\Lambda}$ de *charge électrique vectorielle,* ce qui ferait alors effectivement apparaître une densité vectorielle $\vec{\rho}$ non nulle de charges électriques vectorielles dans les équations de Maxwell. Mais il s'agit là d'une hypothèse quelque peu extravagante.

De l'importance de cette analogie

En fait, l'existence d'une analogie entre deux théories est toujours très fructueuse en physique, par l'apport réciproque de chacune des théories. Dans notre cas, il est clair que cette analogie avec la théorie des champs électromagnétiques va nous permettre dans la suite d'utiliser pour la description d'un réseau tout l'arsenal des outils théoriques développés depuis fort

longtemps en théorie des champs, telles que, par exemple, la transformation de Lorentz ou la théorie des potentiels retardés. Dans l'autre sens, la théorie développée ici est en fait une théorie nettement plus complexe que l'électromagnétisme classique, puisqu'elle découle d'une théorie tensorielle qui peut être réduite à une théorie vectorielle par contraction sur les indices des tenseurs, et en choisissant de plus des cas particuliers « bridés » de comportement du réseau solide, comme la constance et l'homogénéité de l'expansion volumique. En tenant compte de l'aspect tensoriel de la théorie des réseaux solides et en renonçant au « bridage » des comportements de ceux-ci, l'analogie va devenir particulièrement intéressante et fructueuse, comme on le verra par la suite.

Chapitre 5

Les singularités topologiques au sein du réseau cosmologique

L'équation de Newton peut aussi être séparée de manière différente en *deux équations partielles de Newton* qui permettent d'une part de calculer *les champs de distorsion élastique* associés aux singularités topologiques contenues dans le réseau, et d'autre part de calculer *les perturbations de l'expansion volumique* associées aux énergies élastiques de distorsion de ces singularités topologiques. En se servant de la première équation partielle de Newton, on peut alors décrire les champs et énergies de distorsion élastique des singularités topologiques au sein d'un réseau cosmologique. Il est ainsi possible de trouver des conditions sur les modules élastiques de ce réseau telles qu'il est possible d'attribuer de manière tout à fait classique une *masse d'inertie* aux singularités topologiques, qui satisfait *toujours* la fameuse *«formule d'Einstein»* $E_0 = M_0 c^2$.

Séparabilité de l'équation de Newton en trois équations partielles en présence d'une singularité topologique

Supposons l'existence d'une singularité localisée de charges de dislocation de forme sphérique, tubulaire ou membranaire, contenant des densités de charges $\vec{\lambda}_i$, $\vec{\lambda}$ et/ou λ, et supposons qu'on puisse négliger l'anélasticité et l'auto-diffusion dans le réseau, en posant les hypothèses que $\vec{\alpha}_i^{\,an} = \vec{\omega}^{an} = 0$ et que $dC_I / dt = dC_L / dt = 0$. La présence d'une singularité localisée de charges de dislocation peut être introduite dans cette équation en considérant que les champs régnant dans le réseau sont de trois natures différentes: les champs élastiques dus aux charges de la singularité, qui seront indicés *(ch)*, les champs indépendants de la singularité au sein du réseau, qui sont dus par exemple aux autres singularités, et qui seront indicés *(ext)*, le champ de fond τ_0 de l'expansion volumique du réseau et finalement un *champ de perturbation* $\tau^{(p)}$ *de l'expansion volumique dû à l'énergie de distorsion* F_{dist} *stockée dans le réseau par les champs élastiques* de la singularité considérée. Ces champs représentés dans la figure 5.1 peuvent être introduits dans l'équation de Newton, qui peut être développée en regroupant judicieusement les différents termes, et on constate que l'équation de newton est en fait composée de trois équations couplées qui gèrent les différents champs régnant dans le réseau, et que nous avons reportées dans la figure 5.1.

La troisième équation partielle de Newton traite des *champs externes à la singularité* associés à la vitesse $\vec{\phi}^{ext}$. Mais cette équation de Newton n'est en fait pas parfaitement indépendante des autres champs, de par la présence de $n = n_0 \exp\left[-\left(\tau_0 + \tau^{ch} + \tau^{ext} + \tau^{(p)}\right)\right]$ dans l'expression de la quantité de mouvement associée à $\vec{\phi}^{ext}$. On peut supposer, pour simplifier le problème du traitement des champs propres à la singularité, que le champ externe τ^{ext} peut être considéré comme constant, c'est-à-dire que $\vec{\phi}^{ext} = 0$ et $\tau^{ext} = \tau^{ext}(\vec{r})$, auquel cas l'équation mise sous sa forme statique devient parfaitement indépendante des champs τ^{ch} et $\tau^{(p)}$.

Quant aux champs $\vec{\omega}^{ch}$, τ^{ch} et $\tau^{(p)}$, qui sont associés à la singularité, ils satisfont alors

deux autres équations partielles de Newton fortement couplées, que nous allons discuter.

La première équation partielle de Newton s'intéresse aux *champs de distorsions élastiques* $\vec{\omega}^{ch}$ *et* τ^{ch} *associés aux charges que contient la singularité.* Cette équation est couplée aux champs τ^{ext} et $\tau^{(p)}$ par la valeur $n = n_0 \exp\left[-\left(\tau_0 + \tau^{ch} + \tau^{ext} + \tau^{(p)}\right)\right]$ apparaissant dans l'expression de la quantité de mouvement associée à $\vec{\phi}^{ch}$. Dans le cas statique, ce couplage disparaît, de sorte qu'elle permet de déduire les champs statiques de distorsions élastiques $\vec{\omega}^{ch}$ et τ^{ch} générés par la singularité topologique de manière totalement indépendante des champs τ^{ext} et $\tau^{(p)}$.

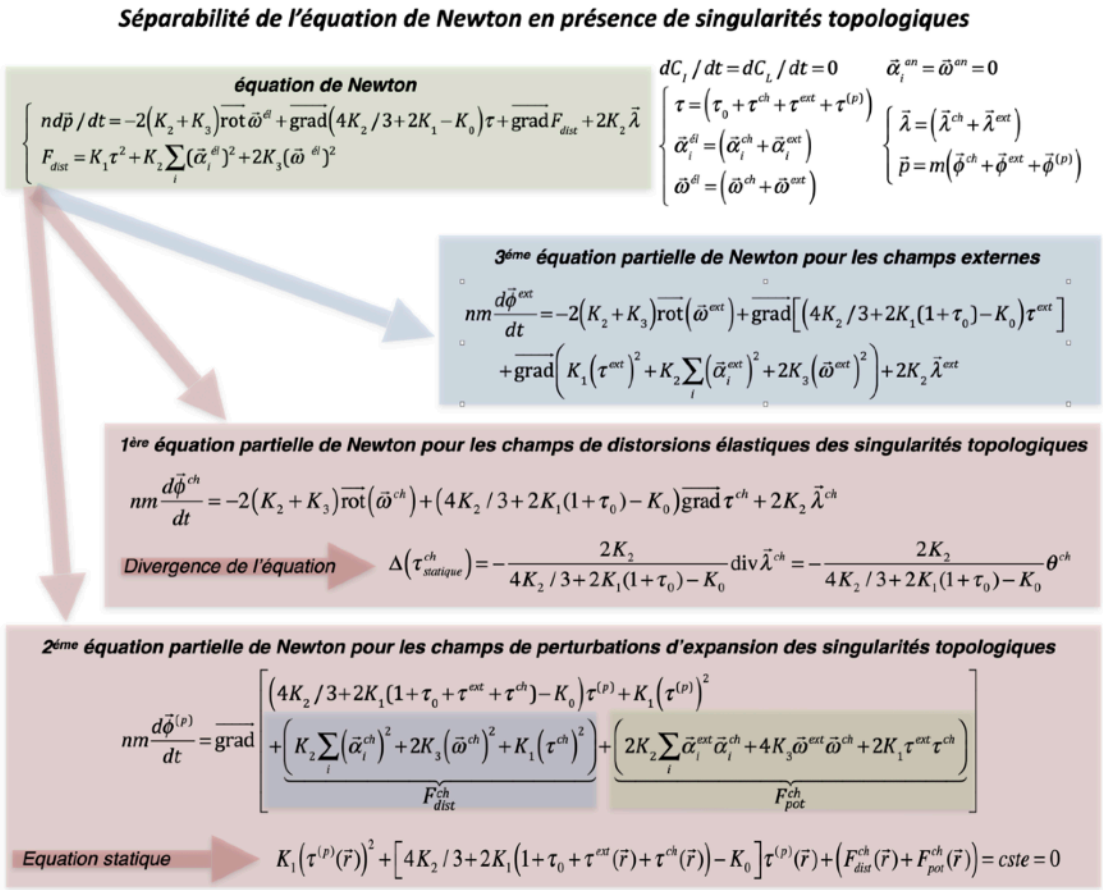


Figure 5.1 *- Séparabilité de l'équation de Newton en trois équations partielles en présence de singularités topologiques*

On constate entre autre que cette première équation partielle de Newton dépend de la densité de charges de flexion $\vec{\lambda}^{ch}$ de la singularité. La divergence de cette équation sous sa forme statique fournit alors une équation statique dépendant de la densité de charges de courbure θ^{ch} de la singularité, puisque la divergence de la densité de charges de flexion est égale à la densité de charges de courbure de la singularité, qui est aussi reportée dans la figure 5.1.

La deuxième équation partielle de Newton qu'on peut extraire traite le problème de la perturbation $\tau^{(p)}$ du champ d'expansion par l'énergie élastique stockée dans le réseau par la singularité. Il est clair que cette dernière équation est quant à elle très fortement couplée aux champs $\vec{\omega}^{ext}$, τ^{ext}, $\vec{\omega}^{ch}$ et τ^{ch} déduits des deux autres équations de Newton. On constate

d'abord un couplage dynamique via le terme $n = n_0 \exp\left[-\left(\tau_0 + \tau^{ch} + \tau^{ext} + \tau^{(p)}\right)\right]$ apparaissant dans l'expression de la quantité de mouvement associée à $\vec{\phi}^{(p)}$. Il apparaît aussi un terme de couplage associé au module K_1 sous la forme $2K_1(1+\tau_0+\tau^{ext}+\tau^{ch})$. Mais les principaux termes de couplages sont ceux dus à l'énergie élastique de la singularité et à l'énergie de couplage de la singularité avec les champs externes, qui apparaissent dans deux contributions particulières qui ont des significations très précises:

- *la densité d'énergie élastique* F^{ch}_{dist} stockée dans le réseau par les champs élastiques dus à la singularité, autrement dit *la densité d'énergie de distorsion de la singularité*
- *la densité d'énergie de couplage* F^{ch}_{pot} de la singularité avec les champs externes, autrement dit *la densité d'énergie potentielle* de la singularité

Ces deux termes $F^{ch}_{dist}(\vec{r},t)$ et $F^{ch}_{pot}(\vec{r},t)$ sont obtenus par la résolution de la première équation partielle et de la troisième équation partielle. *Dans le cas statique*, si on a résolu ces deux équations prises à l'état statique, et qu'on connaît par conséquent les valeurs d'équilibre des champs $\vec{\omega}^{ext}(\vec{r})$, $\tau^{ext}(\vec{r})$, $\vec{\omega}^{ch}(\vec{r})$ et $\tau^{ch}(\vec{r})$, la deuxième équation partielle devient une équation d'équilibre pour le champs statique de perturbation dont la solution est une équation du deuxième degré en $\tau^{(p)}(\vec{r})$, qui est reportée aussi dans la figure 5.1. La constante $cste$ a été introduite lors du passage du gradient à l'argument du gradient. Cependant, comme $\tau^{(p)}(\vec{r})$ doit forcément être identiquement nulle si l'énergie $F^{ch}_{dist}(\vec{r}) + F^{ch}_{pot}(\vec{r})$ est nulle, cette constante ne peut être que nulle.

De l'application et des potentialités de la séparabilité de l'équation de Newton

La décomposition de l'équation de Newton en trois équations partielles que nous venons de présenter fait apparaître une équation partielle (la 3éme) pour les champs externes, une équation partielle (la 1ère) pour les champs de distorsions élastiques associés à la présence d'une singularité topologique et une équation partielle (la 2ème) pour les champs de perturbation de l'expansion dus aux énergies de distorsions élastiques associées à la singularité topologique. La méthodologie à utiliser pour résoudre le problème des champs associés à une singularité topologique est alors la suivante:

- dans une première étape, on doit résoudre de manière indépendante la première équation partielle de Newton*,* afin de trouver les champs de distorsions élastiques $\vec{\omega}^{ch}$ et τ^{ch} générés par la singularité, sans tenir compte des perturbations de l'expansion dues aux énergies $F^{ch}_{dist}(\vec{r},t)$ et $F^{ch}_{pot}(\vec{r},t)$ de la singularité,
- ensuite, à partir des champs élastiques $\vec{\omega}^{ch}$ et τ^{ch} obtenus précédemment par la première équation partielle de Newton, on calcule à l'aide de la deuxième équation partielle*,* ou à l'aide de l'équation du deuxième degré dans le cas statique, les perturbations additionnelles $\tau^{(p)}(\vec{r},t)$ du champ d'expansion dues aux énergies élastiques $F^{ch}_{dist}(\vec{r},t)$ et $F^{ch}_{pot}(\vec{r},t)$ de la singularité.

Ce processus paraît à première vue assez complexe, mais il contient une potentialité énorme en ce qui concerne la description et l'interprétation des comportements des singularités topologiques au sein du réseau cosmologique. En effet, nous allons montrer dans la suite qu'il devient possible de traiter les thématiques suivantes:

- le lien existant entre la «première équation partielle de Newton» pour les champs de distorsions élastiques et la Relativité Restreinte d'Einstein: la première équation partielle de Newton

permettant de trouver les champs de distorsions élastiques associés aux singularités topologiques va nous permettre de calculer les champs et les énergies associés aux dislocations vis, aux dislocations coin, aux boucles de désinclinaison vis, aux boucles de dislocation coin et aux boucles de dislocation mixtes, et de montrer que ces champs sont soumis à une dynamique relativiste, ce qui nous permettra de discuter le «rôle d'éther» que joue le réseau cosmologique vis-à-vis des singularités topologiques, ainsi que des analogies et différences d'avec la Relativité Restreinte d'Einstein.

- *le lien existant entre la deuxième équation partielle de Newton pour les champs de perturbations d'expansion et la Relativité Générale d'Einstein ainsi que la Physique Quantique:* la deuxième équation partielle de Newton permettant de trouver les perturbations d'expansion volumique associées est très importante aussi. En effet, nous verrons que celle-ci, si elle est appliquée à des amas macroscopiques de singularités dont la densité de masse est assez faible, conduit à l'existence d'un champ d'expansion volumique statique, qui se déduit de la deuxième équation partielle de Newton sous sa forme statique, et qui permet de retrouver les effets gravitationnelles, et de discuter des analogies et des différences de notre approche d'avec la Gravitation de Newton, la Relativité Générale d'Einstein et la Cosmologie moderne de l'Univers. Puis nous verrons aussi que cette équation partielle, si elle est appliquée à des singularités microscopiques de haute densité volumique de masse, ne peut pas présenter de solutions statiques et doit donc être résolue sous sa forme dynamique, ce qui permet de retrouver la Physique Quantique, et de discuter les analogies et les différences d'avec les équations de Schrödinger, les concepts de fermions et bosons, les principes d'incertitude d'Heisenberg et d'exclusion de Pauli, et les notions de spin et de moment magnétique des particules élémentaires.

Le fait que la densité de masse des amas de singularités joue un rôle considérable pour la résolution de la deuxième équation partielle de Newton sous forme statique ou dynamique est tout-à-fait remarquable, car ceci permettra de trouver *un critère objectif pour quantifier le phénomène de décohérence quantique qui est à la base d'une explication réaliste du phénomène quantique.*

Energie élastique, énergie cinétique et masse d'inertie d'une dislocation

Il est possible de calculer l'énergie de distorsion et l'énergie cinétique d'une corde de dislocation dans le réseau cosmologique. L'énergie de distorsion est obtenue en calculant les distorsions du réseau associées à la présence de la dislocation et en sommant l'énergie élastique due à ces distorsions dans l'ensemble du réseau. De même, l'énergie cinétique associée au mouvement d'une dislocation se déplaçant à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ faible par rapport à la célérité des ondes transversales c_t est obtenue en calculant les vitesses de tous les points du réseau associées au mouvement de la dislocation et en sommant l'énergie cinétique qui est associée à ces mouvements dans l'ensemble du réseau. Si ces calculs sont assez aisés à faire dans le cas d'une dislocation vis, ils deviennent très ardus dans le cas d'une dislocation coin. Nous ne nous y attarderons pas ici et donnerons les résultats obtenus dans le réseau cosmologique à la figure 5.2.

Dans ces relations, on constate que les énergies élastique et cinétique dépendent des dimensions propres du réseau cosmologique, via l'expression $\ln(R_\infty / a)$, dans laquelle R_∞ est

la dimension externe du réseau cosmologique et a est *le pas du réseau cosmologique*, avec évidemment $R_\infty >> a$. Ces énergies dépendent aussi des carrés Λ^2 et $\vec{\Lambda}^2$ des densités linéiques de charge des dislocations vis et coin respectivement.

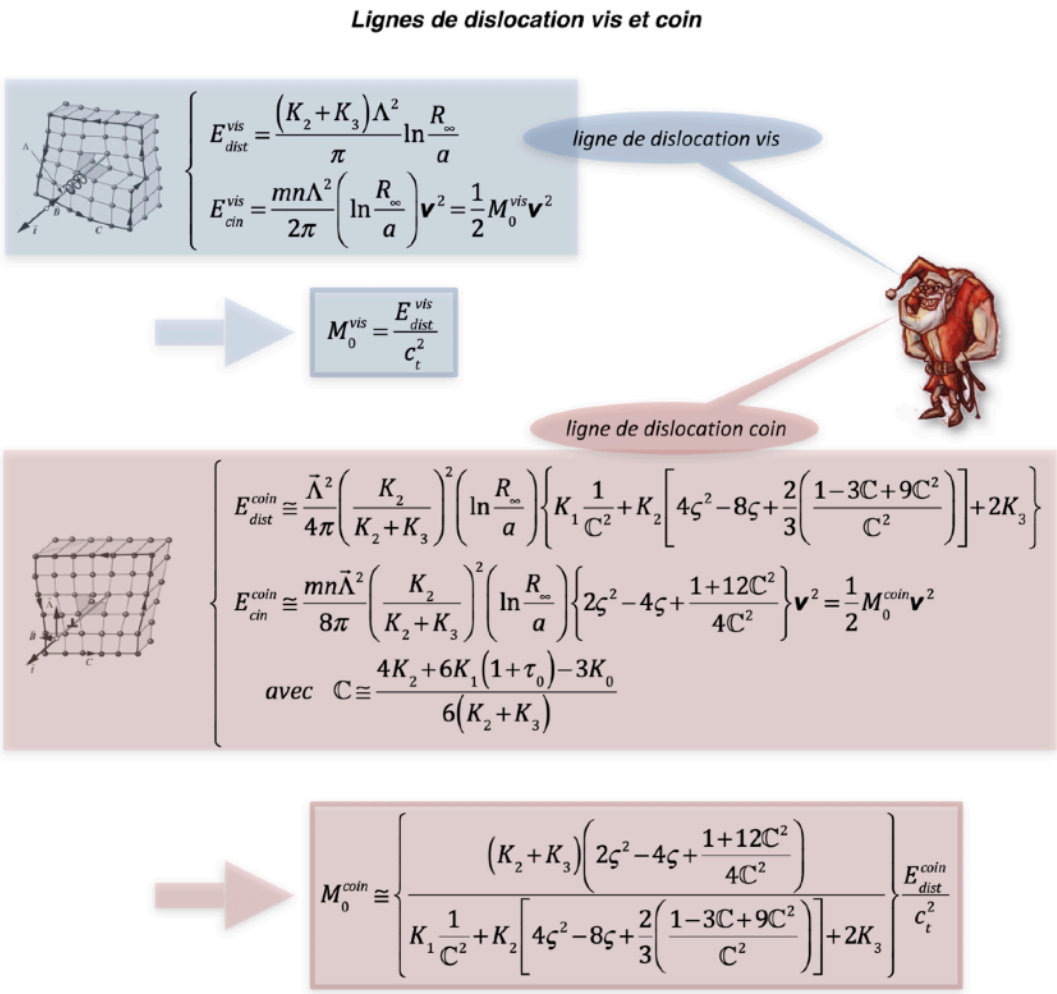


Figure 5.2 *- Energie élastique, énergie cinétique et masse d'inertie d'une dislocation vis et d'une dislocation coin dans le réseau cosmologique*

En comparant l'énergie cinétique E_{cin}^{vis} stockée dans le réseau par le mouvement de la ligne de dislocation vis avec l'énergie potentielle élastique E_{dist}^{vis} stockée dans le réseau par la présence de cette même ligne, on retrouve la fameuse *expression d'Einstein* $E_{dist}^{vis} = M_0^{vis}c_t^2$ *reliant la masse d'inertie à l'énergie de repos de la dislocation via la célérité des ondes transversales.* Mais cette relation est trouvée ici *sans aucunement faire appel à une dynamique relativiste de la ligne*, car elle est due au fait que l'énergie de repos E_{dist}^{vis} et l'énergie cinétique E_{cin}^{vis} ne sont rien d'autre que de l'énergie potentielle élastique (de cisaillement et de rotation locale) et de l'énergie cinétique stockée au sein du réseau par la déformation dynamique imposée à ce réseau par les champs de distorsion élastique (cisaillement et rotation locale) de la dislocation vis mobile.

Dans le cas de la dislocation coin, il en va très différemment. On constate en effet que

l'énergie de repos dépend de manière assez compliquée des quatre modules élastiques K_0, K_1, K_2, K_3, notamment via un paramètre $\mathbb{C}$, et qu'il apparaît aussi un paramètre ς qui dépend en fait des conditions aux limites du réseau qui sont utilisées pour effectuer les calculs des énergies. De même, la relation entre l'énergie de distorsion et la masse d'inertie d'une dislocation coin diffère assez fortement de la relation d'Einstein via le terme reporté entre accolades, qui dépend du paramètre ς et des modules K_0, K_1, K_2, K_3, notamment via le module $\mathbb{C}$.

Pour assurer une analogie complète entre les singularités topologiques de notre approche et les particules de l'Univers réel, il serait souhaitable que les dislocations coin satisfasse aussi exactement la relation d'Einstein. Or, pour qu'une dislocation coin satisfasse cette relation, il faut que le terme entre accolades dans la relation entre l'énergie de distorsion et la masse d'inertie de la dislocation coin soit égal à 1.

Comme le réseau considéré est fini, les conditions aux limites du réseau sont libres. On peut alors montrer que la valeur du paramètre ς est celle qui va minimiser l'énergie de distorsion de la dislocation coin, et cette condition implique que $\varsigma = 1$. On peut alors montrer que, pour que les dislocations coin satisfassent aussi la relation d'Einstein, il faut que les modules

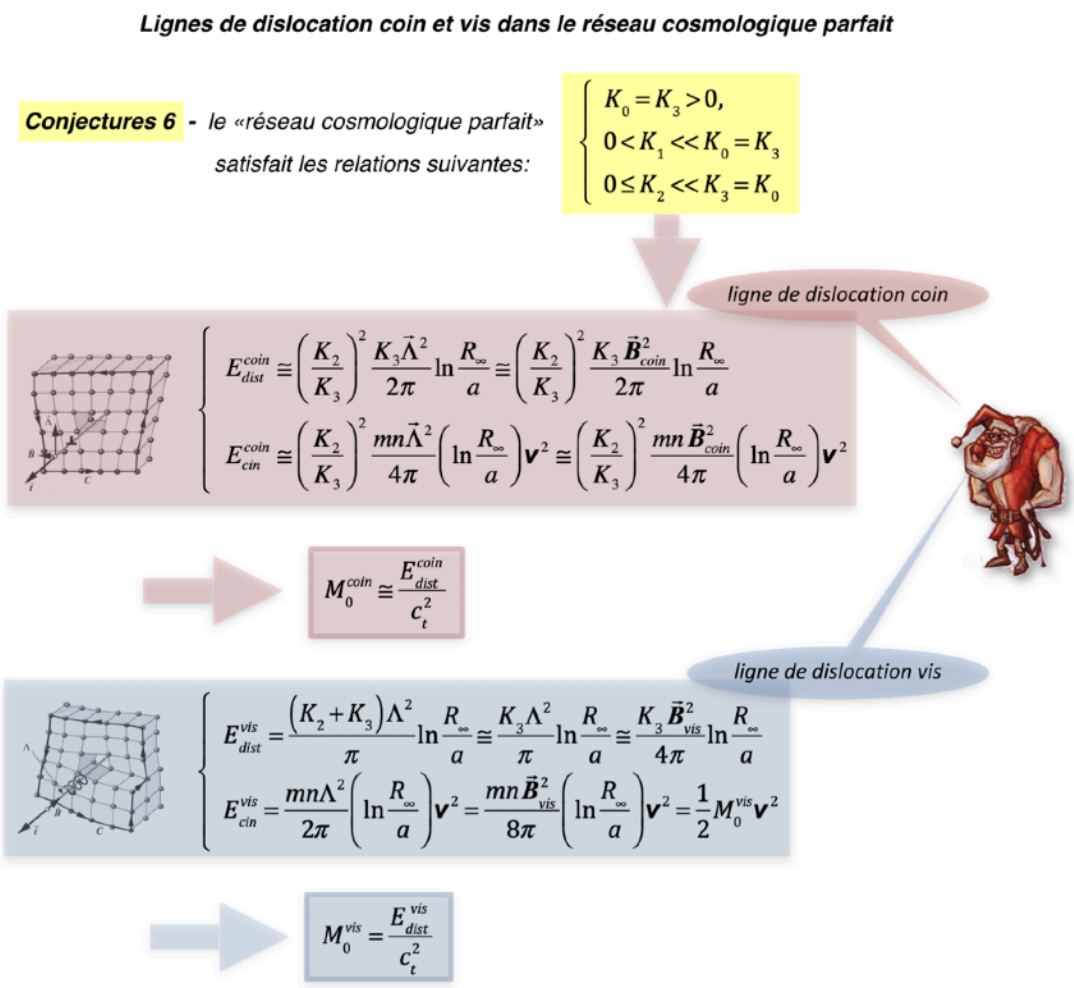


Figure 5.3 *- Energie élastique, énergie cinétique et masse d'inertie d'une dislocation coin et d'une dislocation vis dans le réseau cosmologique parfait satisfaisant la sixième conjecture*

K_0, K_1, K_2, K_3 satisfassent des conditions assez strictes qu'on va émettre sous forme de conjecture, la conjecture 6 reportée dans la figure 5.3, qui stipule que les modules K_0 et K_3 sont égaux et positifs, et que les modules K_1 et K_2 sont aussi positifs (ou nuls), mais beaucoup plus petits que les modules K_0 et K_3.

Cet ensemble de conditions exprimées par la sixième conjecture va assurer que les dislocations vis et coin satisfont toutes deux de vraies relations d'Einstein, *qui sont déduites de manière purement classique, sans faire appel à un principe de relativité restreinte,* et qui s'écrivent $M_0^{vis} \cong E_{dist}^{vis} / c_t^2$ et $M_0^{coin} \cong E_{dist}^{coin} / c_t^2$ respectivement. Le réseau cosmologique ainsi obtenu sera qualifié de *réseau cosmologique parfait*.

On constate que l'énergie potentielle et l'énergie cinétique non-relativiste d'une dislocation coin dans le *réseau cosmologique parfait* sont toutes deux *extrêmement plus faibles* que l'énergie potentielle et l'énergie cinétique non-relativiste d'une dislocation vis puisque, pour une dislocations vis et une dislocation coin de vecteurs de Burgers de même norme $\left|\vec{\boldsymbol{B}}_{coin}\right| = \left|\vec{\boldsymbol{B}}_{vis}\right|$, on a les relations $E_{dist}^{coin} \cong 2\left(K_2 / K_3\right)^2 E_{dist}^{vis} <<< E_{dist}^{vis}$ et $E_{cin}^{coin} \cong 2\left(K_2 / K_3\right)^2 E_{cin}^{vis} <<< E_{cin}^{vis}$. Nous verrons plus tard quel rôle important pourra être attribué, dans notre analogie avec les théories physiques de l'Univers, aux faits que les dislocations coin suivent exactement la relation d'Einstein et qu'elles présentent aussi des énergies beaucoup plus faibles que les dislocations vis dans un *réseau cosmologique parfait* satisfaisant les relations de la conjecture 6.

Singularités sphériques de charge de rotation et de charge de courbure données

Imaginons l'existence au sein d'un réseau cosmologique parfait d'un amas macroscopique localisée de singularités topologiques, sous la forme d'une sphère de rayon R_{amas} contenant une densité λ uniforme de charges de rotation, comme représenté dans la figure 5.4. Il est possible et assez simple de calculer le champ de rotation élastique $\vec{\omega}^{él}$ associé à cette charge, aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur de la singularité. Introduisons la *charge globale* $\boldsymbol{Q}_\lambda$ donnée par l'intégration de la densité λ dans le volume de l'amas, ou donnée par la somme des charges élémentaires $\boldsymbol{q}_{\lambda(i)}$ au sein de l'amas, et le vecteur $\vec{\boldsymbol{n}}$ qui représente le vecteur normale à la surface sphérique. Le résultat de ces calculs est reporté à la figure 5.4. A l'extérieur de l'amas, c'est-à-dire pour $r > R_{amas}$, le champ extérieur $\vec{\omega}_{ext}^{él}$ de rotation dû à l'amas de charges est indépendant du rayon R_{amas} de l'amas. Le champ $\vec{\omega}_{int}^{él}$ à l'intérieur de l'amas, c'est-à-dire pour $r < R_{amas}$, dépend quant à lui de R_{amas}.

Pour calculer l'énergie élastique stockée dans le réseau par la présence du champ de rotation $\vec{\omega}^{él}$ de la singularité, autrement dit *l'énergie de distorsion élastique* $E_{dist}^{(\boldsymbol{Q}_\lambda)}$ *du réseau due à la charge* $\boldsymbol{Q}_\lambda$ *de l'amas,* on devrait en principe calculé l'énergie associée au champ de rotation, augmentée de l'énergie des champs de cisaillement associés au champ de rotation. Mais dans le cas d'un *réseau cosmologique parfait*, on a la relation $K_2 << K_3$ entre les modules de rotation et de cisaillement, de sorte qu'on peut en principe négliger l'énergie associée aux cisaillements. Le calcul fournit l'énergie de distorsion $E_{dist\,ext}^{(\mathrm{Q}_\lambda)}$ stockée à l'extérieur de la singularité dans un milieu quasi-infini, c'est-à-dire un milieu pour lequel $R_\infty >> R_{amas}$ et l'énergie élastique de distorsion $E_{dist\,int}^{(\mathrm{Q}_\lambda)}$ stockée à l'intérieur de la singularité. *L'énergie élastique de repos* $E_{dist}^{(\boldsymbol{Q}_\lambda)}$ de l'amas sphérique de charge de rotation $\boldsymbol{Q}_\lambda$ et de rayon R_{amas} peut donc s'écrire comme la somme des énergies stockées à l'extérieur et à l'intérieur de la singularité. On constate que

celle-ci est finie et dépend essentiellement du rayon R_{amas} et de la charge Q_λ de l'amas.

Une singularité topologique macroscopique localisée de rayon R_{amas}, hormis de posséder une charge globale de rotation Q_λ, peut aussi posséder une charge globale de courbure Q_θ. En effet, une telle singularité peut être formée d'un amas de singularités topologiques élémentaires du réseau, telles que des boucles prismatiques de dislocation qui possèdent chacune une charge de courbure élémentaires $q_{\theta(i)}$. Si $Q_\theta > 0$, on parle d'un amas *de nature lacunaire* car il manque des sites de réseau au sein de l'amas, et si $Q_\theta < 0$, on parle d'un amas *de nature interstitielle*, car il y a alors excès de sites de réseau au sein de l'amas.

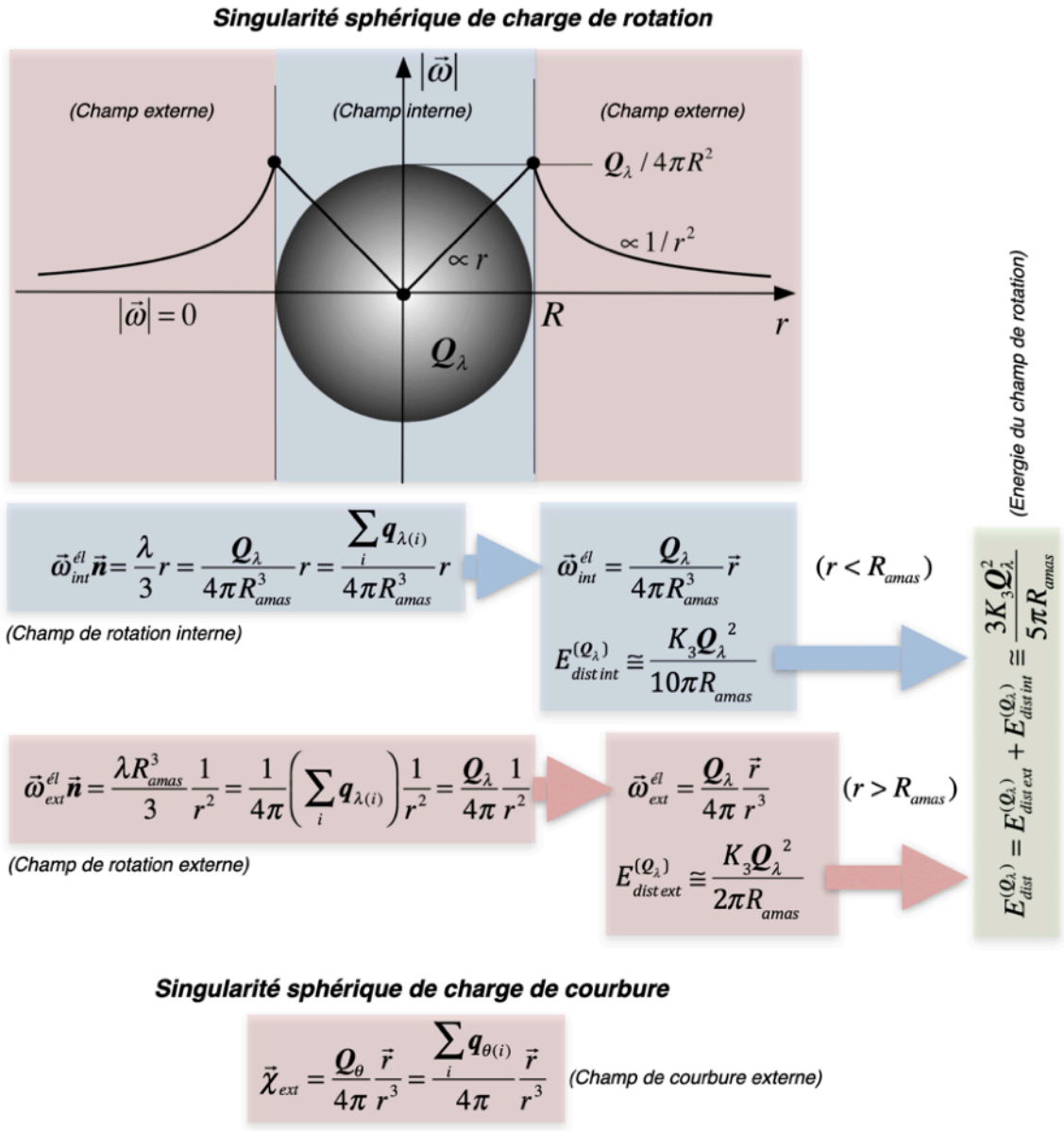


Figure 5.4 *- Champs et énergies d'une singularité sphérique de charge de rotation donnée ou de charge de courbure donnée*

Une singularité localisée de courbure est responsable d'un champ de flexion non nul et divergent dans son voisinage. En effet, si on connaît la densité $\theta^{ch}(\vec{r})$ de charges de courbure au sein de la singularité, on peut calculer facilement le champ de flexion divergent à l'extérieur

de la singularité de courbure, lié à une courbure spatiale du réseau. Le résultat du calcul est reporté dans la figure 5.4.

Les vecteurs de ce champ de flexion convergent vers la singularité si celle-ci est de nature interstitielle (excès de sites de réseau au sein de la singularité), et divergent de la singularité si celle-ci est de nature lacunaire (déplétion de sites de réseau au sein de la singularité). D'autre part, on constate aussi que le champ de flexion dû à l'amas de charges de courbure ne dépend pas du rayon R_{amas} de l'amas en-dehors de celui-ci.

Charge, champs, énergies et masse d'une boucle de désinclinaison vis (BV)

La singularité topologique de réseau la plus simple qui puisse présenter une charge $\boldsymbol{q}_{\lambda}$ localisée de rotation, parmi toutes les singularités topologiques décrites précédemment à l'échelle d'un réseau solide, est évidemment la boucle de désinclinaison vis (BV) décrite à la figure 2.30. On rappelle qu'une telle boucle est générée par une rotation $\vec{\boldsymbol{\Omega}}_{BV}$ du plan supérieur d'une coupure circulaire du milieu d'un angle α_{BV} par rapport au plan inférieur (figure 5.5). Le fait qu'on recolle deux plans qui ont été déplacés l'un par rapport à l'autre par rotation fait apparaître sur le plan de la boucle une charge surfacique Π_{BV} de rotation. On a alors $\vec{\boldsymbol{\Omega}}_{BV} = \alpha_{BV}\vec{\boldsymbol{n}} = -\vec{\boldsymbol{n}}\Pi_{BV}$, ce qui implique que $\boldsymbol{q}_{\lambda BV} = \pi R_{BV}^2 \Pi_{BV} = -\pi R_{BV}^2 \boldsymbol{\Omega}_{BV}$. Cette charge globale $\boldsymbol{q}_{\lambda BV}$ est en fait la charge globale de rotation de la boucle de désinclinaison vis telle qu'elle est vue à grande distance de la boucle. Cela signifie qu'une telle boucle peut effectivement se comporter comme la source d'un champ divergent $\vec{\omega}$ de rotation au sein du milieu solide. Une telle boucle peut aussi être vue de manière un peu différente. En effet, le fait d'effectuer la rotation des deux plans l'un par rapport à l'autre induit un déplacement curviligne $R_{BV}\alpha_{BV}$ le long de la boucle similaire à celui d'une dislocation vis. Le vecteur de Burgers curviligne $\vec{\boldsymbol{B}}_{BV}$ et la charge linéique Λ_{BV} de cette boucle de pseudo-dislocation vis vaut alors $\vec{\boldsymbol{B}}_{BV} = R_{BV}\alpha_{BV}\vec{\boldsymbol{t}}$, ce qui conduit à une pseudo-charge linéïque de la boucle valant $\Lambda_{BV} = -\vec{\boldsymbol{B}}_{BV}\vec{\boldsymbol{t}}/2$ et à une charge globale de la boucle valant $\boldsymbol{q}_{\lambda BV} = 2\pi R_{BV}\Lambda_{BV} = -\pi R_{BV}\vec{\boldsymbol{B}}_{BV}\vec{\boldsymbol{t}}$. On obtient bien la même valeur de la charge globale que celle obtenue en considérant la charge surfacique Π_{BV}, ce qui permet de considérer indifféremment cette singularité topologique comme une boucle de désinclinaison vis ou comme une boucle de pseudo-dislocation vis. Considérer la boucle comme une boucle de pseudo-dislocation vis permet alors de montrer, de manière assez compliquée, qu'il existe un champ de rotation local de forme torique autour de la boucle, qui est confiné jusqu'à une distance de l'ordre $r_B \approx 2R_{BV}$ par rapport au centre de la boucle, où R_{BV} est le rayon de la boucle. En-dehors de cet espace de confinement torique, le champ lointain devient égal au champ de rotation divergent dû à la charge globale de rotation $\boldsymbol{q}_{\lambda BV}$ de la boucle.

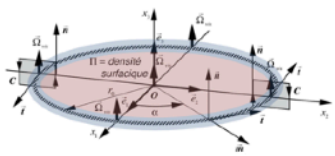
L'énergie de distorsion d'une boucle de désinclinaison vis est l'énergie qui est stockée par les rotations générées par la pseudo-dislocation vis de rayon R_{BV} dans un tore dont la fibre centrale est la boucle de désinclinaison et dont le rayon de la section correspond à peu près à R_{BV}, à laquelle s'ajoute l'énergie du champ externe de symétrie sphérique pour les distances supérieures à $r \geq 2R_{BV}$. Le calcul de la valeur exacte de cette énergie est évidemment très complexe, notamment du fait que le champ de rotation s'annule exactement au centre de la boucle. Cependant, on peut essayer de faire une approximation de l'énergie de distorsion réelle de la boucle, en utilisant l'énergie d'une dislocation rectiligne pour calculer l'énergie de la

dislocation courbée. Dans le cas où le rayon R_{BV} de la boucle est énormément plus grand que le rayon de coeur a de la pseudo-dislocation vis ($R_{BV} >> a$), cette approximation doit s'approcher de la valeur réelle de l'énergie de distorsion au sein du tore entourant la boucle, et on peut la corriger en introduisant une constante A_{BV} corrigeant la valeur du rayon externe du tore pour approcher au mieux la valeur réelle de l'énergie. On écrira donc l'énergie de distorsion $E^{BV}_{dist\ tore}$ du champ torique à partir de l'énergie d'une dislocation vis par unité de longueur, comme l'énergie contenue dans le tore entourant la boucle de désinclinaison vis. Cette valeur est reportée dans la figure 5.5, dans laquelle a est le rayon de coeur de la pseudo-dislocation vis, de l'ordre de grandeur du pas du réseau cosmologique en présence d'un champ d'expansion τ quelconque, $A_{BV}R_{BV}$ est la portée du champ torique de la boucle et A_{BV} est une constante qui ne peut être obtenue que par le calcul exacte de l'énergie de la boucle, mais qui doit être très proche de l'unité d'après notre discussion précédente. Pour simplifier la suite de notre exposé, comme le rapport $A_{BV}R_{BV}/a$ ne dépend quasiment pas de l'expansion de fond, on va le considérer comme à peu près constant, et introduire une constante ζ_{BV} propre à la boucle de désinclinaison vis, et valant $\zeta_{BV} = \ln\left(A_{BV}R_{BV}/a\right) \cong cste$ avec $A_{BV} \approx 1$ de sorte à pouvoir écrire l'énergie du champ torique sous la forme simplifiée reportée dans la figure 5.5.

La boucle de désinclinaison vis (boucle vis - BV)

Conjecture 7 - *le rayon d'une boucle de désinclinaison vis est beaucoup plus grand que le pas du réseau cosmologique:*

$$\ln\left(A_{BV}R_{BV}/a\right) >> 1$$



$$\boldsymbol{q}_{\lambda BV} = 2\pi R_{BV}\Lambda_{BV} = -\pi R_{BV}\,\underset{\sim}{\vec{\boldsymbol{B}}}_{BV}\vec{\boldsymbol{t}} \qquad \textit{(charge de rotation)}$$

$$\vec{\omega}^{BV}_{ext} = \frac{\boldsymbol{q}_{\lambda BV}}{4\pi}\frac{\vec{r}}{r^3} \qquad \textit{(champ divergent de rotation)}$$

$$E^{BV}_{dist} \cong E^{BV}_{dist\ tore} \cong 2\left(K_2 + K_3\right)\zeta_{BV}R_{BV}\Lambda^2_{BV} = \frac{1}{2}\left(K_2 + K_3\right)\zeta_{BV}R_{BV}\underset{\sim}{\vec{\boldsymbol{B}}}^2_{BV}$$

$$E^{BV}_{cin} \cong E^{BV}_{cin\ tore} \cong mn\zeta_{BV}R_{BV}\Lambda^2_{BV}\boldsymbol{v}^2 = \frac{1}{4}mn\zeta_{BV}R_{BV}\,\underset{\sim}{\vec{\boldsymbol{B}}}^2_{BV}\boldsymbol{v}^2$$

$$M^{BV}_0 = \frac{E^{BV}_{dist}}{c_t^2}$$

$$\zeta_{BV} = \ln\left(A_{BV}R_{BV}/a\right) \qquad (A_{BV} \approx 1)$$

Figure 5.5 - *Charge, champs, énergies et masse d'une boucle de désinclinaison vis*

On peut alors comparer cette énergie du champ torique de la boucle à l'énergie associée au champ sphérique de rotation à grande distance de la boucle, qui intervient au-delà de la distance $2R_{BV}$ de la boucle, et qui est due à sa charge de rotation $\boldsymbol{q}_{\lambda BV}$, et qui vaut simplement $E^{BV}_{dist\,ext} \cong \pi K_3 R_{BV}\,\underset{\sim}{\vec{\boldsymbol{B}}}_{BV}/4$. En comparant cette valeur avec l'énergie du champ torique reportée

dans la figure 5.5, on obtient le rapport $E^{BV}_{dist\,tore} / E^{BV}_{dist\,ext} \cong 2\ln\left(A_{BV} R_{BV} / a\right) / \pi$. Si on admet ici une nouvelle et septième conjecture, reportée dans la figure 5.5, à savoir que *le rayon d'une boucle de désinclinaison vis est beaucoup plus grand que le pas du réseau cosmologique*, donc que $\ln\left(A_{BV} R_{BV} / a\right) >> 1$, l'énergie associé au champ externe sphérique de rotation devient parfaitement négligeable vis-à-vis de l'énergie du champ torique de la boucle. Par conséquent, l'énergie E^{BV}_{dist} de la boucle de désinclinaison vis est essentiellement contenue dans le champ torique de la boucle, et on peut écrire que $E^{BV}_{dist} \cong E^{BV}_{dist\,tore}$.

L'énergie cinétique non-relativiste d'une boucle de désinclinaison vis mobile est l'énergie qui est stockée par les mouvements du réseau générés par la pseudo-dislocation vis mobile. En utilisant la relation obtenue dans le cas de la dislocation vis, et en admettant la septième conjecture, on calcul assez facilement l'énergie cinétique E^{BV}_{cin} de la boucle, qui est reportée dans la figure 5.5. A nouveau, l'énergie cinétique du champ de rotation extérieur est négligeable en comparaison de cette énergie cinétique, de sorte qu'on peut considérer que l'énergie cinétique de la boucle est essentiellement cantonnée dans le champ torique de la boucle. On en déduit par conséquent que la relation d'Einstein s'applique parfaitement à la boucle de désinclinaison vis sous la forme $M^{BV}_0 = E^{BV}_{dist} / c_t^2$.

On sait de par la séparabilité de l'équation de Newton décrite au début de ce chapitre que l'existence des champs de distorsion élastique induit, via leur énergie, un champ de perturbations de l'expansion. On reviendra plus tard en détail sur ce champ de perturbations d'expansion associé à la boucle de désinclinaison vis .

Interaction «de type coulombienne» entre singularités topologiques localisées avec des charges de rotation

Supposons tout d'abord deux boucles de désinclinaison vis de charges de rotation $\boldsymbol{q}_{\lambda BV(1)}$ et $\boldsymbol{q}_{\lambda BV(2)}$. Il existe une force d'interaction entre ces deux boucles, de type électrique, et cette force d'interaction peut être déduite de manière très générale en utilisant la force de Peach et Koehler. En effet, le champ de rotation externe sphérique généré par une charge $\boldsymbol{q}_{\lambda BV(1)}$ située au centre du système de coordonnées est donné par la relation de la figure 5.5. Si une boucle de désinclinaison vis de charge de rotation $\boldsymbol{q}_{\lambda BV(2)}$ se trouve alors à la position repérée par le vecteur lieu $\vec{r} = \vec{d}$ dans le système de coordonnée, la force d'interaction agissant sur cette charge de la part de la charge $\boldsymbol{q}_{\lambda BV(1)}$ est la force de Peach et Koehler, qui s'exerce dans la direction du vecteur $\vec{d}$ et dont l'intensité vaut $\boldsymbol{F}^{BV}_{PK(2)} = \left[(K_2 + K_3)/\pi\right]\boldsymbol{q}_{\lambda BV(1)}\boldsymbol{q}_{\lambda BV(2)} / d^2$. Ainsi, la force réciproque entre les deux charges est répulsive si $\boldsymbol{q}_{\lambda BV(1)}\boldsymbol{q}_{\lambda BV(2)} > 0$ et attractive si $\boldsymbol{q}_{\lambda BV(1)}\boldsymbol{q}_{\lambda BV(2)} < 0$. Cette force d'interaction entre les charges de rotation de boucles de désinclinaison vis est l'analogue parfait de la force d'interaction $\vec{\boldsymbol{F}}^{électrique} = \boldsymbol{q}_{(1)}\boldsymbol{q}_{(2)}\vec{d} / 4\pi\varepsilon_0 d^3$ entre deux charges électriques $\boldsymbol{q}_{(1)}$ et $\boldsymbol{q}_{(2)}$ en électromagnétisme, et cadre donc parfaitement avec l'analogie développée au chapitre précédent avec les équations de Maxwell. Comme la relation précédente de la force de de Peach et Koehler est parfaitement indépendante de la taille des boucles, elle peut se généraliser sans problème à deux amas macroscopiques de singularités topologiques qui auraient des charges de rotation macroscopiques $\boldsymbol{Q}_{\lambda(1)}$ et $\boldsymbol{Q}_{\lambda(2)}$ et qui seraient distants de d , sous la forme $\boldsymbol{F}_{PK(2)} = \left[(K_2 + K_3)/\pi\right]\boldsymbol{Q}_{\lambda(1)}\boldsymbol{Q}_{\lambda(2)} / d^2$. Dans ce cas de deux amas macroscopiques, la force d'interaction «électrique» entre eux ne dépend donc pas des rayons respectifs $R_{amas(1)}$ et $R_{amas(2)}$ des deux amas.

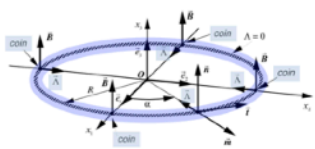
Charge, champs, énergies et masse d'une boucle de dislocation coin prismatique (BC)

Si on considère une boucle prismatique de dislocation coin de rayon R_{BC} (figure 2.28), les distorsions induites dans le réseau sont celles d'une dislocation coin. On peut donc calculer approximativement l'énergie élastique de distorsion de cette boucle comme l'énergie qui est stockée dans le réseau par les distorsions élastiques générées par la dislocation coin dans un tore centré sur la boucle. En utilisant les mêmes arguments que pour la boucle de désinclinaison vis, on déduit que, dans un réseau cosmologique parfait, l'énergie élastique de distorsion d'une boucle prismatique est essentiellement contenue dans les champs toriques entourant la boucle, et reportée dans la figure 5.6, dans laquelle A_{BC} est une constante voisine de l'unité, qui devrait être calculée de manière exacte par l'intégration exacte de l'énergie des champs au sein du tore, et où $\zeta_{BC} = \ln\left(A_{BC} R_{BC} / a\right)$ est une constante propre à la boucle de dislocation coin.

La boucle de dislocation coin prismatique (boucle coin - BC)

Conjecture 7 - *le rayon d'une boucle de dislocation coin prismatique est beaucoup plus grand que le pas du réseau cosmologique:*

$$\ln\left(A_{BC} R_{BC} / a\right) >> 1$$



$$\begin{cases} q_{\theta BC} = -2\pi \vec{n}\left(\vec{t} \wedge \vec{\Lambda}_{BC}\right) = 2\pi \vec{\Lambda}_{BC} \vec{m} = -2\pi \vec{n} \vec{B}_{BC} \quad \textit{(charge de flexion)} \\ \vec{\chi}_{ext}^{BC} = \dfrac{q_{\theta BC}}{4\pi} \dfrac{\vec{r}}{r^3} \quad \textit{(champ divergent de flexion)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{dist}^{BC} \cong E_{dist\,tore}^{BC} \cong \left(\dfrac{K_2}{K_3}\right)^2 K_3 \zeta_{BC} R_{BC} \vec{\Lambda}_{BC}^2 \cong \left(\dfrac{K_2}{K_3}\right)^2 K_3 \zeta_{BC} R_{BC} \vec{B}_{BC}^2 \\ E_{cin}^{BC} \cong E_{cin\,tore}^{BC} \cong \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{K_2}{K_3}\right)^2 mn\zeta_{BC} R_{BC} \vec{\Lambda}_{BC}^2 \boldsymbol{v}^2 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{K_2}{K_3}\right)^2 mn\zeta_{BC} R_{BC} \vec{B}_{BC}^2 \boldsymbol{v}^2 \\ M_0^{BC} = \dfrac{E_{dist}^{BC}}{c_t^2} \\ \zeta_{BC} \cong \ln\left(A_{BC} R_{BC} / a\right) \quad (A_{BC} \approx 1) \end{cases}$$

Figure 5.6 *- Charge, champs, énergies et masse d'une boucle de dislocation coin prismatique*

A l'extérieur de la boucle, les champs dus à la boucle de dislocation coin se réduisent à un champ divergent de flexion *de symétrie sphérique.* Il est clair que ce champ de flexion doit être associé à une perturbation du champ d'expansion volumique qui doit posséder une certaine énergie. Nous reviendrons plus tard sur ce problème, et on montrera que l'énergie associée à ce champ de flexion est parfaitement négligeable vis-à-vis de l'énergie de distorsion reportée dans la figure 5.6, de sorte que l'énergie de la boucle de dislocation coin est essentiellement

contenue dans les champs toriques au voisinage immédiat de la boucle.

L'énergie cinétique non-relativiste de cette boucle est essentiellement l'énergie cinétique stockée dans le réseau par les distorsions dynamiques générées par la dislocation coin dans le tore centré sur la boucle. En utilisant les relations déduites précédemment pour la dislocation coin, on déduit la valeur approximative de cette énergie cinétique, et on constate que la *relation d'Einstein* s'applique parfaitement à l'énergie cinétique non-relativiste de la boucle de dislocation prismatique puisque $M_0^{BC} = E_{dist}^{BC} / c_t^2$. Quant au champ de perturbation d'expansion associé à cette boucle, on y reviendra en détail plus tard.

Charge, champs, énergies et masse d'une boucle de dislocation de glissement (BM)

La boucle de dislocation mixte de glissement (BM), de nature «vectorielle», est obtenue par glissement (translation parallèle au plan de la boucle) dans la direction du vecteur de Burgers, de sorte que le réseau ne présente pas d'«extra-matière» en ce cas (figure 2.28). Par contre, la présence d'une composante vis dans les régions où $\vec{\boldsymbol{B}}_{BM} \,||\, \vec{\boldsymbol{t}}$ induit un champ dipolaire de rotation $\vec{\omega}_{dipolaire}^{BM}(r,\theta,\varphi)$ au voisinage de la boucle de glissement.

Si on considère une boucle de glissement de rayon R_{BM}, les distorsions induites dans le réseau à courte distance sont celles d'une dislocation vis pour les angles $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi$, et celles d'une dislocation coin pour les angles $\alpha = \pi/2$ et $\alpha = 3\pi/2$. On peut donc considérer qu'on passe continument en fonction de l'angle α d'une dislocation vis à une dislocation coin via des états intermédiaires mixtes. L'énergie de distorsion associée à la corde courbée est stockée essentiellement dans le tore centré sur la boucle. Mais comme les deux parties coin et les deux parties vis de la boucle sont respectivement de charges opposées, les champs associés aux parties coin et aux parties vis de la boucle diminuent très rapidement à grande distance de la boucle. Par exemple, le module du champ de rotation dans le plan de la boucle et sur un diamètre passant par les parties vis de la boucle se comporte approximativement de la manière suivante $\left|\vec{\omega}_{dist}^{BM}\right| \propto \left|\vec{\boldsymbol{B}}_{BM}\right| R_{BM} / (4\pi r^2)$ à grande distance $(r >> R_{BM})$. Si le rayon R_{BM} de la boucle est très largement supérieur au pas a du réseau, on peut à peu près tenir compte de cette décroissance rapide du champ dipolaire en imaginant que le champ au voisinage de la corde est celui d'une dislocation. On peut ainsi calculer approximativement l'énergie de repos d'une telle boucle en intégrant les énergies par unité de longueur de corde au sein du tore pour les composantes vis et coin de la corde en fonction de l'angle α. Il vient par conséquent approximativement, dans le réseau cosmologique parfait, l'expression de l'énergie reportée dans la figure 5.7. Un calcul exacte de l'énergie devrait conduire à la valeur de la constante A_{BM} propre à la géométrie de la boucle mixte, et qui doit approchée la valeur 1.

Il faudrait encore tenir compte de l'énergie de distorsion associée au champ de rotation dipolaire extérieur à la boucle. Cependant, celle-ci est évidemment inférieure à l'énergie de distorsion associée au champ de rotation extérieur d'une boucle de désinclinaison vis, de sorte qu'on peut parfaitement négliger cette énergie en comparaison de l'énergie de distorsion E_{dist}^{BM} contenue dans le tore. Ceci signifie à nouveau que l'énergie de la boucle de dislocation mixte est essentiellement contenue dans le voisinage immédiat de la boucle de dislocation.

L'énergie cinétique non-relativiste de la boucle de dislocation de glissement se calcule approximativement de la même façon que son énergie élastique de distorsion.

La boucle de dislocation mixte de glissement (boucle mixte - BM)

Conjecture 7 - *le rayon d'une boucle de dislocation mixte de glissement est beaucoup plus grand que le pas du réseau cosmologique:*

$$\ln\left(A_{BM}R_{BM}/a\right)>>1$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{q}_{\lambda\,BM}=0 \quad \& \quad \boldsymbol{q}_{\theta\,BM}=0 \\ \exists \text{ un champ externe dipolaire de rotation } \vec{\omega}^{BM}_{dipolaire}(r,\theta,\varphi) \\ E^{BM}_{dist} \cong E^{BM}_{dist\,tore} \cong \frac{1}{4}\left(K_2+K_3\right)\zeta_{BM}R_{BM}\vec{\boldsymbol{B}}^2_{BM} \\ E^{BM}_{cin} \cong E^{BM}_{cin\,tore} \cong \frac{1}{8}mn\zeta_{BM}R_{BM}\vec{\boldsymbol{B}}^2_{BM}\boldsymbol{v}^2 \\ M^{BM}_0=\frac{E^{BM}_{dist}}{c_t^2} \cong \frac{1}{4c_t^2}\left(K_2+K_3\right)\zeta_{BM}R_{BM}\vec{\boldsymbol{B}}^2_{BM} \\ \zeta_{BM}=\ln\left(A_{BM}R_{BM}/a\right) \qquad (A_{BM}\approx 1) \end{cases}$$

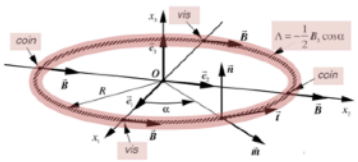


Figure 5.7 *- Charge, champs, énergies et masse d'une boucle de dislocation mixte de glissement*

On constate que les énergies E^{BM}_{dist} et E^{BM}_{cin} sont en fait celles fournies par les parties vis de la boucle de glissement, et que celles-ci sont essentiellement contenues dans le voisinage immédiat de la boucle de dislocation. La relation d'Einstein s'applique donc parfaitement à la boucle de dislocation de glissement puisque $M^{BM}_0=E^{BM}_{dist}/c$. Quant au champ de perturbation d'expansion associé à cette boucle, on y reviendra plus tard en détail au chapitre 24, où on verra que l'énergie associée à ce champ est négligeable vis-à-vis de l'énergie de distorsion E^{BM}_{dist} contenue dans le tore.

Des «briques topologiques» pour construire le monde des particules élémentaires

Dans les figures 5.4 à 5.7, on a reporté l'ensemble des résultats obtenus pour les trois types de boucles les plus élémentaires qu'on peut trouver dans le réseau cosmologique parfait. Dans notre analogie avec le monde réel, les trois boucles de désinclinaison et de dislocation qui y apparaissent pourraient bien constituer les briques topologiques les plus élémentaires du réseau cosmologique, qui pourraient permettre d'élaborer des boucles dispiratives de structures plus complexes qui soient des analogues des particules élémentaires du Modèle Standard.

La boucle de désinclinaison vis est la singularité topologique la plus élémentaire à l'origine d'une charge électrique. A une certaine distance du centre d'une boucle de désinclinaison vis, supérieure à environ $2R_{BV}$, le champ de rotation externe de la boucle de désinclinaison se comporte exactement comme le champ extérieur d'une charge sphérique de valeur

$\boldsymbol{q}_{\lambda BV} = 2\pi R_{BV}\Lambda_{BV}$. On peut alors se demander quel devrait être le rayon R_{ch} de la charge sphérique pour que celle-ci présente une énergie élastique de distorsion globale égale à l'énergie de distorsion de la boucle. Avec la valeur de charge $\boldsymbol{q}_{\lambda BV}$ assurant un champ à grande distance semblable à celui de la boucle de désinclinaison vis, l'énergie d'une charge sphérique de rayon R_{ch} vaut $E_{dist}^{q_\lambda} \cong 12K_3\pi R_{BV}^2\Lambda_{BV}^2/(5R_{ch})$. Pour que cette énergie globale de la charge sphérique soit égale à celle de la boucle de distorsion de rayon R_{BV} et de charge linéique Λ_{BV}, c'est-à-dire que $E_{dist}^{q_\lambda} \cong E_{dist}^{BV}$, il faut que le rayon R_{ch} de la charge satisfasse la relation suivante, obtenue en se rappelant que $K_2 << K_3$ dans le réseau cosmologique parfait, à savoir $R_{ch} \cong R_{BV}\,6\pi/\left[5\ln(A_{BV}R_{BV}/a)\right]$

En utilisant la conjecture 7, on constate que le rayon d'une charge sphérique qui présenterait une énergie du champ de rotation égale à l'énergie du champ torique d'une boucle de désinclinaison vis devrait être énormément plus petit que le rayon de la boucle de désinclinaison vis. Comme la boucle de désinclinaison vis est la singularité microscopique de réseau la plus élémentaire qu'il soit possible de trouver qui présente une charge de rotation $\boldsymbol{q}_{\lambda BV}$ non nulle, la boucle de désinclinaison vis correspond donc à la structure la plus élémentaire d'une charge électrique dans notre analogie avec le monde réel.

La boucle de dislocation prismatique est la singularité topologique la plus élémentaire à l'origine d'une charge de courbure spatiale. Lorsqu'on compare l'énergie élastique de distorsion d'une boucle prismatique avec l'énergie de distorsion élastique d'une boucle de désinclinaison vis, avec mêmes rayons et mêmes modules de leur vecteur de Burgers, on constate que, dans le réseau cosmologique parfait avec $K_2 << K_3$, on a $M_0^{BC} \cong 2\left(K_2/K_3\right)^2 M_0^{BV} <<< M_0^{BV}$. Ainsi, la masse d'inertie de la boucle de dislocation coin prismatique est énormément plus faible que la masse d'inertie de la boucle de désinclinaison vis.

D'autre part, comme la boucle de dislocation prismatique possède une charge de courbure non nulle $\boldsymbol{q}_{\theta BC} = -2\pi\vec{\boldsymbol{n}}\vec{\boldsymbol{B}}_{BC}$, qui peut être positive (boucle de type lacunaire) ou négative (boucle de type interstitiel), elle est forcément associée à un champ de flexion $\vec{\chi}_{ext}^{BC}$ à grande distance par courbure du réseau, donné par $\vec{\chi}_{ext}^{BC} = \boldsymbol{q}_{\theta BC}\vec{r}/(4\pi r^3)$. Ainsi, la boucle de dislocation prismatique est la singularité microscopique de réseau la plus élémentaire qui soit source de courbure spatiale du réseau par le champ de flexion divergent qui lui est associé, alors que la boucle de désinclinaison vis la singularité microscopique de réseau la plus élémentaire qui soit source de torsion spatiale du réseau par le champ de rotation divergent qui lui est associé.

Comme on a essayé de prime abord une analogie entre la boucle de désinclinaison vis et l'a charge de l'électron de la physique des particules, alors la boucle de dislocation prismatique, qui ne présente pas de champ de rotation et qui est de masse au repos beaucoup plus faible que la boucle de désinclinaison vis pourrait très bien, de prime abord, s'identifier par analogie au *neutrino du monde réel*, qui est effectivement une particule électriquement neutre et de masse beaucoup plus faible que l'électron.

Si on admet cette analogie, le neutrino serait en ce cas source d'une courbure spatiale par flexion du réseau cosmologique parfait, source d'un champ de courbure de l'espace, alors que la charge de l'électron serait source d'une torsion spatiale par rotation du réseau cosmologique parfait, correspondant au champ électrique de l'électromagnétisme. Cette analogie avec les deux leptons de base de la physique des particules est évidemment très sommaire pour l'instant, et il pourrait très bien intervenir en fait des combinaisons plus complexes de ces boucles

élémentaires sous la forme de boucles de dispiration de structures complexes pour expliquer les différentes particules élémentaires du monde réel.

La boucle de dislocation de glissement est la singularité topologique la plus élémentaire à l'origine d'un moment dipolaire électrique. Au contraire de la boucle de désinclinaison vis et de la boucle de dislocation prismatique, la boucle de dislocation de glissement ne présente aucun champ à grande distance comme un champ de rotation divergent ou un champ de flexion divergent. Cependant, cette boucle présente un moment dipolaire de rotation $\vec{\omega}^{BM}_{dipolaire}(r,\theta,\varphi)$ dans son voisinage, lié aux deux charges de rotation opposées situées de part et d'autre de la boucle. Ainsi, la boucle de dislocation de glissement est la singularité microscopique de réseau la plus élémentaire qui puisse être source d'un moment dipolaire de rotation.

Dans notre analogie avec le monde réel, une boucle de dislocation de glissement dans le réseau cosmologique parfait pourrait correspondre à la structure la plus élémentaire qui pourrait générer un *moment dipolaire électrique pour une particule élémentaire*. Or, il s'avère que la recherche et la mesure d'un moment dipolaire électrique des particules élémentaires est actuellement un sujet de recherche important de la Physique des particules élémentaires.

Des diverses propriétés physiques transportées par les singularités en boucle

De la discussion précédente, il semblerait donc que la boucle de désinclinaison vis pourrait transporter la charge électrique, la boucle de dislocation prismatique la charge de courbure et la boucle de dislocation par glissement le moment dipolaire électrique. On peut ajouter à ces trois propriétés une autre propriété qui pourrait avoir un intérêt énorme. Dans notre analogie avec le monde réel, il est assez difficile d'imaginer, pour trouver l'analogue du spin d'une particule chargée et du moment magnétique qui lui est associé, qu'une singularité sphérique symétrique de charge de rotation comme celle décrite à la figure 5.4 puisse tourner sur elle-même. Par contre, si on considère que l'analogue d'une charge électrique est bien la boucle de désinclinaison vis représentée à la figure 5.5, la topologie de cette singularité, constituée d'une pseudo-dislocation vis, permet d'imaginer très naïvement que celle-ci puisse tourner autour d'un de ses diamètres. Dans ce cas de figure, la distribution de la charge de rotation, analogue à une distribution de la charge électrique sous forme d'un anneau le long du périmètre de la boucle de désinclinaison vis, imposerait forcément l'apparition d'un moment magnétique de la boucle associé à ce mouvement réel de rotation. On reviendra sur ce sujet plus tard.

Il est encore une cinquième propriété fondamentale et très importante des particules élémentaires qui pourrait s'expliquer avec notre analogie. C'est le fait de pouvoir calculer les énergies élastiques de distorsion E^{boucle}_{dist} et les énergies cinétiques E^{boucle}_{cin} des boucles, et de pouvoir en déduire leurs masses d'inertie M^{boucle}_0, et que celles-ci sont contenues essentiellement dans le voisinage immédiat des boucles. Mais c'est aussi et surtout le fait qu'elles satisfont toutes, dans le réseau cosmologique parfait, la fameuse relation d'Einstein, qui est une propriété fondamentale de ces boucles qui a été démontrée *sans aucunement faire appel à un principe de relativité restreinte*.

D'autre part, la masse d'inertie des boucles est une propriété liée à la masse d'inertie du réseau cosmologique dans le référentiel absolu de l'observateur extérieur ***GO***. Dans une analogie avec le monde réel, la masse d'inertie du réseau topologique correspondrait alors au fameux *champs de Higgs* qu'il a fallu introduire dans le Modèle Standard pour expliquer la masse

des particules élémentaires, et la *particule de Higgs* serait alors la seule vraie particule du monde réel puisqu'elle correspondrait à une particule constitutive du réseau cosmologique parfait, alors que les autres particules élémentaires du Modèle Standard correspondraient à des singularités topologiques du réseau cosmologique parfait.

Il y a certes encore un chemin énorme à parcourir pour trouver une analogie qui fournirait, par combinaison judicieuse des différentes boucles topologiques élémentaires sous forme de différentes dispirations de structures plus ou moins complexes, l'ensemble des particules élémentaires du Modèle Standard et de leurs propriétés physiques. Mais le problème majeur qu'on va aborder dans la suite sera surtout de trouver les analogies qui expliquent le *comportement gravitationnel* des objets du monde réel à l'échelle macroscopique (gravitation de Newton, Relativité Générale), ainsi que le *comportement quantique* du monde réel à l'échelle microscopique (Physique Quantique).

On retiendra pour l'instant de ce chapitre que plusieurs des propriétés fondamentales des particules élémentaires de notre monde réel trouvent une explication fort simple et parfaitement classique à l'aide de l'analogie avec les singularités élémentaires en boucle d'un réseau cosmologique parfait.

Chapitre 6

La transformation de Lorentz et la relativité restreinte

Grâce à *la première équation partielle de Newton en présence de singularités topologiques* on a pu obtenir *les champs de distorsion élastiques associés aux diverses singularités élémentaires du réseau cosmologique*. Dans ce chapitre, on va montrer que ces champs de distorsions élastiques satisfont *la transfomation de Lorentz*, et qu'ils font apparaître *une interprétation nouvelle de la relativité restreinte*.

On a déduit l'énergie cinétique associée au mouvement d'une dislocation ou d'une boucle de dislocation ou de désinclinaison au sein du réseau cosmologique parfait, *en supposant implicitement* que les perturbations de distorsion dues à la charge en mouvement sont transmises au sein du réseau à une célérité quasi-infinie en comparaison à la vitesse de la charge au sein du réseau. Cependant, on sait bien que les perturbations au sein d'un réseau solide sont transmises en réalité aux vitesses finies c_t des perturbations transversales ou c_l des perturbations longitudinales. Pour tenir compte des effets de propagation des perturbations à célérité finie au sein du réseau solide lorsque la vitesse de déplacement de la charge devient non négligeable en comparaison avec les célérités de propagation des ondes transversales et/ou longitudinales, on démontre ici la *transformation de Lorentz* pour passer d'un repère immobile dans le réseau au repère mobile associé à la charge en mouvement. On applique alors cette transformation aux singularités en mouvement à vitesse relativiste au sein d'un réseau topologique parfait, à savoir les dislocations vis et coin, la charge localisée de rotation, la boucle de désinclinaison vis, la boucle de dislocation prismatique et la boucle de dislocation de glissement. On calcule leur énergie totale, due à la somme de l'énergie potentielle stockée par les distorsions du réseau générées par la présence de la charge et de l'énergie cinétique emmagasinée dans le réseau par le mouvement de leur charge, et on montre que celles-ci satisfont bien une *dynamique relativiste*. De plus, on trouve une explication très élégante du fameux «*paradoxe de l'énergie des électrons»,* qui dit que la masse associée aux champs électromagnétiques de l'électron ne satisfait pas les principes de la relativité restreinte.

On montre ensuite que la transformation de Lorentz fait aussi apparaître un terme de *force relativiste* agissant sur les charges de rotation en mouvement, terme qui est parfaitement analogue à la *force de Lorentz* en électromagnétisme.

Sur ces bases, on discute de l'analogie entre notre approche et la théorie de la *Relativité Restreinte.* On constate que le réseau cosmologique se comporte en fait comme un *éther*, dans lequel les singularités topologiques satisfont exactement les mêmes propriétés que celles de la Relativité Restreinte, non seulement concernant la contraction des règles et la dilatation du temps, mais aussi concernant l'expérience de Michelson-Morley et l'effet Doppler-Fizeau. Mais l'existence du réseau cosmologique permet alors d'interpréter assez différemment le concept de relativité restreinte, et d'expliquer par exemple très simplement certains côtés quelque peu obscurs de la relativité restreinte, comme le fameux «*paradoxe des jumeaux».*

Charges mobiles et transformations de Lorentz

Lorsque des singularités topologiques de densités de charge $\vec{\lambda}_i$, $\vec{\lambda}$ ou λ se déplacent dans le repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ fixé au réseau solide à des vitesses non négligeables par rapport aux célérités de propagation d'ondes transversales et/ou longitudinales, il serait évidemment très utile de pouvoir retrouver les champs dynamiques $\tau(\vec{r},t)$, $\vec{\omega}(\vec{r},t)$ and $\vec{\alpha}_i(\vec{r},t)$ générés par ces singularités dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Trouver une solution des équations différentielles pour des singularités se mouvant dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ n'est pas aisé du tout. Par contre, utiliser un référentiel mobile avec les singularités, dans lequel les singularités paraissent immobiles, devrait nous permettre de calculer beaucoup plus simplement les champs statiques dans $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$, puis d'obtenir les champs dynamiques dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ en utilisant des lois de transformation qui doivent encore être définies.

Considérons par exemple une dislocation vis infinie le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_1$ et supposons que celle-ci se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction de l'axe $\boldsymbol{O}x_2$ Le choix de la dislocation vis n'est pas gratuit, car il s'avère que c'est la seule singularité qui n'induit pas de distorsions du réseau par expansion volumique, mais seulement un champ de rotation divergent, ce qui doit simplifier grandement les calculs. Dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ se déplaçant avec la corde de dislocation, le champ de déplacement $\vec{u}_{ext}^{vis\,\prime}$ doit être celui d'une dislocation vis statique, comme reporté dans la figure 6.1.

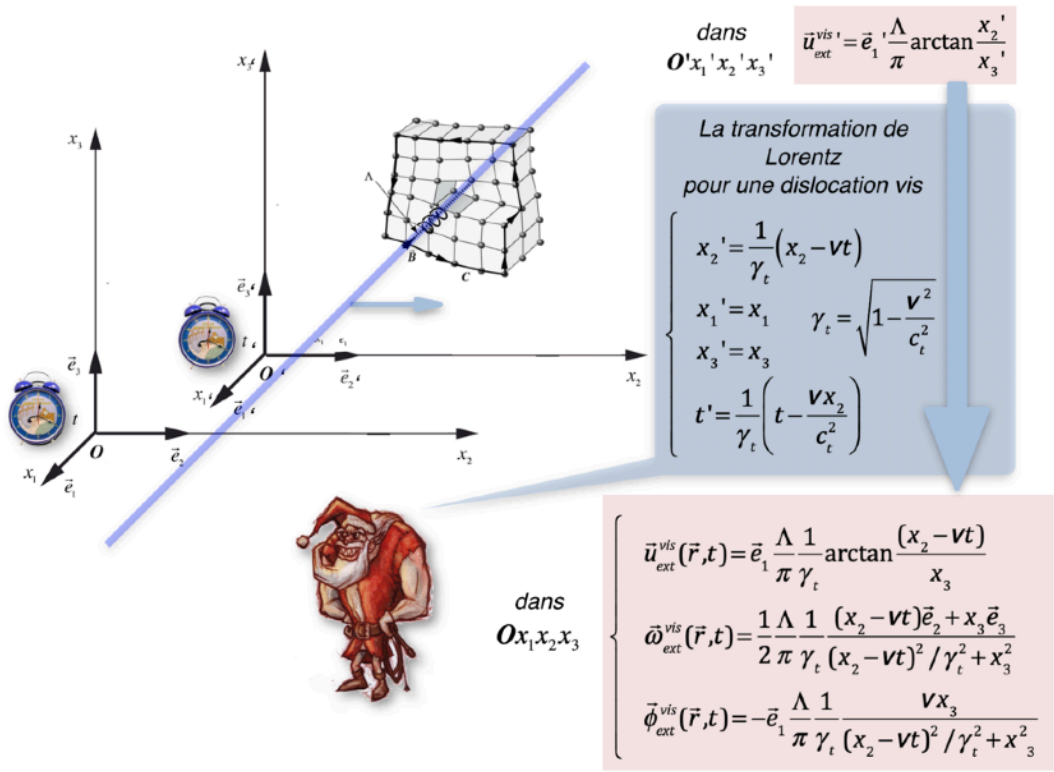


Figure 6.1 - *La transformation de Lorentz déduite à l'aide d'une dislocation vis en mouvement*

Dans le but de transformer ce champ statique dans $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ en un champ dynamique associé à la dislocation vis mobile dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, on doit établir les lois de transformation qui

nous fourniront les champs dynamiques dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Et les champs dynamiques ainsi obtenus doivent satisfaire les équations d'évolution spatio-temporelles dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Comme il y translation du repère $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ par rapport au repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, Les lois de transformation doivent transformer la coordonnée x_2' de $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ en une coordonnée qui doit dépendre de la vitesse et du temps, sous la forme $(x_2-\boldsymbol{v}t)$, dans le repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. On peut émettre *à priori* l'hypothèse que les lois de transformation s'écrivent $x_2'=\alpha(x_2-\boldsymbol{v}t)$, $x_1'=\beta x_1$ et $x_3'=\beta x_3$ selon les trois axes respectifs. Avec ces lois de transformation, le champ de déplacement statique $\vec{u}_{ext}^{vis}{}'$ devient un champ dynamique $\vec{u}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ qui dépend du facteur $(x_2-\boldsymbol{v}t)$ et des constantes α et β dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$.


Hendrik Anton Lorentz (1853-1928)

A partir du champ dynamique $\vec{u}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ ainsi obtenu dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, on peut calculer directement les champs de rotation $\vec{\omega}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ et de vitesse $\vec{\phi}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ via le rotationnel et la dérivé temporelle de $\vec{u}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$. Mais dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, *les champs ainsi obtenus doivent satisfaire les équations d'évolution spatio-temporelle, à savoir le deuxième couple des équations de Maxwell.* Pour que cette exigence soit satisfaite, il faut nécessairement que le paramètre α introduit dans les lois de transformation s'écrive $\alpha=\beta/(1-\boldsymbol{v}^2/c_t^2)^{1/2}=\beta/\gamma_t$, dans laquelle il apparaît le facteur bien connu $\gamma_t=(1-\boldsymbol{v}^2/c_t^2)^{1/2}$ des transformations de Lorentz. En introduisant cette relation pour α dans *les expressions obtenues pour* $\vec{\phi}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ et $\vec{\omega}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$, on obtient les expressions des champs de la dislocation vis dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, comme représentées dans la figure 6.1. Il est alors remarquable que ces champs, qui satisfont parfaitement les équations d'évolution spatio-temporelle dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, ne dépendent absolument pas du paramètre β, mais seulement du paramètre γ_t des transformations de Lorentz, de telle sorte que le paramètre β peut être choisi librement, et on admettra ici la valeur de 1, de telle sorte qu'il est démontré que les lois de transformation spatiale sont bien les lois de Lorentz représentées dans la figure 6.1.

La contraction des longueurs dans la direction du mouvement

Les expressions de la figure 6.1 pour les champs dynamiques $\vec{u}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$, $\vec{\omega}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ et $\vec{\phi}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ sont des solutions effectives des équations topologiques et de l'équation de Newton pour une dislocation vis se déplaçant dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Il est intéressant de jeter un coup d'oeil sur le comportement de ces champs en fonction de la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ de la dislocation. On peut prendre par exemple la projection ω_2 du champ vectoriel externe de rotation dans la direction du mouvement de la dislocation, et reporter sa valeur $\omega_2(t=0,x_3=0)$, prise à l'instant $t=0$ et pour la coordonnée $x_3=0$, en fonction de x_2 pour différentes valeurs du rapport $\boldsymbol{v}/c_t$, comme illustré dans la figure 6.2. On observe alors que la composante horizontale du champ de rotation semble se contracter le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_2$. Il est facile de calculer qu'une certaine valeur de $\omega_2(t=0,x_3=0)$ est observé à une distance Δx_2 de l'origine qui dépend de la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ de la dislocation, donnée par $\Delta x_2(\boldsymbol{v})=\Delta x_2(\boldsymbol{v}=0)(1-\boldsymbol{v}^2/c_t^2)^{1/2}$, de telle sorte que le champ de rotation de la dislocation vis mobile *est effectivement contracté le long de l'axe* $\boldsymbol{O}x_2$ *d'un facteur* γ_t.

Imaginons maintenant un amas de singularités de rotation qui sont liées entre elles via leurs champs de rotation (il faut rappeler ici que le champ de rotation correspond au champ électrique dans notre analogie avec le monde réel). Si l'amas se déplace le long de l'axe Ox_2 dans le référentiel $Ox_1x_2x_3$ du ***GO,*** les champs de rotation associés à cet amas doivent se contracter le long de l'axe Ox_2 avec un facteur γ_t afin de satisfaire les équations topologiques et l'équation de Newton du réseau. La conséquence est alors que l'amas lui-même, qui est lié par ces champs de rotation, doit se contracter le long de l'axe Ox_2. Si cet amas représente un "objet" pour le grand observateur ***GO*** situé à l'extérieur du réseau, cet "objet" va se contracter le long de l'axe Ox_1. Mais s'il est observé dans son propre référentiel $O'x_1'x_2'x_3'$ par un hypothétique observateur qui serait situé à l'intérieur du réseau, cet "objet" va rester exactement le même qu'il est au repos dans le référentiel absolu $Ox_1x_2x_3$, et sa forme ne changera pas dans le référentiel $O'x_1'x_2'x_3'$ quelle que soit la vitesse de cet "objet" dans $Ox_1x_2x_3$.

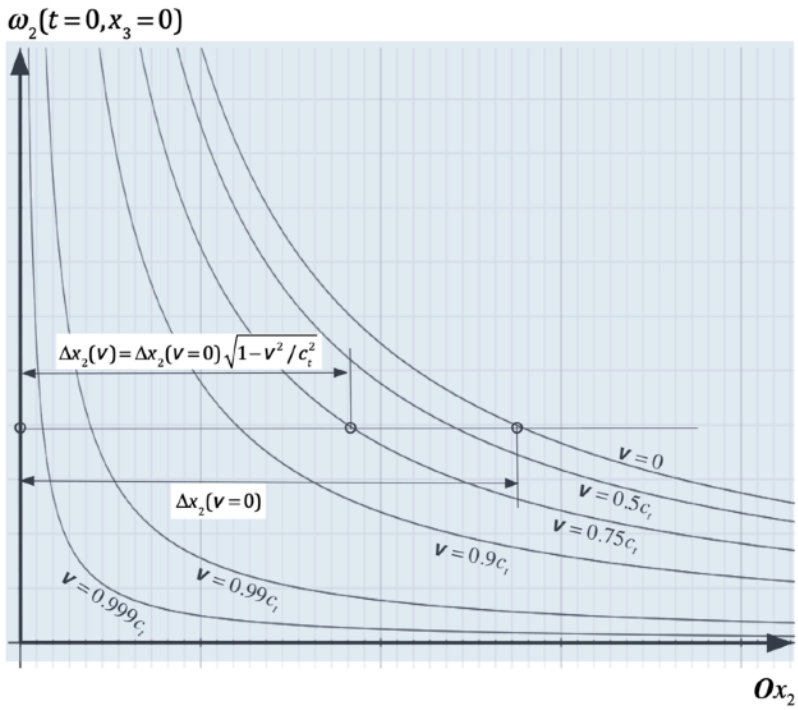


Figure 6.2 - *Contraction de la composante* $\omega_2(t=0,x_3=0)$ *du vecteur de rotation d'une dislocation vis dans* $Ox_1x_2x_3$ *dans la direction de son mouvement, en fonction de sa vitesse* $\vec{v}$

La dilatation du temps d'un amas mobile de singularités topologiques

Imaginons maintenant que l'observateur mesure le temps T_0 nécessaire à une onde transversale pour parcourir la distance d_0 dans le référentiel absolu $Ox_1x_2x_3$, être réfléchie sur un miroir et retourner à son point d'émission. Il est clair que l'observateur mesure un temps égal à $T_0 = 2d_0 / c_t$. Un tel système de mesure du temps basé sur un "objet" constitué par un amas de singularités lié par les champs de rotation peut être utilisé par l'observateur ***GO*** comme une base de temps, *une horloge donnant le le laps de temps de base* T_0.

Imaginons alors que système d'horloge, basé sur le même "objet", mais se déplaçant main-

tenant à une vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_1$ dans le référentiel de base $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, est observé par le ***GO***. Si l'onde transversale est émise dans le référentiel mobile $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ *dans la direction verticale au sein de ce référentiel*, cette même onde est vue par le ***GO*** comme une onde non verticale dans son référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, comme illustré dans la figure 6.3(a). Pour l'observateur ***GO,*** le temps T qui est nécessaire pour que l'onde parcourt son périple à la célérité c_t, via la réflection sur le miroir de l'"objet" mobile, est facilement calculable en utilisant le triangle dans le plan $\boldsymbol{O}x_1x_3$, et on obtient simplement que $T = T_0 / \gamma_t$. Ceci signifie que le temps de base de l'horloge mobile dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$, mesuré par le ***GO*** dans son référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, semble dilaté en fonction de la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ d'un facteur $1/\gamma_t$, et donc que *l'horloge de l'"objet" mobile ralentit en comparaison de l'horloge absolue* du ***GO.***

On peut encore se demander si le temps dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ de l'"objet" reste isotrope dans ce référentiel, autrement dit si une horloge basée sur une trajectoire horizontale de l'onde transversale, donne le même temps que l'horloge verticale. Si l'horloge horizontale est observée par le ***GO*** dans son référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, la trajectoire de l'onde peut être illustrée par le diagramme de la trajectoire de la figure 6.3(b). Dans ce diagramme, les trajectoires des miroirs mobiles sont représentées par deux lignes avec une pente $\boldsymbol{v}$, séparées par une distance d dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$. Les trajectoires des raies d'onde transversale sont représentées par deux lignes avec des pentes $+c_t$ et $-c_t$ respectivement, pour les deux directions de propagation de l'onde. Dans ce diagramme des trajectoires, on peut de nouveau calculer géométriquement le laps de temps T nécessaire à l'onde pour parcourir un chemin d'aller-retour via une réflection sur un miroir de l'"objet" mobile, sachant que la distance d entre les deux miroirs associés à l'"objet" mobile est contractée d'un facteur γ_t comme on l'a vu précédemment, ce qui fournit la relation entre la distance d et la distance d_0 au repos qui séparent les deux miroirs $d = \gamma_t d_0 = d_0\left(1 - \boldsymbol{v}^2 / c_t^2\right)^{1/2}$, et on obtient alors à nouveau $T = T_0 / \gamma_t$ comme résultat de ce calcul.

Les deux diagrammes de la figure 6.3 montrent clairement que les deux horloges mobiles, fonctionnant respectivement avec une propagation d'onde verticale et horizontale dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ fournissent exactement le même temps local, signifiant *qu'il existe bien un temps local t' et que ce temps local t' reste isotrope dans le référentiel mobile $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$, indépendamment de la direction du mouvement de l'"objet" dans le réseau*.

Dans le référentiel mobile $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$, la longueur que l'onde a à parcourir le long de $\boldsymbol{O}'x_1'$ ou $\boldsymbol{O}'x_3'$ à l'intérieur du système de l'horloge est mesurée comme une longueur d_0, et le laps de temps local pour faire l'aller-retour via la réflection sur un miroir est mesurée comme valant T_0 aussi bien dans le cas d'un onde se propageant verticalement qu'horizontalement. ceci signifie que la célérité de l'onde mesurée par un observateur lié au référentiel mobile $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ a exactement la même valeur c_t que celle mesurée dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, indépendamment de la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ du référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ par rapport au référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Imaginons alors qu'une onde transversale $\vec{\omega}' = \omega_0 \vec{e}_3' \sin\left[\omega'\left(x_1'/c_t - t'\right)\right]$ se propage le long de $\boldsymbol{O}'x_1'$ dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction $\boldsymbol{O}'x_1'$ par rapport au référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Pour exprimer cette onde dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, on utilise la transformation d'espace déjà obtenue auparavant $x_1' = \left(x_1 - \boldsymbol{v}t\right)/\gamma_t$ et une nouvelle relation de transformation de temps $t' = \varepsilon t + \delta x_1$, dans laquelle les paramètres ε et δ doivent encore être déterminés. En introduisant ces deux relations dans l'expression de

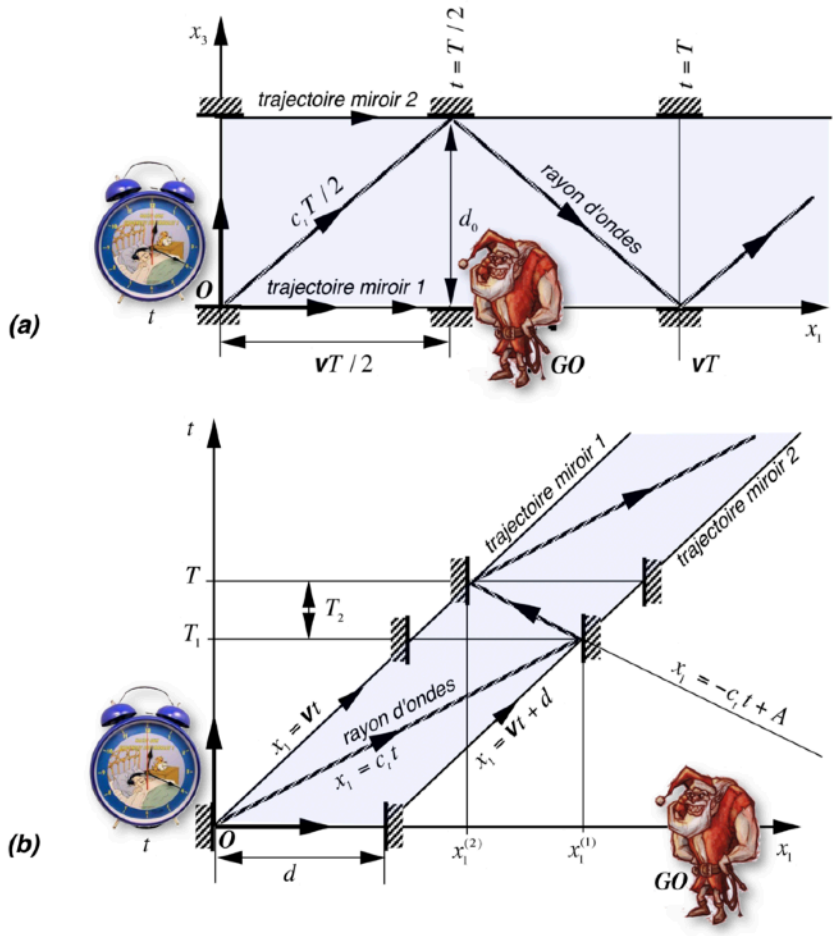


Figure 6.3 - (a) *la trajectoire de l'onde transversale émise verticalement par l'horloge locale de l'«objet» mobile dans le référentiel, telle qu'observée par le* ***GO*** *dans son référentiel* ***(b)*** *la trajectoire de l'onde transversale émise horizontalement par l'horloge locale de l'«objet» mobile dans le référentiel, telle qu'observée par le* ***GO*** *dans son référentiel*

l'onde dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$, celle-ci doit obligatoirement prendre la forme simple $\vec{\omega} = \omega_0 \vec{e}_3 \sin\left[\omega(x_1/c_t - t)\right]$ dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, ce qui implique que les constantes doivent prendre les valeurs $\delta = -\boldsymbol{v}/\gamma_t c_t^2$ et $\varepsilon = 1/\gamma_t$, et que par conséquent la loi de Lorentz pour la transformation du temps s'écrit $t' = (t - \boldsymbol{v}x_1/c_t^2)/\gamma_t$, comme il a déjà été reporté dans la figure 6.1.

La transformation de Lorentz pour un "objet" mobile lié par les champs de rotation

Le fait que les champs de rotation, et par conséquent les "objets" mobiles liés par les champs de rotation, sont réellement contractés dans la direction du mouvement d'un facteur $\gamma_t = (1 - \boldsymbol{v}^2/c_t^2)^{1/2}$, que le temps isotrope mesuré par les horloges de l'"objet" mobile est réellement dilaté d'un facteur $1/\gamma_t$ et que les vitesses des ondes transversales mesurées dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ et dans $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ ont exactement les mêmes valeurs c_t, signifient que les lois de transformation *reportées dans la figure 6.1,* permettant de passer d'un référentiel à l'autre, sont les mêmes que les *transformations de Lorentz* bien connues de l'électromagnétisme.

Il faut noter ici que ces transformations ont été utilisées initialement comme de simples *outils mathématiques* permettant de calculer avec les équations de Maxwell les champs électromagnétiques générés par des charges électriques mobiles. Plus tard, ces transformations ont été utilisées en relativité restreinte par Einstein, en postulant que les relations de Lorentz sont applicables *à tout référentiel se déplaçant à vitesse* $\boldsymbol{v}$ *par rapport à un autre*, d'où d'ailleurs le terme de «relativité», ce qui correspond en fait à *admettre axiomatiquement la constance de la vitesse de la lumière* dans tout référentiel.

Ici, dans le cas d'un réseau solide, la transformation de Lorentz est obtenue par une approche assez différente basée sur l'existence d'un réseau solide dans le référentiel absolu $Ox_1x_2x_3$ du ***GO***, qui est *le support (on parle alors d'éther) pour la propagation des ondes transversales*. Cette approche permet de démontrer la réalité des conséquences physiques de la transformation de Lorentz, telles que la contraction spatiale et la dilatation du temps mesurées dans $Ox_1x_2x_3$ pour des "objets" mobiles constitués de singularités topologiques liées par des champs de rotation. Et cette démonstration est basée sur l'hypothèse initiale que le ***GO*** peut introduire un référentiel relatif $O'x_1'x_2'x_3'$ associé à l'"objet" mobile dans son référentiel absolu $Ox_1x_2x_3$. L'utilisation de la transformation de Lorentz dans le cas du réseau cosmologique est donc limitée uniquement à transformer les champs entre un référentiel relatif mobile $O'x_1'x_2'x_3'$ par rapport au réseau et le référentiel absolu $Ox_1x_2x_3$ du ***GO,*** qui est fixé au réseau. Par conséquent, il n'y a absolument pas ici d'hypothèse axiomatique de «relativité» stipulant que la transformation de Lorentz est applicable à tout référentiel se mouvant relativement à un autre. Nous verrons que cette remarque est très importante, car elle implique un point de vue radicalement différent de celui de la relativité restreinte d'Einstein.

Unicité de la transformation de Lorentz suivant la valeur de l'expansion de fond

Dans la conjecture 6, nous avons stipulé que le module K_1 devait être forcément positif pour que le dislocations coin satisfassent la même relation d'Einstein que les dislocations vis dans le réseau cosmologique. Cette conjecture implique donc que l'existence d'ondes longitudinales est soumise à ce que l'expansion de fond du réseau cosmologique satisfasse l'hypothèse $\tau_0 > \tau_{0cr}$. Dans ce cas particulier, comme des ondes transversales et longitudinales peuvent se propager au sein du réseau avec les célérités différentes c_t et c_l respectivement, les champs associés avec un "objet" mobile, qui serait constitué de singularités topologiques comme des dislocations coin qui sont liées à la fois par des champs de rotation et d'expansion, deviendraient immensément plus compliqués à calculer. En effet, en supposant que le déplacement des charges liées dans le référentiel $Ox_1x_2x_3$ à lieu à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction Ox_1, on devrait définir deux référentiels mobiles $O'x_1'x_2'x_3'$ et $O''x_1''x_2''x_3''$ qui se déplacent avec les charges, en attribuant à chacun de ces référentiels les lois de transformation de Lorentz avec les vitesses c_t et c_l respectivement, donc avec deux facteurs de Lorentz $\gamma_t = (1-\boldsymbol{v}^2/c_t^2)^{1/2}$ et $\gamma_l = (1-\boldsymbol{v}^2/c_l^2)^{1/2}$.

On imagine assez facilement que la résolution complète de ce type de problème pour une densité $\vec{\lambda}_i$ quelconque de charges mobiles dans $Ox_1x_2x_3$ peut s'avérer extrêmement complexe, notamment s'il existe encore un champ d'expansion non homogène au sein du réseau, et d'autant plus que les perturbations longitudinales peuvent se propager comme des ondes.

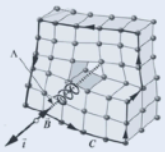
C'est pourquoi nous ne traiterons dans la suite que le cas particulier, *qui est en fait le cas*

vraiment intéressant pour notre analogie avec l'univers, de singularités topologiques qui se déplacent dans le réseau cosmologique parfait présentant une expansion volumique homogène et constante qui satisfait la relation $\tau_0 < \tau_{0cr}$. Dans ce cas, nous savons que *les ondes longitudinales n'existent pas*, signifiant par là que *toute perturbation des champs de distorsion ne peut se propager qu'à la vitesse des ondes transversales*, et que le problème de déterminer les champs générés par des singularités mobiles peut être résolu *en appliquant l'unique transformation de Lorentz pour le référentiel* $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$, celle qui est reportée dans la figure 6.1. Le problème des champs de perturbation de l'expansion liés aux singularités topologiques sera traité plus tard, dans les chapitres traitant, d'une part des *"champs gravitationnels"* , à savoir les perturbations statiques du champ d'expansion dues aux singularités topologiques, et d'autre part des *"champs quantiques"*, à savoir les perturbations dynamiques du champ d'expansion dues aux singularités topologiques mobiles lorsque $\tau_0 < \tau_{0cr}$.

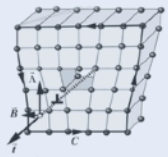
Transformations relativistes de la quantité de mouvement et du moment

$$\begin{cases} m_1' = m_1 \\ m_2' = \left(m_2 - 2\boldsymbol{v} n p_3\right)/\gamma_t \\ m_3' = \left(m_3 + 2\boldsymbol{v} n p_2\right)/\gamma_t \end{cases} \qquad \begin{cases} np_1' = np_1 \\ np_2' = \left(np_2 + \boldsymbol{v} m_3/(2c_t^2)\right)/\gamma_t \\ np_3' = \left(np_3 - \boldsymbol{v} m_2/(2c_t^2)\right)/\gamma_t \end{cases}$$

Energies relativistes totales des dislocations rectilignes vis et coin



$$E_{\boldsymbol{v}}^{vis} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}^2}{2c_t^2}\right)E_{dist}^{vis}}_{E_{\boldsymbol{v}}^{dist}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{1}{2}M_0^{vis}\boldsymbol{v}^2}_{E_{\boldsymbol{v}}^{cin}} = \frac{E_{dist}^{vis}}{\gamma_t} = \frac{M_0^{vis}c_t^2}{\gamma_t} = \frac{1}{\gamma_t}\frac{\left(K_2+K_3\right)\Lambda^2}{\pi}\ln\frac{R_\infty}{R}$$



$$E_{\boldsymbol{v}}^{coin} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}^2}{2c_t^2}\right)E_{dist}^{coin}}_{E_{\boldsymbol{v}}^{dist}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{1}{2}M_0^{coin}\boldsymbol{v}^2}_{E_{\boldsymbol{v}}^{cin}} = \frac{E_{dist}^{coin}}{\gamma_t} = \frac{M_0^{coin}c_t^2}{\gamma_t} = \frac{1}{\gamma_t}\left(\frac{K_2}{K_3}\right)^2\frac{K_3\vec{\Lambda}^2}{2\pi}\ln\frac{R_\infty}{R}$$

Figure 6.4 *- Les transformations relativistes de la quantité de mouvement et du moment , et les énergies relativistes des dislocations vis et coin qui en découlent.*

Si on considère maintenant des charges de rotation mobiles, de densité de charge λ , qui se déplacent au sein du réseau à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ le long de l'axe Ox_1 , les champs $\vec{\omega}$ générés par ces charges seront des champs dynamiques qui évolueront en fonction des mouvements des charges. Comme la transmission des informations des charges mobiles en un point quelconque du réseau solide se fait en ce cas à la vitesse c_t des ondes transversales, on peut utiliser la transformation de Lorentz reportée à la figure 6.1 en associant un référentiel mobile $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ aux charges. Il est intéressant de montrer ici les relations de transformation concernant le couple d'équations de Maxwell gérant la dynamique au sein du réseau, à l'exté-

rieur des charges, dans le cas où l'expansion volumique est homogène et constante ($n = cste$). Ces relations de transformation des champs de quantité de mouvement $(n\vec{p})$ et de moment $\vec{m}$ dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ en les champs $(n\vec{p})'$ et $\vec{m}'$ dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ sont obtenues par calcul assez simple, et sont reportées dans la figure 6.4. Grâce à ces relations de transformation, on va pouvoir calculer les champs associés au mouvement au sein d'un réseau solide de différents types de charges de rotation, ainsi que leur énergie totale, composée de leur énergie potentielle élastique et de leur énergie cinétique.

Energies relativistes des dislocations vis et coin

Considérons une corde vis cylindrique infinie et supposons que celle-ci se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction de l'axe $\boldsymbol{O}x_1$. Dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ en mouvement avec la corde, on peut appliquer le relations de transformation de la figure 6.4 pour trouver, à partir de l'expression du champ statique $\vec{\omega}_{ext}$ de rotation de la dislocation ainsi que des relations de transformation de Lorentz, les champs dynamiques $\vec{\omega}_{ext}$ et $\vec{\phi}$ exprimés dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. On déduit alors directement de ces expressions la densité d'énergie élastique de distorsion F_{dist}^{vis} et la densité d'énergie cinétique F_{cin}^{vis} dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. On obtient l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{vis}$ par unité de longueur de la dislocation par intégration de ces densités d'énergie dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. L'énergie totale de la dislocation vis ainsi obtenue est reportée dans la figure 6.4, et son expression mérite bien quelques commentaires:

- en fait, cette expression est tout à fait remarquable, car non seulement y apparaît-il la masse d'inertie $M_0^{vis} \cong E_{dist}^{vis} / c_t^2$ au repos de la dislocation vis que nous avions déjà obtenue de manière tout-à-fait classique, mais aussi permet-elle de mieux comprendre les véritables origines physiques des termes relativistes d'énergie de distorsion $E_{\boldsymbol{v}}^{dist}$ et d'énergie cinétique $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ qui y apparaissent. En effet, sous cette forme, le terme $E_{\boldsymbol{v}}^{dist}$ correspond à *la correction relativiste de l'énergie de distorsion élastique de repos* E_{dist}^{vis}, alors que le terme $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ correspond à *la correction relativiste de l'énergie cinétique non relativiste* $M_0^{vis}\boldsymbol{v}^2/2$,

dans ce cas de dislocation vis, c'est-à-dire lorsque la densité de charge scalaire λ se trouve répartie dans une *corde rectiligne infinie*, le comportement de l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{vis}$ est un pur *comportement relativiste*, satisfaisant très exactement la fameuse relation de la relativité restreinte $E = E_0 / \gamma$, alors qu'une charge scalaire localisée de rotation ne satisfait pas une telle relation comme nous le verrons dans la suite,

- l'énergie totale associée à la charge en mouvement tend vers une valeur infinie lorsque la vitesse $\boldsymbol{v}$ tend vers la célérité des ondes transversales c_t comme le montre la figure 6.5. Ce comportement est généré par la présence du terme $\gamma_t = (1 - \boldsymbol{v}^2 / c_t^2)^{1/2}$ dans l'expression de l'énergie, terme qui est dû à la contraction relativiste du champ de rotation dans la direction du mouvement, imposée par la transformation de Lorentz,
- l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{vis}$ associée à la charge en mouvement n'est pas du tout de l'énergie stockée dans la singularité elle-même, mais c'est le mouvement de la singularité dans le réseau qui stocke à la fois de l'énergie potentielle $E_{\boldsymbol{v}}^{dist}$ de distorsion élastique du réseau et de l'énergie cinétique newtonienne $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ de mouvement du réseau dans son voisinage,
- les fractions de l'énergie totale se retrouvant sous forme d'énergie potentielle élastique de rotation du réseau et sous forme d'énergie cinétique des mailles du réseau dépendent de la valeur du rapport $\boldsymbol{v} / c_t$ comme le montre la figure 6.6. On y constate entre autre que les fractions

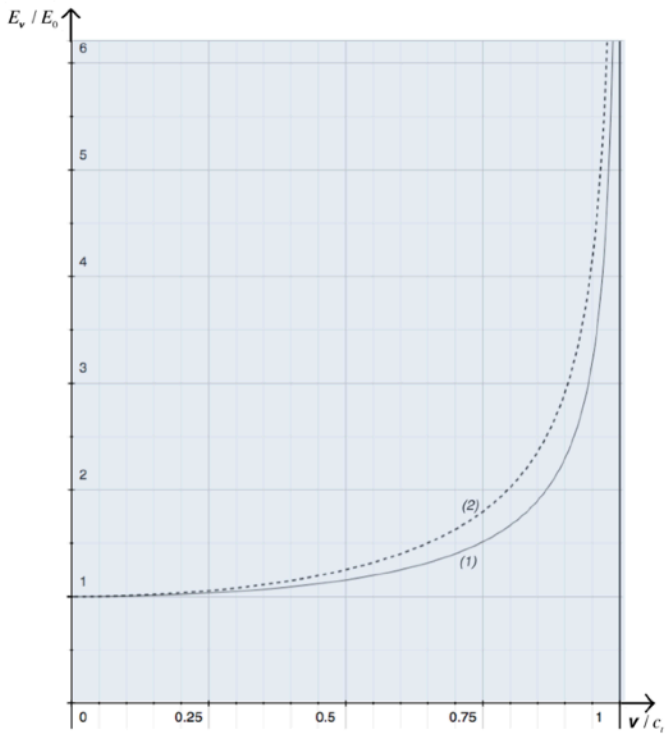


Figure 6.5 *- Energie totale de la charge rapportée à son énergie de repos, en fonction de la valeur de* v / c_t *, dans le cas d'une dislocation vis ou coin (1) ou d'une charge sphérique de rotation (2)*

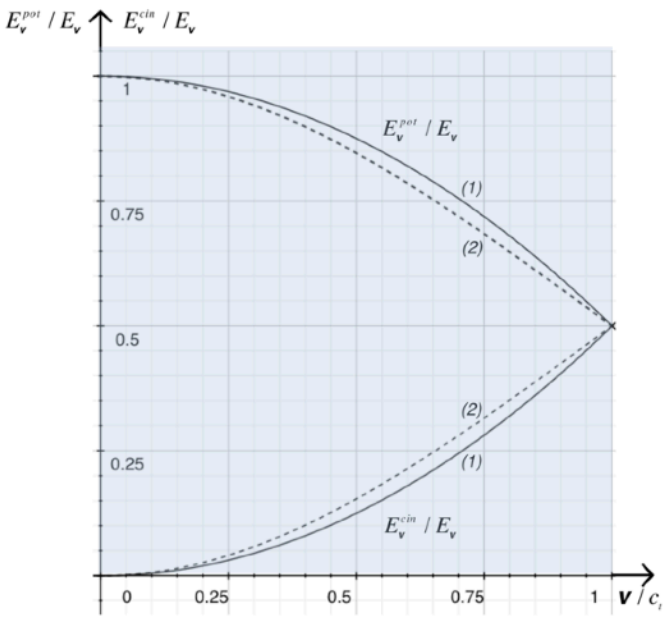


Figure 6.6 *- fractions de l'énergie totale sous forme potentielle et cinétique, en fonction de la valeur de* v / c_t *, dans le cas d'une dislocation vis ou coin (1) ou d'une charge sphérique de rotation (2)*

d'énergie sous forme potentielle et sous forme cinétique deviennent parfaitement égales lorsque la vitesse $\boldsymbol{v}$ d'une charge tend vers la célérité c_t des ondes transversales,
- le fait d'obtenir très exactement un comportement relativiste est dû à la particularité que le terme d'énergie cinétique $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ est exactement compensé par un terme négatif additionnel dans l'énergie potentielle $E_{\boldsymbol{v}}^{dist}$ dans le cas d'une dislocation vis. Nous verrons par la suite que cet effet de compensation n'est pas systématique, et qu'il dépend essentiellement de la topologie de la charge considérée. On a par conséquent ici une situation quelque peu paradoxale, à savoir que *la dynamique relativiste des dislocations vis est une conséquence directe de la dynamique purement newtonienne du réseau* dans l'espace absolu du ***GO***, car c'est la compensation exacte du terme d'énergie cinétique newtonienne $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ du réseau par le terme négatif additionnel dans l'énergie potentielle élastique $E_{\boldsymbol{v}}^{pot}$ qui en est responsable.

En ce qui concerne les dislocations coin rectilignes, supposer que le réseau est un *réseau cosmologique parfait* satisfaisant la conjecture 6, à savoir que $K_0 = K_3 > 0$ *,* que $K_1 << K_0$ et que $K_2 << K_3$ *,* et satisfaisant aussi l'hypothèse $\tau_0 < \tau_{0cr}$ *, implique* que les dislocations coin dans un réseau cosmologique parfait sont soumises exactement aux mêmes comportements relativistes que les dislocations vis, et donc qu'on a notamment $E_{\boldsymbol{v}}^{coin} = E_{dist}^{coin} / \gamma_t$ où l'énergie de distorsion satisfait aussi une vraie relation d'Einstein $E_{dist}^{coin} \cong M_0^{coin} c_t^2$ comme nous l'avons montré précédemment de manière purement classique. On obtient donc pour la dislocation coin une expression tout-à-fait similaire de son énergie relativiste totale $E_{\boldsymbol{v}}^{coin}$ que dans le cas de la dislocation vis, comme montré dans la figure 6.4.

L'équation de la dynamique relativiste d'une dislocation vis ou coin

Supposons qu'une dislocation rectiligne vis ou coin, qui se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans le *réseau cosmologique parfait*, soit soumise à une *force de Peach et Koehler* $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ par unité de longueur. De par la géométrie rectiligne de la dislocation, les vecteurs $\vec{\boldsymbol{v}}$ et $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ ne peuvent être que perpendiculaire à la ligne de dislocation. La puissance transmise à la dislocation par la force $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ s'écrit évidemment $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}\vec{\boldsymbol{v}}$, et cette puissance vient accroître l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{disloc}$ de la dislocation, de sorte que l'équation dynamique relativiste de la dislocation correspond à égaler la variation temporelle de l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{disloc}$ prise le long de la trajectoire avec la puissance $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}\vec{\boldsymbol{v}}$ fournie à la dislocation par la force de Peach et Kohler, comme indiqué dans la figure 6.7. Mais dans le cas d'une dislocation rectiligne, les vecteurs $\vec{\boldsymbol{v}}$ et $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ sont parallèles, de sorte qu'on peut écrire une équation vectorielle pour la dynamique relativiste de la dislocation faisant intervenir directement l'accélération $\vec{\boldsymbol{a}} = d\vec{\boldsymbol{v}} / dt$ de la dislocation. A noter que la dérivé temporelle $dE_{\boldsymbol{v}}^{disloc} / dt = \left(\partial E_{\boldsymbol{v}}^{disloc} / \partial \boldsymbol{v}\right)\left(d\boldsymbol{v} / dt\right) = \boldsymbol{a}\,\partial\left(E_{dist}^{disloc} / \gamma_t\right) / \partial \boldsymbol{v}$ doit tenir compte du fait que le facteur de Lorentz γ_t dépend aussi de la norme de $\vec{\boldsymbol{v}}$. En introduisant la *quantité de mouvement relativiste* $\vec{\boldsymbol{P}}^{disloc}$ par unité de longueur de la dislocation vis ou coin, on peut encore écrire l'équation dynamique relativiste d'une façon différente qui est reportée dans la figure 6.7. L'expression de la quantité de mouvement relativiste $\vec{\boldsymbol{P}}^{disloc}$ permet d'introduire une masse relativiste généralisée $M_{\boldsymbol{v}}^{disloc}$ de la dislocation en mouvement, qu'on peut utiliser pour écrire l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{disloc}$ et la quantité de mouvement $\vec{\boldsymbol{P}}^{disloc}$ *de la dislocation.* Les relations dans la figure 6.7 sont parfaitement identiques aux relations dynamiques obtenues en relativité restreinte. On peut d'ailleurs vérifier que la relation classique en relativité restreinte $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$ possède aussi son analogue $\left(E_{\boldsymbol{v}}^{disloc}\right)^2 = \left(M_0^{disloc}\right)^2 c_t^4 + \left(\vec{\boldsymbol{P}}^{disloc}\right)^2 c_t^2$.

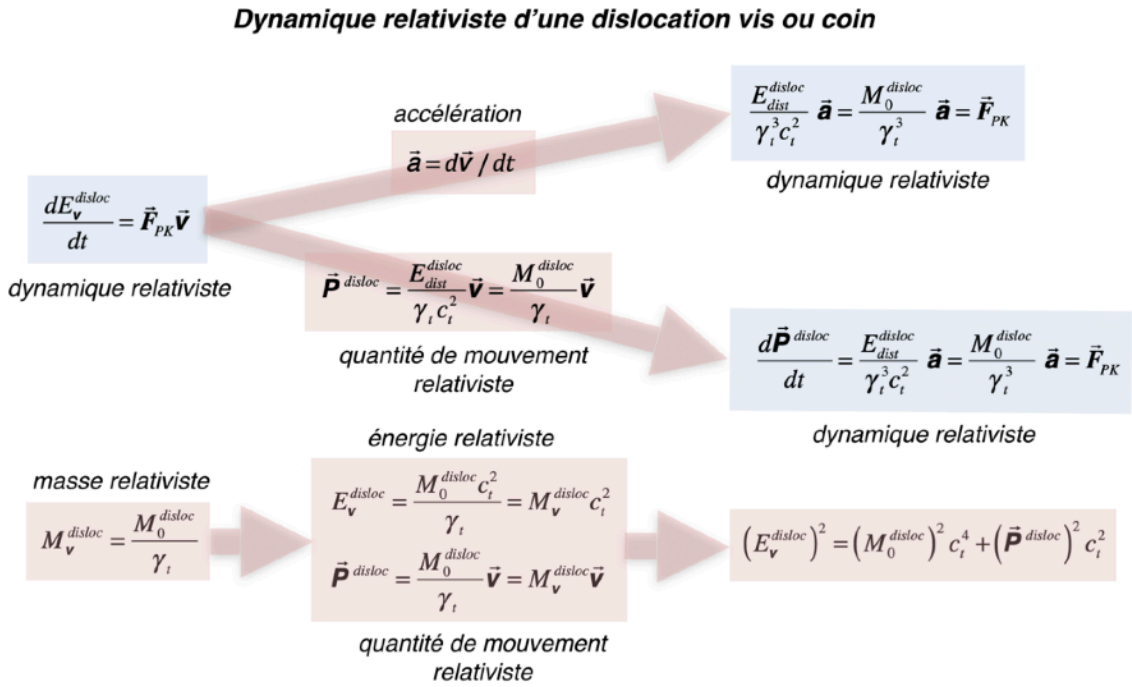


Figure 6.7 *- équation dynamique relativiste, quantité de mouvement relativiste et masse relativiste d'une dislocation vis ou coin*

Une remarque très intéressante s'impose ici: l'énergie relativiste totale $E_{\boldsymbol{v}}^{disloc}$ associée au mouvement de la dislocation est la somme de l'énergie potentielle $E_{\boldsymbol{v}}^{dist}$ de déformation élastique du réseau et de l'énergie cinétique newtonienne $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ de mouvement du réseau. Mais en associant l'énergie relativiste totale $E_{\boldsymbol{v}}^{disloc}$ à cette corde en mouvement, et sachant que l'énergie au repos de cette corde est donnée par E_{dist}^{disloc}, on pourrait aussi considérer que l'énergie de la corde en mouvement est égale la somme de son énergie de repos E_{dist}^{disloc} et d'une *énergie de mouvement* E_{mvt}^{disloc} qui correspond à l'énergie additionnelle générée par son déplacement au sein du milieu, à savoir $E_{mvt}^{disloc} = E_{\boldsymbol{v}}^{disloc} - E_{dist}^{disloc} = \left(M_{\boldsymbol{v}}^{disloc} - M_0^{disloc}\right)c_t^2 = M_0^{disloc}\left(1/\gamma_t - 1\right)c_t^2$. En relativité restreinte, cette énergie de mouvement E_{mvt}^{disloc} est souvent appelée *l'énergie cinétique* T *de la particule*. Mais dans le cas de la dislocation considérée ici, on sait qu'il ne s'agit pas réellement d'une énergie cinétique puisque E_{mvt}^{disloc} est en fait la combinaison suivante $E_{mvt}^{disloc} = E_{\boldsymbol{v}}^{dist} + E_{\boldsymbol{v}}^{cin} - E_{dist}^{disloc} = E_{\boldsymbol{v}}^{cin} + \left(1/\gamma_t - \boldsymbol{v}^2/2\gamma_t c_t^2 - 1\right)E_{dist}^{disloc}$ d'énergie cinétique réelle $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ et d'énergie potentielle $\left(1/\gamma_t - \boldsymbol{v}^2/2\gamma_t c_t^2 - 1\right)E_{dist}^{disloc}$ de la dislocation.

Finalement, si on calcule l'énergie totale pour les faibles vitesses ($\boldsymbol{v} << c_t$), on obtient la relation $E_{\boldsymbol{v}}^{disloc} \cong E_{dist}^{disloc} + M_0^{disloc}\boldsymbol{v}^2/2 + \ldots$ et on retrouve l'énergie cinétique classique liée à la masse d'inertie au repos M_0^{disloc} de la dislocation.

Energies relativistes des singularités en boucles et des charges sphériques de rotation

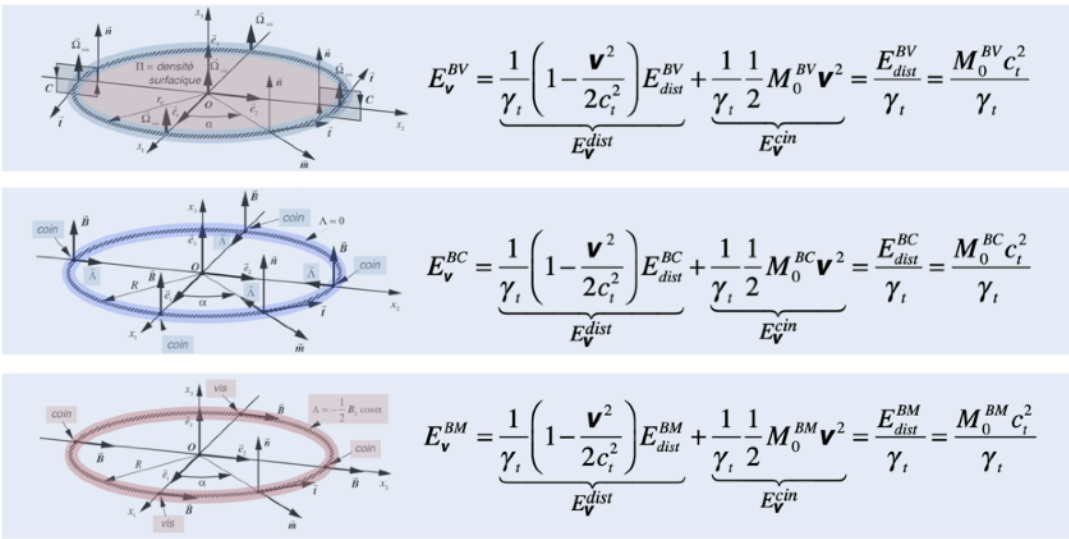
Nous avons vu au chapitre précédent que les singularités topologiques en boucles dans un *réseau cosmologique parfait* satisfont aussi toutes la relation d'Einstein $E_{dist}^{boucle} = M_0^{boucle}c_t^2$ qui a été obtenue à partir d'un calcul classique de leur énergie élastique de distorsion et de leur

énergie cinétique. Ceci implique que l'énergie relativiste des singularités en boucles se déduit de manière identique qu'on a déduit l'énergie relativiste d'une dislocation coin ci-dessus. Par conséquent, on déduit les énergies relativistes repèortées dans la figure 6.8 pour les singularités en boucles dans un réseau cosmologique parfait, à savoir la *boucle de désinclinaison vis, la boucle de dislocation coin prismatique et la boucle de dislocation mixte de glissement.*

On en déduit aussi que, dans un *réseau cosmologique parfait*, l'équation dynamique relativiste d'une singularité en boucle est parfaitement identique à celle d'une dislocation vis ou coin, telles que reportées dans la figure 6.7, à savoir $d\vec{\boldsymbol{P}}^{boucle}/dt = \vec{\boldsymbol{F}}^{boucle}$ dans laquelle $\vec{\boldsymbol{F}}^{boucle}$ est la force agissant globalement sur la boucle et $\vec{\boldsymbol{P}}^{boucle}$ est la quantité de mouvement relativiste de la boucle, donnée par $\vec{\boldsymbol{P}}^{boucle} = M_0^{boucle}\vec{\boldsymbol{v}}/\gamma_t$.

Considérons maintenant une charge sphérique localisée de rotation, comme celle décrite à la figure 5.4, qui se déplace le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_1$ à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$. Dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ mobile avec la charge, on peut utiliser les relations de transformation relativiste de la quantité de mouvement $n\vec{p}$ et du moment $\vec{m}$ de la figure 6.4, ainsi que les relations de transformation de Lorentz de la figure 6.1 pour déduire les densités d'énergie potentielle $F_{dist}^{\mathcal{Q}_\lambda}$ et d'énergie cinétique $F_{cin}^{\mathcal{Q}_\lambda}$ dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. L'énergie totale relativiste $E_{\boldsymbol{v}}^{\mathcal{Q}_\lambda}$ se calcule alors par intégration sur tout le volume de réseau, et on obtient l'énergie reportée dans la figure 6.8, qui se compose à nouveau d'une énergie potentielle relativiste $E_{\boldsymbol{pot}}^{\mathcal{Q}_\lambda}$ et d'une énergie cinétique relativiste $E_{\boldsymbol{cin}}^{\mathcal{Q}_\lambda}$.

Energies relativistes des singularités en boucles

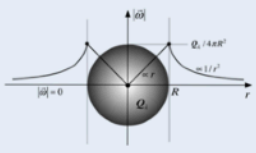


$$E_{\boldsymbol{v}}^{BV} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}^2}{2c_t^2}\right)E_{dist}^{BV}}_{E_{\boldsymbol{v}}^{dist}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{1}{2}M_0^{BV}\boldsymbol{v}^2}_{E_{\boldsymbol{v}}^{cin}} = \frac{E_{dist}^{BV}}{\gamma_t} = \frac{M_0^{BV}c_t^2}{\gamma_t}$$

$$E_{\boldsymbol{v}}^{BC} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}^2}{2c_t^2}\right)E_{dist}^{BC}}_{E_{\boldsymbol{v}}^{dist}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{1}{2}M_0^{BC}\boldsymbol{v}^2}_{E_{\boldsymbol{v}}^{cin}} = \frac{E_{dist}^{BC}}{\gamma_t} = \frac{M_0^{BC}c_t^2}{\gamma_t}$$

$$E_{\boldsymbol{v}}^{BM} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}^2}{2c_t^2}\right)E_{dist}^{BM}}_{E_{\boldsymbol{v}}^{dist}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{1}{2}M_0^{BM}\boldsymbol{v}^2}_{E_{\boldsymbol{v}}^{cin}} = \frac{E_{dist}^{BM}}{\gamma_t} = \frac{M_0^{BM}c_t^2}{\gamma_t}$$

Energies relativistes d'une charge localisée de rotation



$$E_{\boldsymbol{v}}^{\mathcal{Q}_\lambda} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}^2}{3c_t^2}\right)E_{dist}^{\mathcal{Q}_\lambda}}_{E_{pot}^{\mathcal{Q}_\lambda}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{2\boldsymbol{v}^2}{3c_t^2}E_{dist}^{\mathcal{Q}_\lambda}}_{E_{cin}^{\mathcal{Q}_\lambda}} = \frac{1}{\gamma_t}\left(1+\frac{\boldsymbol{v}^2}{3c_t^2}\right)\underbrace{\frac{3(K_2+K_3)\mathcal{Q}_\lambda^2}{5\pi R}}_{E_{dist}^{\mathcal{Q}_\lambda}}$$

Figure 6.8 *- énergies relativistes des singularités en boucles et des charges localisées de rotation*

De par le terme γ_t au dénominateur, on retrouve là un comportement de l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}$ de la charge similaire à celui d'un comportement relativiste puisque celle-ci tend vers une valeur infinie lorsque la vitesse $\boldsymbol{v}$ tend vers la célérité des ondes transversales c_t comme le montre bien la figure 6.5 dans laquelle on a reporté $E_{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} / E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}$ en fonction de $\boldsymbol{v} / c_t$.

Comme dans le cas d'une dislocation vis ou coin, l'énergie totale se retrouve sous forme d'énergie potentielle élastique relativiste $E_{\boldsymbol{pot}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}$ de rotation du réseau et sous forme d'énergie cinétique relativiste $E_{\boldsymbol{cin}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}$ des mailles du réseau, et les fractions de chacune de ces énergies dépendent de la valeur du rapport $\boldsymbol{v} / c_t$ comme le montre la figure 6.6. On constate que ces fractions d'énergie sous forme potentielle et sous forme cinétique deviennent ici aussi parfaitement égales lorsque la vitesse $\boldsymbol{v}$ de la charge localisée tend vers la célérité c_t des ondes transversales.

Cependant, l'expression de l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}$ n'est cette fois pas en parfait accord avec un comportement relativiste classique, car $E_{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} \neq E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} / \gamma_t$. Ce désaccord est à associer au fait que le terme négatif additionnel dans l'énergie potentielle ne compense plus exactement le terme d'énergie cinétique, car le terme d'énergie cinétique est deux fois supérieur à la valeur absolue du terme additionnel dans l'énergie potentielle. Si on calcule l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}$ pour les faibles vitesses ($\boldsymbol{v} << c_t$) en développant le terme γ_t au dénominateur, on obtient la relation $E_{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} \cong E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}\left(1+\boldsymbol{v}^2 / 2c_t^2 + ...\right)\left(1+\boldsymbol{v}^2 / 3c_t^2\right) \cong E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} + 5E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}\boldsymbol{v}^2 / 6c_t^2 + ...$ En ce cas, l'énergie de la charge en mouvement est donc égale à son énergie de repos et à un deuxième terme d'énergie proportionnel à la vitesse de la charge au carré, et qui peut être assimilé à un terme *d'énergie cinétique de la charge*. On peut par conséquent attribuer une *masse d'inertie au repos* M_0 à la charge sphérique de rotation, et la relation d'Einstein s'écrit $E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} \cong 3M_0 c_t^2 / 5$. On constate par conséquent que la relation entre énergie au repos et masse d'inertie pour une charge de rotation $\boldsymbol{Q}_\lambda$ sphérique s'écarte quelque peu de la fameuse relation d'Einstein de la relativité restreinte, qui stipule que $E_0 = M_0 c^2$.

De l'explication probable du paradoxe de l'énergie des électrons

On retrouve avec la relation $E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} \cong 3M_0 c_t^2 / 5$ pour une singularité localisée de rotation un paradoxe fameux de l'électromagnétisme classique. En effet, le même type de calcul effectué en électromagnétisme classique pour trouver l'énergie stockée par le champ électrique d'un électron en mouvement donne un résultat tout-à-fait similaire à celui-ci, à savoir que $E_{\acute{e}lectromagn\acute{e}tique}^{relativiste} \neq E_{champ\ \acute{e}lectrique}^{repos} / \gamma$, et donc que la masse associée aux champs électromagnétiques de l'électron *ne satisfait pas les principes de la relativité restreinte.* Ce résultat célèbre en électromagnétisme a fait couler beaucoup d'encre et a été l'objet de nombreuses discussions. Plusieurs modèles ont été proposés pour l'expliquer, sans beaucoup de succès d'ailleurs. On peut considérer en fait qu'il n'a jamais été vraiment compris dans le cadre de la théorie classique de l'électromagnétisme et de la relativité restreinte . Une discussion détaillée de ce sujet peut se trouver dans le fameux cours de physique de R. P. Feynman [1].

Ce fameux *paradoxe de l'énergie électrique de l'électron* pourrait trouver ici une explication simple, si on suppose que l'électron possède lui aussi une structure annulaire similaire à une boucle de désinclinaison vis, ou à une boucle de pseudo-dislocation vis et que le champ élec-

---

[1] *Richard P. Feynman, The Feynman Lectures on Physics, Addison-Wesly Publ. Company, 1970, chap. 28*

trique de l'électron est l'analogue du champ de rotation[2]. En effet, l'expression de l'énergie relativiste d'une boucle de désinclinaison vis satisfait parfaitement l'expression d'Einstein $E_{\boldsymbol{v}} \cong E_0 / \gamma_t$, de sorte que si l'électron présentait la structure topologique de boucle de désinclinaison vis dans un réseau cosmologique, on aurait une charge localisée $\boldsymbol{q}_\lambda$ de rotation qui présenterait à grande distance un champ de rotation $\vec{\omega}^{él}$ divergent tout comme l'électron présente un champ électrique $\vec{E}^{él}$ divergent, et qui satisferait à faible vitesse ($\boldsymbol{v} << c_t$) la relation de la relativité restreinte puisque pour une boucle vis on a bien la relation $E_{dist}^{BV} = M_0^{BV} c_t^2$.

Force de Peach & Koehler et force relativiste de Lorentz

Au chapitre 2, nous avons introduit la *force de Peach et Koehler* $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK} = \lambda \vec{m} + \vec{\boldsymbol{v}} \wedge \vec{\boldsymbol{A}}$ qui agit par l'intermédiaire du champ $\vec{m}$ sur l'unité de volume de charges de rotation présentant une densité λ de charges. Dans cette relation, le terme $\lambda \vec{m}$ est l'analogue de la force électrique $\vec{\boldsymbol{f}} = \rho \vec{E}$ agissant par unité de volume sur une densité de charge électrique ρ dans les équations de Maxwell de l'électromagnétisme, alors que le terme $\vec{\boldsymbol{v}} \wedge \vec{\boldsymbol{A}}$ avait été introduit pour tenir compte des forces qui ne produisent aucun travail. Pour une densité λ de charges en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_1$, la densité de force agissant dans le repère $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ lié à la charge s'écrit donc, puisque la charge est immobile dans ce repère et que, par conséquent, $\vec{\boldsymbol{v}} = 0$ dans ce repère, sous la forme $\vec{\boldsymbol{f}}'_{PK} = \lambda \vec{m}'$. On peut dès lors retrouver la force par unité de volume agissant sur la même densité de charge qui se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans le référentiel immobile $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, en utilisant les relations de transformation relativiste de la quantité de mouvement $n\vec{p}$ et du moment $\vec{m}$, et on obtient assez facilement l'expression suivante $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK} = \lambda m_1 \vec{e}_1 + \lambda\left(m_2 \vec{e}_2 + m_3 \vec{e}_3\right)/\gamma_t + 2\lambda\left(\vec{\boldsymbol{v}} \wedge n\vec{p}\right)/\gamma_t$ pour cette force. Dans le cas où $\left|\vec{\boldsymbol{v}}\right| << c_t$, γ_t devient voisin de l'unité et la force par unité de volume dans le repère immobile $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ devient simplement égale à $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK} \cong \lambda \vec{m} + 2\lambda\left(\vec{\boldsymbol{v}} \wedge n\vec{p}\right)$, qui est l'analogue parfait de la *force électromagnétique de Lorentz* $\vec{\boldsymbol{f}}_L = \rho \vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B} = \rho\left(\vec{E} + \vec{\boldsymbol{v}} \wedge \vec{B}\right)$. Le terme $2\lambda\left(\vec{\boldsymbol{v}} \wedge n\vec{p}\right)$ dans la force $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK}$ n'est rien d'autre que le terme $\vec{\boldsymbol{v}} \wedge \vec{\boldsymbol{A}}$ que nous avions introduit dans la figure 2.38 pour tenir compte des forces qui ne travaillent pas, de sorte que le vecteur $\vec{\boldsymbol{A}}$ a maintenant une valeur connue, qui vaut $\vec{\boldsymbol{A}} = 2\lambda n\vec{p}$.

On peut alors appliquer la relation donnant $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK}$ aux diverses singularités topologiques du réseau cosmologique:

- *dans le cas d'une dislocation vis rectiligne*, l'intégration de la relation sur l'unité de longueur de la dislocation donne la force $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK} = \Lambda \vec{m} + 2\Lambda\left(\vec{\boldsymbol{v}} \wedge n\vec{p}\right)$ agissant sur l'unité de longueur de dislocation. Cependant, si une dislocation vis rectiligne se déplace dans un solide, sa vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ est forcément perpendiculaire à la ligne de dislocation, et la force $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ n'aura d'action que si elle est elle aussi perpendiculaire à la corde, de sorte que seule la composante de $n\vec{p}$ dirigée dans la direction de la corde peut donner une force $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ capable d'agir sur la dislocation.
- *dans le cas d'une charge sphérique de rotation de charge* $\boldsymbol{Q}_\lambda$, la relation donnant $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK}$ peut s'intégrer sur le volume de la charge, et on obtient la force totale agissant sur la charge de rotation qui vaut $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK} = \boldsymbol{Q}_\lambda \vec{m} + 2\boldsymbol{Q}_\lambda\left(\vec{\boldsymbol{v}} \wedge n\vec{p}\right)$.

---

[2] *L'idée d'un électron de forme annulaire a été proposée initialement en 1915 par Parson (Smithsonian miscellaneous collections, nov. 1915) puis développée ensuite par Webster (Amer. Acad., janv. 1915) et Allen (Phil. Mag., 4, 1921, p. 113), et la proposition qu'un électron puisse être similaire à une boucle de désinclinaison vis a été proposée en 1996 par Unziker (arXiv:gr-qc/9612061v2).*

- *dans le cas d'une boucle de désinclinaison vis de charge* $\boldsymbol{q}_{\lambda BV} = 2\pi R\Lambda_{BV} = -\pi R\vec{\boldsymbol{B}}_{BV}\vec{\boldsymbol{t}}$, on peut appliquer la relation donnant $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK}$, ce qui permet d'écrire $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK} = \boldsymbol{q}_{\lambda BV}\vec{m} + 2\boldsymbol{q}_{\lambda BV}\left(\vec{\boldsymbol{v}} \wedge n\vec{p}\right)$ pour la force agissant sur la boucle.

Les deux dernières relations correspondent directement à l'expression de la force électromagnétique $\vec{\boldsymbol{F}} = q\left(\vec{E} + \vec{\boldsymbol{v}} \wedge \vec{B}\right)$ agissant sur une charge électrique q *en mouvement.*

Du rôle d'«éther» joué par le réseau cosmologique

On a vu que le déplacement d'une singularité topologique dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ d'un réseau cosmologique parfait, à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction de l'axe $\boldsymbol{O}x_1$, peut être décrit dans un repère $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ mobile avec la singularité grâce à la transformation de Lorentz. A expansion volumique constante, un amas de singularités mobile au sein du réseau, formé par exemple par un ensemble de singularités localisées comme des boucles de dislocation et de désinclinaison interagissant entre elles via leurs champs de rotation, est soumis exactement à *la même transformation de Lorentz, avec toutes les propriétés qui lui sont attribuées comme la dilatation du temps et la contraction des longueurs,* puisque le champ de rotation qui fournit les interactions entre les singularités satisfait cette transformation.

Il existe évidemment une analogie mathématique forte entre la transformation de Lorentz appliquée ici pour la transmission des informations et des interactions via les ondes transversales au sein du réseau cosmologique et la transformation de Lorentz de la Relativité Restreinte appliequée pour décrire la dynamique relativiste des objets mobiles dans l'Univers en relation avec la vitesse de la lumière. Mais il existe aussi une très sérieuse différence physique entre ces deux théories, liée surtout à l'existence d'un *«éther»* pour les singularités topologiques, qui est en fait le réseau et qui donne un statut privilégié aux singularités fixes dans le réseau comparativement aux singularités mobiles par rapport au réseau, alors qu'en théorie de la Relativité Restreinte, tous les objets mobiles ont le même statut, d'où le fameux nom de *«relativité»*. Cette différence essentielle permet d'apporter un éclairage tout-à-fait nouveau et original sur les phénomènes de relativité. C'est ce qu'on va discuter dans la suite.

La dynamique des singularités au sein d'un réseau cosmologique se différencie de la Relativité Restreinte par l'existence même du réseau qui fait office de *référentiel absolu* pour le mouvement des singularités et d'*éther* pour la propagation des ondes transversales et longitudinales. Au contraire de la Relativité Restreinte, le réseau peut être décrit de l'extérieur par un observateur ***GO*** *(**G**rand **O**bservateur imaginaire)* qui possède une horloge universelle et des règles universelles dans le référentiel absolu $\boldsymbol{Q}\xi_1\xi_2\xi_3$. Cet observateur extérieur au réseau n'est soumis à aucune contrainte de vitesse de propagation de l'information, de sorte qu'il est seul à pouvoir observer qualitativement et déterminer quantitativement et exactement la notion *d'instantanéité d'événements* intervenant au sein du réseau.

On peut aussi imaginer un type d'observateurs complètement différent. Ce sont les observateurs locaux ***HS*** *(**H**omo **S**apiens)*, qui font *partie intégrante du réseau* et qui seraient constitués eux-mêmes de singularités topologiques du réseau. Ces observateurs particuliers ont alors un statut très différent de l'observateur ***GO*** puisqu'ils *font partie intégrante du réseau* et qu'ils peuvent s'y mouvoir. Mais ces observateurs sont astreints à une transmission de l'information d'un point à l'autre du réseau à la vitesse finie des ondes transversales ou des ondes longitudinales. Un observateur ***HS*** n'a donc pas d'accès à une définition absolue de la simultanéité

d'événements telle que celle du ***GO***, mais ne possède qu'une définition relativiste de la simultanéité, qui dépend notamment de sa vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ de déplacement par rapport au réseau et de la valeur locale de l'expansion volumique du réseau.

Pour des raisons de commodité, l'observateur extérieur ***GO*** peut évidemment se choisir comme règles universelles et horloge universelle les règles et l'horloge d'un observateur ***HS*** immobile par rapport au réseau, et qui se situerait en un endroit du réseau qui serait immobile et d'expansion volumique nulle ($\tau = 0$).

Tout observateur ***HS*** est muni d'un repère local qui possède des règles et une horloge propre, qui paraissent d'ailleurs immuables pour ce ***HS***, alors que la longueur de ses règles et la vitesse de comptage du temps de son horloge varient en réalité dans le référentiel absolu du ***GO*** en fonction de l'expansion volumique du réseau à l'endroit où il se trouve (on reviendra plus tard sur ce point en détail), et de sa vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ par rapport au réseau. Par conséquent, le ***HS*** n'a pas d'accès direct à la valeur de l'expansion volumique locale du réseau ou à sa propre vitesse de déplacement $\vec{\boldsymbol{v}}$ par rapport au réseau. Seul le ***GO*** a un accès direct à ce type d'informations.

Les transformations de Lorentz que nous avons définies sont donc en réalité des outils du ***GO***, qui peut s'en servir sans problème pour déterminer les règles et les horloges locales de tous les ***HS*** attachés au réseau, ou simplement pour calculer les divers champs associés à des singularités topologiques en mouvement au sein du réseau. Et il peut appliquer ces transformations à tout endroit du réseau où il est possible de trouver un état d'expansion homogène et constant, qui peut très bien être différent de l'expansion nulle puisque les transformations de Lorentz se basent sur la vitesse de transmission des ondes transversales, qui est parfaitement déterminée quelle que soit l'état d'expansion du réseau ($c_t(\tau) = c_{t0}\,\mathrm{e}^{\tau/2}$). De ce point de vue, notre interprétation des transformations de Lorentz est assez éloignée de l'interprétation de la Relativité Restreinte, pour laquelle ces transformations sont des outils que peut utiliser tout observateur ***HS*** pour passer d'un référentiel à un autre référentiel en mouvement par rapport au premier, et pour lequel la vitesse de la lumière est une constante absolue. Les principales conséquences de ces différences essentielles vont être analysées en détail dans la suite de ce chapitre.

Les transformations de Lorentz impliquent de fait que, pour des singularités mobiles à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$, la règle selon la direction $\boldsymbol{O}x_1$ se raccourcit d'un facteur γ_t, de sorte que $\vec{e}_1{}' = \gamma_t \vec{e}_1$. Pour interpréter ce raccourcissement de règle dans la direction du mouvement, il faut imaginer l'architecture de l'amas comme un ensemble de singularités topologiques liées entre elles par leurs interactions via leurs champs de rotation respectifs (figure 6.9). Ces singularités du réseau se déplacent par rapport au réseau à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$, et la finitude de la vitesse c_t de leurs interactions via le champ de rotation impose que l'architecture complète de l'amas de singularité se contracte dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$.

Mais cette contraction n'affecte en rien le réseau, qui conserve son état d'expansion volumique originel, ce qui est représenté dans la figure 6.9 pour le cas de deux amas de singularités identiques qui se meuvent à deux vitesses différentes, $\vec{\boldsymbol{v}}'$ et $\vec{\boldsymbol{v}}''$, mesurées par rapport au réseau par l'observateur **GO**. Ainsi, les effets relativistes sur les règles des observateurs ***HS'*** et ***HS"***, associés au mouvement collectif des singularités par rapport au réseau, n'ont rien à faire avec des effets d'expansion volumique du réseau, pour lesquels les modifications des lon-

gueurs des règles des observateurs ***HS'*** et ***HS''*** seront associées à des variations réelles du paramètre de maille du réseau cosmologique comme nous le verrons par la suite.

A noter aussi que ces deux effets sont cumulatifs, à savoir que les règles d'un observateur ***HS*** peuvent être contractées ou expansées par des variations d'expansion volumique et encore contractées par un mouvement de l'amas de singularités par rapport au réseau. De la sorte, la contraction-expansion des règles et de l'horloge d'un observateur ***HS*** dépend à la fois de l'expansion locale du réseau et de la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ de ***HS*** par rapport au réseau. De plus, dans la transformation de Lorentz appliquée par l'observateur ***GO***, la valeur de $\gamma_t = (1-\boldsymbol{v}^2/c_t^2)^{1/2}$ n'est pas seulement liée à la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ de ***HS*** par rapport au réseau, mais aussi à la célérité locale c_t des ondes transversales, qui dépend de l'expansion volumique τ du réseau cosmologique, puisque $c_t\big|_{\tau\neq 0} = c_{t0}\big|_{\tau=0}\,\mathrm{e}^{\tau/2}$.

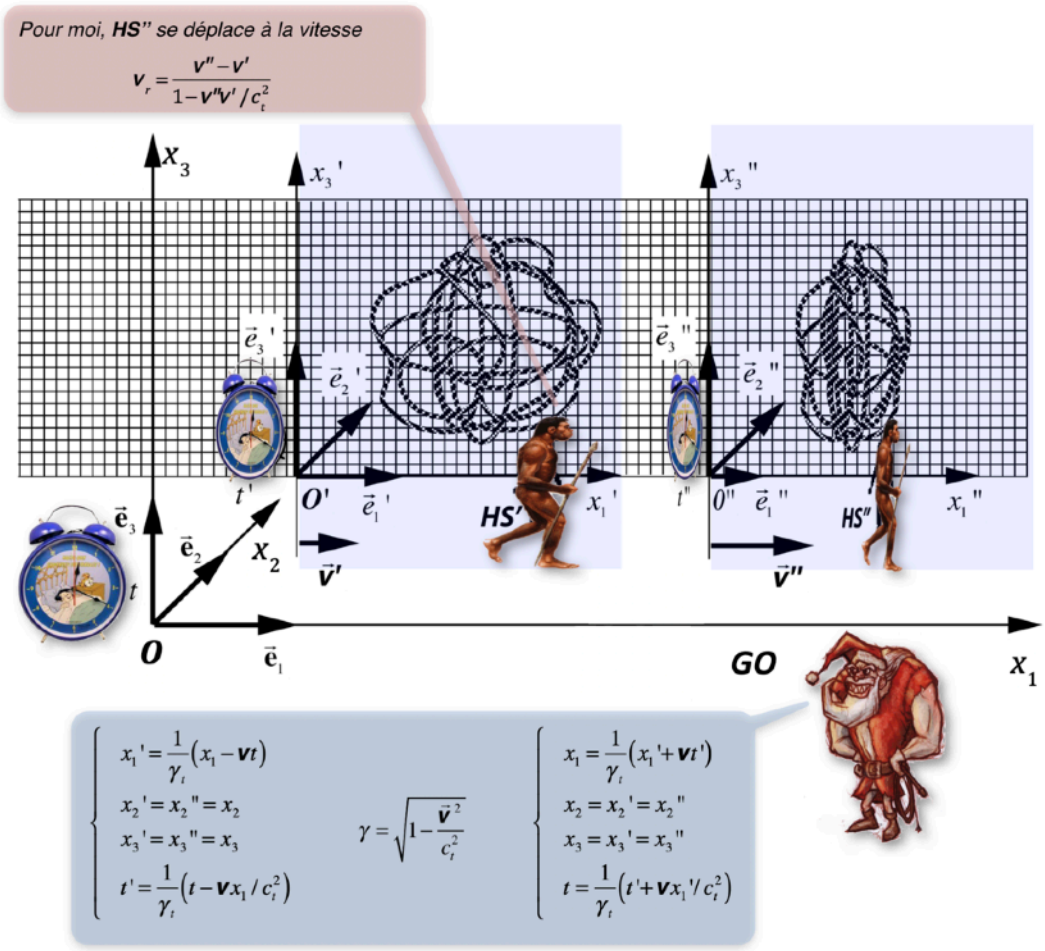


Figure 6.9 *- les repères de Lorentz mobiles des observateurs* ***HS'*** *et* ***HS' '*** *en mouvement*

Le phénomène de ralentissement de l'horloge de l'observateur ***HS*** qui se déplace par rapport au réseau a déjà été expliqué, avec les figures 6.3 (a) et (b). Imaginons qu'il existe un observateur ***HS'*** qui construit ses propres horloges dans son référentiel $\boldsymbol{O}'x'_1x'_2x'_3$, en fixant deux miroirs face à face à une distance d_0 l'une de l'autre, miroirs qui ont la propriété de réflé-

chir les ondes transversales. En envoyant une onde transversale entre les deux miroirs, ***HS'*** peut parfaitement utiliser, comme base de temps, le laps de temps $T_0 = 2d_0 / c_t$ qui s'écoule entre un aller-retour de l'onde entre les deux miroirs, parce que la distance d_0 et la vitesse c_t des ondes transversales sont pour lui des constantes. Si l'observateur ***HS'*** est initialement au repos par rapport au réseau, le ***GO*** peut considérer le laps de temps $T_0 = 2d_0 / c_t$ comme sa propre base de temps dans $Ox_1x_2x_3$.

Imaginons maintenant que l'observateur ***HS'*** se déplace par rapport au réseau avec la vitesse $\vec{v}$ dans la direction Ox_1, et qu'il place deux horloges en quadrature, c'est-à-dire une horloge ayant ses deux miroirs dans la direction Ox_1' et une seconde horloge ayant ses deux miroirs le long de l'axe Ox_3' (ou Ox_2'). En principe, dans son référentiel $O'x'_1x'_2x'_3$, le laps de temps $T_0 = 2d_0 / c_t$ mesuré par ***HS'*** avec ses deux horloges est exactement le même.

Prenons maintenant le point de vue du ***GO***. Nous avons montré que le temps de base de l'horloge mobile de l'observateur ***HS'*** dans $O'x_1'x_2'x_3'$, mesuré par l'observateur ***GO*** dans son référentiel absolu $Ox_1x_2x_3$, paraît dilaté en fonction de la vitesse $\vec{v}$ d'un facteur $1/\gamma_t$, de manière identique pour les deux horloges en quadrature, de sorte que $T = T_0 / \gamma_t$ .Ceci signifie qu'un temps local t' existe réellement pour l'observateur ***HS'***, que ce temps local s'écoule plus lentement pour un observateur ***HS'*** en mouvement par rapport au réseau, et que ce temps local t' reste isotrope dans $O'x_1'x_2'x_3'$, indépendamment de la direction du mouvement de l'observateur ***HS'*** au sein du réseau.

Concernant la dilatation ou la contraction du temps, il peut aussi y avoir couplage entre les effets relativistes et les effets d'expansion volumique. Nous verrons par exemple plus tard que, dans le cas d'un réseau cosmologique, un observateur ***HS'*** qui serait placé dans une zone de forte contraction volumique ($\tau << 0$) présenterait un temps propre très fortement ralenti par rapport au temps propre du ***GO***. De plus, s'il se déplaçait encore à une vitesse $\vec{v}$ proche de c_t par rapport au réseau, son temps propre serait encore plus fortement ralenti par rapport au temps propre du ***GO***.

L'expérience de Michelson-Morley dans le réseau cosmologique

Le réseau joue vis-à-vis des singularités et de la propagation des ondes transversales le même rôle que le fameux *«éther»* censé propagé les ondes lumineuses et tant discuté au début du XXème siècle. L'expérience de Michelson-Morley, qui consistait à essayer de mesurer à l'aide d'un interféromètre une différence de vitesse de propagation des ondes lumineuses dans la direction d'un déplacement à vitesse $\vec{v}$ et transversalement à la direction de ce déplacement, a donné des résultats négatifs, et on en a conclu à l'époque à l'inexistence d'un éther. Mais dans les deux exemples ci-dessus, le calcul proposé dans le réseau solide avec deux horloges locales en quadrature montre que le résultat est identique à celui obtenu par Michelson-Morley, à savoir qu'il n'y a aucune différence de temps de parcours dans les deux directions perpendiculaires, ce que le ***HS*** interprète évidemment comme le fait que la vitesse de propagation ne dépend pas de la direction dans laquelle on la mesure. Mais dans le cas que nous avons traité ici, il existe bel et bien un éther constitué par le réseau au sein duquel les singularités se déplacent, et qui est parfaitement connu du ***GO***.

On en déduit que, dans le cas du réseau solide faisant office d'éther, les singularités qui se déplacent à vitesse $\vec{v}$ ont effectivement leur horloge propre qui ralentit puisque le ***GO*** mesure

un temps d'horloge T_0 avec l'horloge du ***HS*** immobile par rapport au réseau, mais un temps $T = T_0 / \gamma_t$ avec l'horloge d'un ***HS*** qui se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ par rapport au réseau.

D'autre part, si un ***HS'*** mesure la vitesse c_t' d'une onde transversale dans son référentiel en mouvement $\boldsymbol{O}'x'_1 x'_2 x'_3$, avec ses propres règles et horloge, il trouve exactement la même valeur que celle mesurée par le ***GO*** dans le réseau, puisque on a dans la direction $\boldsymbol{O}x_1'$ que $c_t' = 2d_0 / T = \left(2d / \gamma_t\right) / \left(T / \gamma_t\right) = 2d / T = c_t$.

De la composition relativiste des vitesses
et de l'absence de notion absolue de simultanéité pour les HS

Dans la figure 6.9, on a représenté deux repères en translation selon l'axe $\boldsymbol{O}x_1$ aux vitesses $\vec{\boldsymbol{v}}'$ et $\vec{\boldsymbol{v}}''$ mesurées par l'observateur ***GO***. On peut se demander comment se traduit la relativité des vitesses mesurées par les ***HS***, et notamment quelle est *la vitesse relative* $\vec{\boldsymbol{v}}_r$ *que mesure l'observateur* ***HS'*** *dans son repère* $\boldsymbol{O}'x'_1 x'_2 x'_3$ *pour le déplacement du repère* $\boldsymbol{O}''x''_1 x''_2 x''_3$ *de l'observateur* ***HS"***. Pour ***GO***, le point $\boldsymbol{O}''$ du repère de ***HS"*** se déplace dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ de $x_1^{(1)}$ à $x_1^{(2)}$ dans un laps de temps qui va de t_1 à t_2, de sorte que la norme de la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}''$ vaut $\boldsymbol{v}'' = (x_1^{(2)} - x_1^{(1)}) / (t_2 - t_1)$. Si ***HS'*** observe ce même déplacement, il trouve une vitesse relative $\vec{\boldsymbol{v}}_r$ dont la norme vaut $\boldsymbol{v}_r = (x_1^{(2)}' - x_1^{(1)}') / (t_2' - t_1')$. Cette expression peut alors être transformée en utilisant les relations de Lorentz de la figure 6.9, et il vient l'expression de la vitesse relative $\vec{\boldsymbol{v}}_r$ de déplacement de l'observateur ***HS"*** telle que la mesure l'observateur ***HS'***, et exprimée sous la forme $\boldsymbol{v}_r = (\boldsymbol{v}'' - \boldsymbol{v}') / (1 - \boldsymbol{v}''\boldsymbol{v}' / c_t^2)$ en fonction exclusivement des vitesses $\vec{\boldsymbol{v}}'$ et $\vec{\boldsymbol{v}}''$ mesurées par le ***GO***. La vitesse relative du repère $\boldsymbol{O}''x''_1 x''_2 x''_3$ mesurée par ***HS'*** correspond à ce qu'on appelle *la composition relativiste classique des vitesses*. Par symétrie, la vitesse relative du repère $\boldsymbol{O}'x'_1 x'_2 x'_3$ mesurée par ***HS"*** sera donnée par la même expression changée de signe.

Les observateurs liés au réseau n'ont en fait pas d'accès à la notion absolue de simultanéité que peut avoir le ***GO.*** Pour illustrer ce point, on peut imaginer quatre expériences très simples:

1ère expérience: considérons *deux événements simultanés observés par* ***GO*** *dans le référentiel* $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ *à l'instant* $t = 0$ *aux coordonnées* $x_1^{(1)} = 0$ *et* $x_1^{(2)} = \Delta x_1$, *donc distants de* Δx_1 (figure 6.10). Ces deux événements simultanés sont alors observés par un ***HS'*** dans son repère $\boldsymbol{O}'x'_1 x'_2 x'_3$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ aux coordonnées $\left(x_1^{(1)}' = 0 \ , \ t_1' = 0\right)$ et $\left(x_1^{(2)}' = \Delta x_1 / \gamma_t \ , \ t_2' = -\boldsymbol{v}\Delta x_1 / (c_t^2 \gamma_t)\right)$, obtenues par les transformations de Lorentz reportées dans la figure 6.9. On constate donc que les deux événements ne sont pas observés comme simultanés par le ***HS'***, mais séparés par un intervalle de temps non nul $\Delta t' = t_2'$, et la distance mesurée par le ***HS'*** entre les deux événements est égale à $\Delta x_1' = x_1^{(2)}' = \Delta x_1 / \gamma_t$ qui est supérieure à la distance Δx_1 mesurée par le ***GO***, et qui est la conséquence de la contraction de la règle $\vec{e}_1'$ de ***HS'*** dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$.

2ème expérience: considérons *un événement intervenant à l'origine du référentiel* $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ *de* ***GO*** *et qui se prolonge de* $t_1 = 0$ *à* $t_2 = \Delta t$ *, donc sur un laps de temps absolu de* Δt (figure 6.10). Cet événement est alors observé par un ***HS'*** dans son repère $\boldsymbol{O}'x'_1 x'_2 x'_3$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ aux coordonnées $\left(x_1^{(1)}' = 0 \ , \ t_1' = 0\right)$ et $\left(x_1^{(2)}' = -\boldsymbol{v}\Delta t / \gamma_t \ , \ t_2' = \Delta t / \gamma_t\right)$, obtenues à l'aide des relations de Lorentz de la figure 6.9. On constate que l'événement semble se déplacer dans le repère de ***HS'*** sur une distance

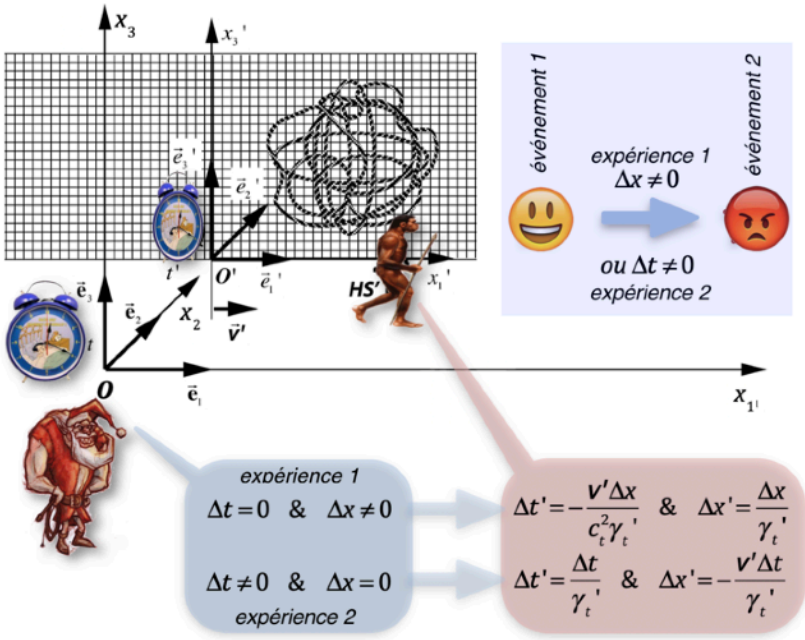


Figure 6.10 *- La non-simultanéité des événements du* ***GO*** *pour l'observateurs* ***HS'*** *en mouvement*

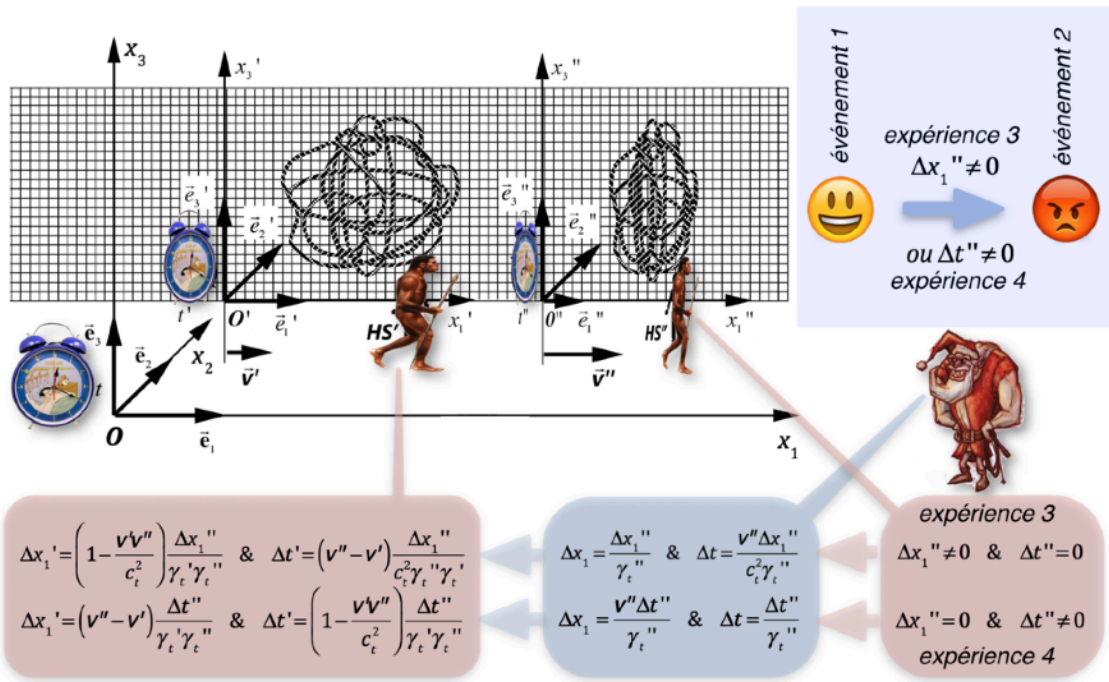


Figure 6.11 *- La non-simultanéité des événements pour les observateurs* ***HS'*** *et* ***HS''*** *en mouvement*

$\Delta x_1' = \left| x_1^{(2)\prime} \right| = \boldsymbol{v}\Delta t / \gamma_t$, plus longue que le parcours absolu $\boldsymbol{v}\Delta t$ du repère $\boldsymbol{O}' x'_1 x'_2 x'_3$ dans le réseau, à cause de la contraction de la règle $\vec{e}_1'$ utilisé par ***HS'***, et que le laps de temps que dure l'événement pour ***HS'*** vaut $\Delta t' = t_2' = \Delta t / \gamma_t$, et paraît donc plus long pour ***HS'*** que pour ***GO***, ce qui est de prime abord assez étrange puisque l'horloge de ***HS'*** tourne plus lentement que celle de ***GO***. Ce phénomène est dû aux temps de vol qu'ont mis les ondes transversales pour atteindre le ***HS'*** en mouvement par rapport au réseau. Cette dernière expérience montre bien que les intervalles de temps mesurés par les ***HS'*** sont des intervalles relatifs puisqu'ils dépendent de la vitesse de propagation finie de l'information au sein du réseau.

3ème expérience: considérons maintenant *deux événements simultanés dans le repère mobile* $\boldsymbol{O}'' x''_1 x''_2 x''_3$ de ***HS''***, *aux coordonnées* $x_1^{(1)\prime\prime} = 0$ et $x_1^{(2)\prime\prime} = \Delta x_1''$, *et survenant à l'instant* $t'' = 0$ (figure 6.11). Dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ immobile par rapport au réseau, les coordonnées de ces deux événements deviennent deux événements distincts dans le temps, dont les intervalles les séparant s'écrivent $\Delta x_1 = \Delta x_1'' / \gamma_t''$ et $\Delta t = \boldsymbol{v''}\Delta x_1'' / (c_t^2 \gamma_t'')$. Ces relations peuvent être utilisées maintenant pour obtenir les coordonnées des deux événements dans le repère $\boldsymbol{O}' x_1' x_2' x_3'$ de ***HS'***, qu'on peut ensuite expliciter sous la forme d'une distance spatiale $\Delta x_1'$ et d'un intervalle de temps $\Delta t'$ entre les deux événements, représentés dans la figure 6.11. Les deux événements simultanés distants de $\Delta x_1''$ dans le repère $\boldsymbol{O}'' x''_1 x''_2 x''_3$ de ***HS''*** deviennent deux événements non simultanés dans le repère $\boldsymbol{O}' x'_1 x'_2 x'_3$ de ***HS'***.

4ème expérience: considérons maintenant *deux événements successifs dans le repère mobile* $\boldsymbol{O}'' x''_1 x''_2 x''_3$, *intervenant au même endroit à la coordonnée* $x_1^{(1)\prime\prime} = 0$ *et survenant aux instants* $t_1'' = 0$ *et* $t_2'' = \Delta t''$ (figure 6.11). Dans le référentiel immobile $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, les coordonnées de ces deux événements deviennent deux événements distincts dans l'espace qui peuvent être utilisés pour obtenir les coordonnées des deux événements dans le repère $\boldsymbol{O}' x_1' x_2' x_3'$ de ***HS'***, qu'on peut expliciter sous la forme d'une distance spatiale $\Delta x_1'$ et d'un intervalle de temps $\Delta t'$ entre les deux événements comme reporté dans la figure 6.11. Les deux événements survenant à l'origine du repère $\boldsymbol{O}'' x''_1 x''_2 x''_3$ de ***HS''*** deviennent donc deux événements séparés dans l'espace du repère $\boldsymbol{O}' x'_1 x'_2 x'_3$ de ***HS'***.

L'effet Doppler-Fizeau entre singularités en mouvement dans le réseau cosmologique

Dans les figures 6.12 et 6.13, on a reporté plusieurs expériences d'échanges de signaux à fréquence donnée entre singularités en mouvement au sein du réseau via les ondes transversales. En prenant le point de vue du ***GO***, il est possible de décrire facilement ces expériences qui font apparaître le phénomène de Doppler-Fizeau. On suppose évidemment que toutes ces expériences ont lieu dans un réseau possédant une valeur d'expansion volumique homogène et constante, sans quoi la description de ces expériences deviendrait beaucoup plus complexe.

1ère expérience: un observateur ***HS'*** dans le repère $\boldsymbol{O}' x'_1 x'_2 x'_3$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}'$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ par rapport au réseau émet une onde à la fréquence f_e', mesurée avec sa propre horloge, vers un observateur ***HS*** dans un référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ immobile par rapport au réseau (figure 6.12a). L'onde transversale émise dans $\boldsymbol{O}' x'_1 x'_2 x'_3$ s'écrit simplement $\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 \sin\left(\omega' t' - k' x_1'\right)$ avec $f_e' = \omega' / 2\pi$ et $k' = \omega' / c_t$. Dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, la même onde s'obtient en remplaçant les coordonnées t' et x_1' de ***HS'*** par les coordonnées t et x_1 de ***HS***, en utilisant les transformations de Lorentz de la figure 6.9, et en identifiant le vec-

teur d'onde et la pulsation obtenue avec ceux de l'expression de l'onde $\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 \sin\left(\omega t - k x_1\right)$ dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, et on trouve les relations donnant ω et k à partir des valeurs de ω' et k' dans le repère $\boldsymbol{O}'x'_1x'_2x'_3$, sous la forme $\omega = \left(\omega' + k'\boldsymbol{v'}\right)/\gamma_t'$ et $k = \left(k' + \omega'\boldsymbol{v'}/c_t^2\right)/\gamma_t'$. Comme $k' = \omega'/c_t$ et $f_e' = \omega'/2\pi$, on déduit la relation existant entre la fréquence f_e' du signal émis par ***HS'*** et la fréquence f_r du signal reçu mesurée par ***HS*** avec sa propre horloge:, comme reporté dans la figure 6.12a.

Pour $\boldsymbol{v'} > 0$, c'est-à-dire lorsque ***HS'*** se rapproche de ***HS***, la fréquence f_r du signal reçu par ***HS*** est plus élevée que la fréquence f_e' du signal émis par ***HS'***. C'est l'*effet Doppler-Fizeau*, et dans le jargon usuel des physiciens, on parle d'un *«shift du signal vers le bleu»*. Dans le cas contraire, si ***HS'*** s'éloigne de ***HS*** ($\boldsymbol{v'} < 0$), le signal reçu est de fréquence f_r inférieure à la fréquence f_e' du signal émis, et on parle de *«shift du signal vers le rouge»*. Sous la forme reportée dans la figure 6.12a, la relation fait apparaître le terme $(1 - \boldsymbol{v'}/c_t)^{-1}$ de *l'effet Doppler purement classique*, mais qui s'applique à une fréquence émise $\gamma_t' f_e'$, qui n'est rien d'autre que la fréquence du signal émise par ***HS'***, mais mesurée par ***HS*** avec sa propre horloge, ou par ***GO*** avec l'horloge universelle.

2ème expérience: un observateur ***HS*** dans le repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ au repos par rapport au réseau transmet un signal de fréquence f_e, mesurée avec sa propre horloge, vers un observateur ***HS"*** qui se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}''$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ par rapport au réseau (figure 6.12b). Avec le même type de calcul que dans le cas de la 1ère expérience, il est possible de vérifier que la fréquence f_r'' du signal reçu par ***HS"*** et mesurée avec sa propre horloge prend la valeur reportée à la figure 6.12b.

Pour $\boldsymbol{v''} > 0$, c'est-à-dire lorsque ***HS"*** s'éloigne de ***HS***, la fréquence f_r'' du signal reçu par ***HS"*** est plus basse que la fréquence f_e du signal émis par ***HS***. C'est à nouveau l'*effet Doppler-Fizeau*. Sous cette forme, l'expression de f_r'' fait apparaître le terme $(1 - \boldsymbol{v''}/c_t)$ de *l'effet Doppler classique*, mais qui s'applique à une fréquence f_e/γ_t'', qui n'est rien d'autre que la fréquence du signal émis par ***HS***, mais telle que mesurée avec l'horloge de ***HS"***.

3ème expérience: un observateur ***HS'*** dans le repère $\boldsymbol{O}'x'_1x'_2x'_3$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}'$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ par rapport au réseau émet une onde à la fréquence f_e', mesurée avec sa propre horloge, vers un observateur ***HS"*** qui se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}''$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ par rapport au réseau (figure 6.12c). La fréquence f_r'' du signal reçu par ***HS"*** et mesurée par lui avec sa propre horloge s'obtient aisément en combinant les deux relations *(6.12 a)* et *(6.12b)* obtenues précédemment. Sous cette forme, l'expression de f_r'' fait apparaître entre parenthèses *l'effet Doppler classique* dû aux mouvements des deux observateurs par rapport au réseau, ainsi que la fréquence $\gamma_t' f_e'/\gamma_t''$ qui n'est rien d'autre que la fréquence du signal émis par ***HS'***, mais mesurée avec l'horloge de ***HS"***.

4ème expérience: un observateur ***HS'*** dans le repère $\boldsymbol{O}'x'_1x'_2x'_3$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}'$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ par rapport au réseau émet une onde à la fréquence f_e', mesurée avec sa propre horloge, qui se réfléchit sur un miroir associé à un référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ fixe par rapport au réseau, et reçoit l'écho de cette onde dont il mesure la fréquence f_r', toujours avec sa propre horloge (figure 6.13a). Il est facile de trouver la valeur de f_r' en utilisant les relations *(6.12a)* et *(6.12b)* précédemment obtenues dans lesquelles on introduit la fréquence f reçue et re-émise par le miroir dans le référentiel de ***HS.*** La combinaison de ces deux rela-

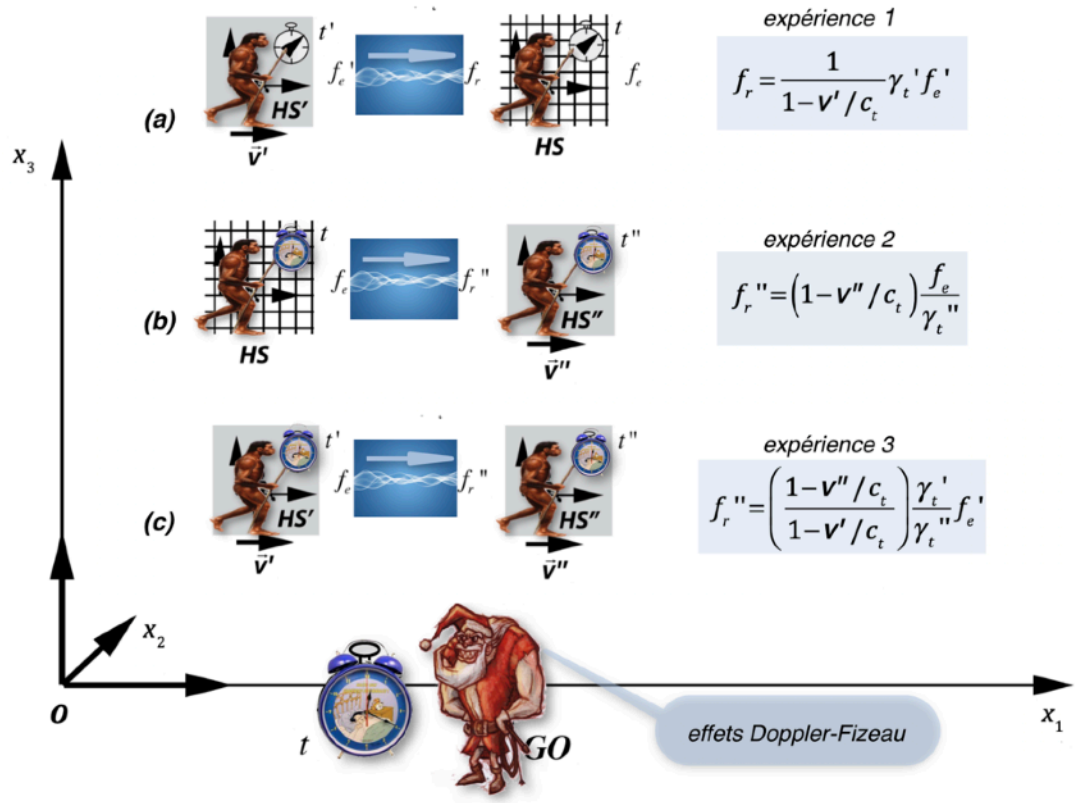


Figure 6.12 *- Différentes configurations de mesure de l'effet Doppler-Fizeau*

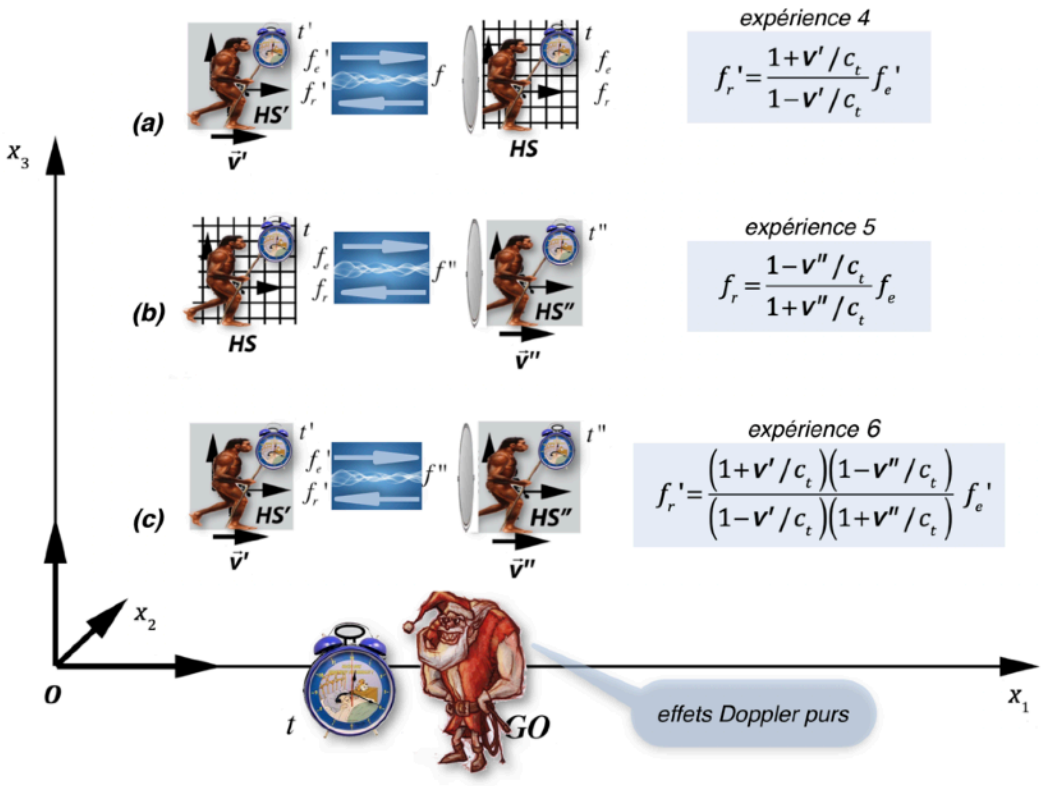


Figure 6.13 *- Différentes configurations de mesure de l'effet Doppler pur*

tions nous montre alors que, dans ce cas de figure, l'effet mesuré par ***HS'*** est un *pur effet Doppler classique*, ce qui est parfaitement logique puisque ***HS'*** utilise sa propre horloge pour mesurer f_e' et f_r'

5ème expérience: un observateur ***HS*** dans le repère $Ox_1x_2x_3$ fixe par rapport au réseau émet une onde à la fréquence f_e, mesurée avec sa propre horloge, qui se réfléchit sur un miroir associé à un repère $O''x''_1x''_2x''_3$ en mouvement à vitesse $\vec{v}''$ dans la direction Ox_1 par rapport au réseau fixe, et reçoit l'écho de cette onde dont il mesure la fréquence f_r, toujours avec sa propre horloge (figure 6.13b). Il est facile de trouver la valeur de f_r en utilisant à nouveau les relations précédemment obtenues dans lesquelles on introduit la fréquence f'' reçue et re-émise par le miroir dans le repère de ***HS''***. La combinaison des deux relations *(6.12a)* et *(6.12b)* nous montre à nouveau que, dans ce cas de figure, l'effet mesuré par ***HS*** est *un pur effet Doppler classique*, puisque ***HS*** utilise sa propre horloge pour mesurer f_e et f_r.

6ème expérience: un observateur ***HS'*** dans le repère $O'x'_1x'_2x'_3$ en mouvement à vitesse $\vec{v}'$ dans la direction Ox_1 par rapport au réseau émet une onde à la fréquence f_e', mesurée avec sa propre horloge, qui se réfléchit sur un miroir associé un repère $O''x''_1x''_2x''_3$ en mouvement à vitesse $\vec{v}''$ dans la direction Ox_1 par rapport au réseau, et reçoit l'écho de cette onde dont il mesure la fréquence f_r', toujours avec sa propre horloge (figure 6.13c). Il est à nouveau facile de trouver la valeur de f_r' en utilisant deux fois la relation *(6.12c)*. On trouve à nouveau que, dans ce cas de figure, l'effet mesuré par ***HS'*** est *un pur effet Doppler classique,* puisque ***HS'*** utilise sa propre horloge pour mesurer f_e' et f_r'.

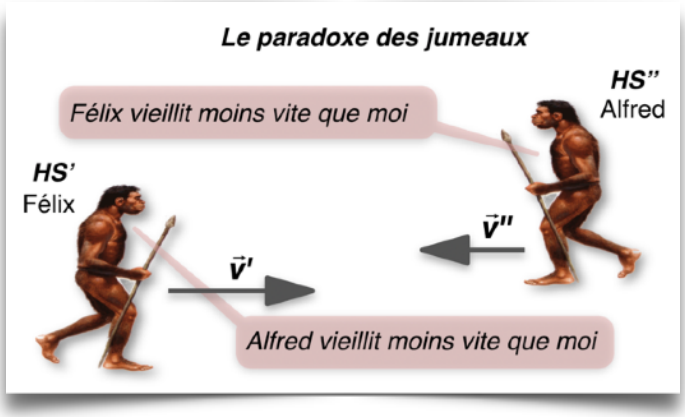
Du fameux paradoxe des jumeaux de la Relativité Restreinte …
… qui n'en est un que dans l'esprit des observateurs HS

L'existence du réseau, donc d'un *«éther»*, permet de donner une explication très simple et très élégante au fameux paradoxe des jumeaux de la Relativité Restreinte. On a déjà vu qu'un observateur local ***HS''*** dans son repère $O''x''_1x''_2x''_3$ mobile à vitesse $\vec{v}''$ par rapport au réseau dans la direction Ox_1 n'est en principe pas capable de mesurer cette vitesse $\vec{v}''$ puisque son horloge et ses règles propres ne changent pas pour lui, ce qui a pour conséquence que des expériences du type Michelson-Morley ne lui apportent aucune information utile. On peut malgré tout se demander si des expériences de type Doppler-Fizeau avec un autre observateur ***HS'*** mobile à vitesse $\vec{v}'$ par rapport au réseau dans la direction Ox_1 pouvaient lui apporter plus d'information. En relation avec l'observateur ***HS'***, l'observateur ***HS''*** peut effectuer trois types de mesure:

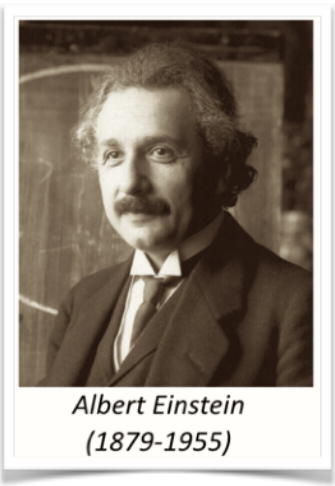
- il peut mesurer la vitesse relative v_r de ***HS'*** par rapport à lui, donnée par la formule de la figure 6.9 changée de signe,
- il peut mesurer le rapport de fréquence f_r''/f_e' d'un certain événement connu survenant dans son repère et dans le repère de ***HS'***, donnée dans la figure 6.12c,
- il peut mesurer le rapport de fréquence f_r''/f_e'' d'un signal qu'il a envoyé lui-même et qui se réfléchit sur un miroir dans le repère de ***HS'***, donnée dans la figure 6.13c,

On peut alors montrer que ces trois mesures expérimentales ne permettent pas à ***HS''*** de déterminer univoquement $\vec{v}'$ et $\vec{v}''$. En effet, les deux dernières relations sont absolument équivalentes et ne permettent donc pas de résoudre le problème. Quant aux deux premières

relations, il est facile de montrer que ce système est lui aussi indéterminé, car il fournit la relation $f_r''/f_e' = \left[(1-(\boldsymbol{v}_r/c_t)^2\right]^{1/2}$, de sorte que ***HS''*** n'a finalement pas moyen de trouver sa vitesse relative $\vec{\boldsymbol{v}}''$ par rapport au réseau en utilisant des expériences de type Doppler-Fizeau.



Cette dernière relation est extrêmement intéressante, car elle montre que ***HS''*** peut déduire la vitesse relative $\boldsymbol{v}_r$ de ***HS'*** par rapport à lui en mesurant le rapport de fréquence f_r''/f_e' d'un certain événement connu survenant dans son repère et dans le repère de ***HS'***, et que pour lui, dans son repère $\boldsymbol{O}''x''_1x''_2x''_3$, ce rapport de fréquence est de type relativiste. Mais l'observateur ***HS'***, dans son repère $\boldsymbol{O}'x'_1x'_2x'_3$, pourrait faire la même mesure, et il obtiendrait alors exactement le même résultat. Ainsi, pour les observateurs ***HS*** qui n'ont pas accès aux vitesses absolues par rapport au réseau (donc à l'éther.), leur principe de relativité est exactement le même principe que celui de la *Relativité Restreinte*. Notamment, en appliquant la transformation de Lorentz, ***HS''*** aura l'impression que ***HS'*** vieillit moins vite que lui, alors que ***HS'*** aura aussi l'impression que c'est ***HS''*** qui vieillit moins vite que lui. Cette situation étrange de prime abord est appelée le *paradoxe des jumeaux* en Relativité Restreinte.


Albert Einstein
(1879-1955)

Mais *ce paradoxe des jumeaux n'en est un que dans les esprits des observateurs **HS'** et **HS''***. En effet, pour le ***GO*** qui a accès aux vitesses relatives des ***HS*** par rapport au réseau, il est parfaitement clair que c'est le ***HS*** qui se déplace par rapport au réseau qui vieillit moins vite que le ***HS*** qui reste fixe par rapport au réseau. Ainsi, si un couple de jumeaux ***HS*** effectuent la fameuse expérience des jumeaux de Langevin, à savoir qu'un des jumeaux part en fusée à des vitesses subluminiques et revient ensuite vers son jumeau resté au point de départ, le ***GO*** pourra dire sans équivoque que c'est le ***HS*** qui a voyagé par rapport au réseau à très grande vitesse qui sera le plus jeune lorsqu'ils se rencontreront après le voyage. Et le ***GO*** sait parfaitement que cet effet a eu lieu tout au long du voyage, *même pendant les périodes où la vitesse du jumeau voyageur aura été constante par rapport au réseau.* Cette interprétation du paradoxe des jumeaux basée sur l'existence du réseau cosmologique, donc d'*un éther*, est tout-à-fait nouvelle et donne une réponse très simple, logique et élégante à de nombreuses questions et interprétations du paradoxe des jumeaux suggérées par la Relativité Restreinte et par la Relativité Générale[3] d'Einstein.

---

[3] *Voir par exemple:*
http://fr.wikipedia.org/wiki/Paradoxe_des_jumeaux et http://en.wikipedia.org/wiki/Twin_paradox

Chapitre 7

Les champs gravitationnels des singularités topologiques

Grâce à *la deuxième équation partielle de Newton*, on peut obtenir *les champs externes de perturbations d'expansion,* c'est-à-dire *les champs externes de gravitation* associés à une singularité topologique localisée. On trouve que ces champs externes de gravitation peuvent posséder trois composantes, à savoir une composante généralement dominante associée *à l'énergie élastique de distorsion,* c'est-à-dire *à la masse* de la singularité, et deux composantes en général nettement plus faibles dues respectivement *à la charge de courbure* de la singularité et *à la charge de rotation* de la singularité.

Dans la foulée, on en vient aussi à montrer que l'effondrement d'amas de singularités de type lacunaire ou de type interstitiel conduit à des singularités topologiques macroscopiques assez singulières au sein du réseau: un trou dans le réseau, sorte de *lacune macroscopique*, dans le cas de l'effondrement de singularités de nature lacunaire, ou un morceau de réseau additionnel, sorte d'*interstitiel macroscopique* au sein du réseau dans le cas de l'effondrement de singularités de nature interstitielle. La description des champs «gravitationnels» de ces deux types de singularités macroscopiques complémentaires montre que la singularité macroscopique lacunaire peut se comporter comme un réel trou noir, alors que la singularité macroscopique interstitielle ne présente pas cette propriété. Par la suite, ces singularités macroscopiques s'avéreront des candidates idéales pour expliquer les *«trous noirs»* de l'Univers dans le cas des lacunes macroscopiques et les *«étoiles à neutrons»* de l'Univers dans le cas des interstitiels macroscopiques.

En appliquant les calculs du champ de gravitation externe des singularités topologiques aux singularités microscopiques sous forme de boucles de désinclinaison vis, de boucles de dislocation coin prismatiques ou de boucles de dislocation mixtes, on déduit l'ensemble des propriétés gravitationnelles de ces boucles. On en déduira plusieurs conséquences extrêmement intéressantes, notamment l'existence, dans le cas de la boucle de dislocation coin prismatique, d'une masse équivalente de gravitation différente de la masse d'inertie, qui peut même s'avérer négative dans le cas des boucles de nature interstitielle, résultat qui aura des conséquences très importantes par la suite.

Perturbations de l'expansion par une singularité d'énergie de distorsion donnée

Considérons une singularité localisée au repos, de volume V_{amas}, constituée d'une boucle ou d'un amas de nombreuses boucles de dislocation et/ou de désinclinaison, et supposons connues les densités d'énergie de distorsion $F_{dist}^{amas}(\vec{r})$ et d'énergie potentielle $F_{pot}^{amas}(\vec{r})$ au sein de cette singularité. L'équilibre du champ de perturbation $\tau_{int}^{(E)}(\vec{r})$ d'expansion au sein de cette singularité est donné par la solution de l'équation du deuxième degré déduite de la deuxième équation partielle de Newton de la figure 5.1. On ne peut pas faire ici un calcul exacte de $\tau_{int}^{(E)}(\vec{r})$ puisque celui-ci nécessiterait de traiter un cas concret de singularité pour connaître

exactement les distributions des densités d'énergie de distorsion $F_{dist}^{amas}(\vec{r})$ et d'énergie potentielle $F_{pot}^{amas}(\vec{r})$ au sein de cette singularité. Par contre, on peut traiter ce problème de manière approximative en introduisant des valeurs moyennes des divers champs concernés. On peut commencer par introduire l'*énergie globale de repos* $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$ de la singularité topologique en sommant les distributions des densités d'énergie de distorsion $F_{dist}^{amas}(\vec{r})$ et d'énergie potentielle $F_{pot}^{amas}(\vec{r})$ au sein de cette singularité, de telle sorte qu'on puisse définir une valeur moyenne $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ du champ interne de perturbation de l'expansion. Il est clair que ce champ moyen est purement virtuel, autrement dit qu'il n'existe pas vraiment, mais qu'il représente en fait une forme de valeur moyenne de tous les accidents du champ de perturbation $\tau_{int}^{(E)}(\vec{r})$ au sein de la singularité, accidents qui doivent être extrêmement marqués surtout si on a à faire à un amas de très nombreuses singularités topologiques. Le calcul exact du champ de perturbation moyen $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ est assez compliqué, car il est soumis à diverses hypothèses concernant ses conditions d'existence. Nous n'entrerons pas ici dans une discussion détaillée de ces conditions d'existence. Les calculs détaillés montrent qu'il existe des solutions statiques ou dynamiques pour les champs de perturbations d'expansion qui sont associés à la singularité topologique, comme le montre la figure 7.0.

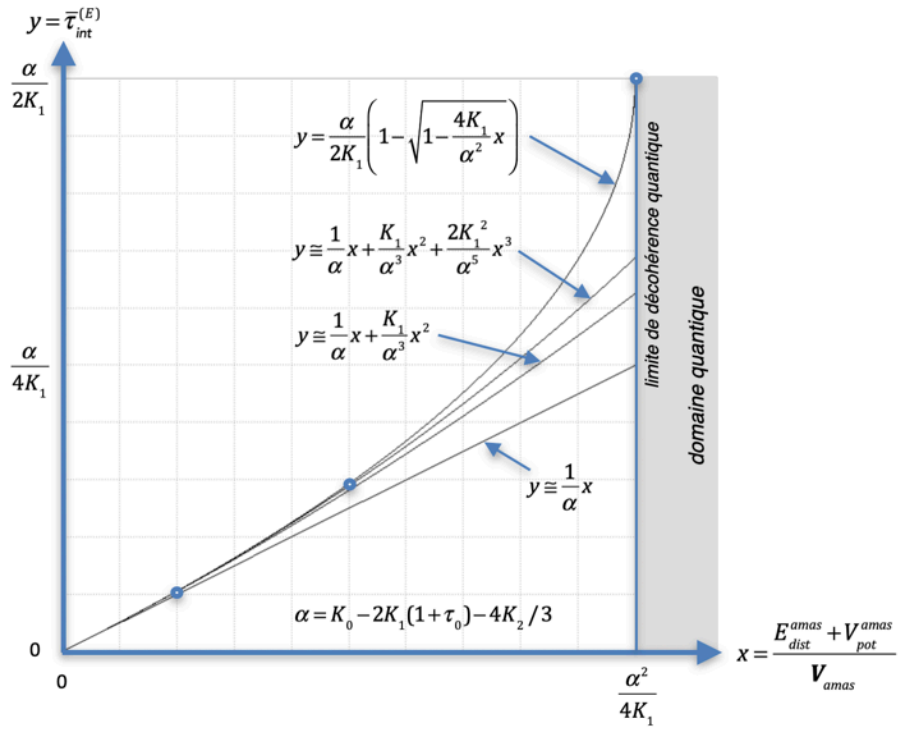


Figure 7.0 *- la fonction* $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ *dans le domaine des solutions statiques pour des valeurs de densité d'énergie de la singularité en-dessous de la valeur critique* $\alpha^2 / 4K_1$, *et domaine du comportement quantique pour les valeurs en-dessus de la valeur critique .*

Les perturbations du champ d'expansion associées à une singularité topologique localisée sont en fait l'expression de *l'existence d'un «champ gravitationnel» externe statique à longue distance de cette singularité*, tant que celle-ci possède une densité d'énergie ou une densité de charge de rotation inférieure à une certaine valeur critique $\alpha^2 / 4K_1$.

Dans le cas où cette densité d'énergie devient supérieure à cette valeur critique $\alpha^2 / 4K_1$, le champ d'expansion associé à cette singularité topologique localisée devient *une perturbation dynamique de l'expansion, qui fera apparaître les comportements quantiques de cette singularité*, que nous traiterons au chapitre 11. La valeur critique de la densité d'énergie devient alors une grandeur extrêmement importante puisqu'elle correspond en fait à *une valeur quantitative qui définit la fameuse limite de décohérence quantique,* c'est-à-dire la limite de passage entre un comportement classique et un comportement quantique de la singularité topologique.

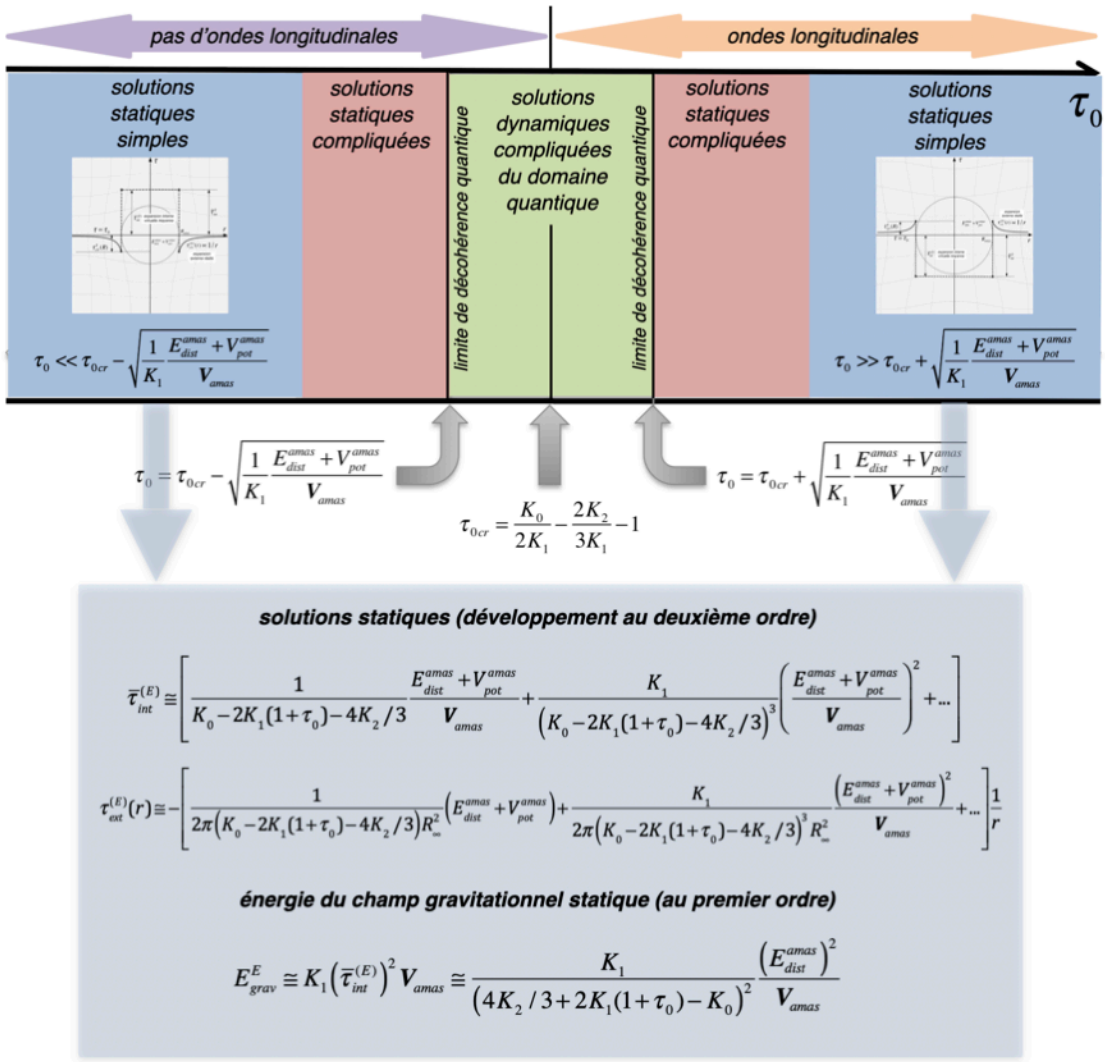


Figure 7.1 *- les domaines de solutions des perturbations d'expansion d'une singularité d'énergie* $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$ *donnée en fonction de l'expansion de fond*

Les domaines d'expansion de fond τ_0 du réseau dans lesquels interviennent ces solutions sont donnés par des conditions qui sont reportées dans la figure 7.1. Dans un petit domaine centré sur $\tau_0 = \tau_{0cr}$, il ne peut exister qu'une *solution dynamique de l'équation de Newton pour la perturbation d'expansion*, solution dynamique qui permet de passer de la solution statique du domaine $\tau_0 < \tau_{0cr}$ à la solution statique dans le *domaine* $\tau_0 > \tau_{0cr}$ et vice-versa.

Dans les domaines extérieurs à ce petit domaine de solutions dynamiques, il existe des solutions statiques pour les perturbations du champs d'expansion volumique provoquées par la

singularité. Mais là aussi, les calculs et les résultats obtenus sont assez compliqués. Mais il existe des domaines de l'expansion de fond τ_0 du réseau qui présentent des solutions statiques simples. Ces domaines sont reportés dans la figure 7.1, avec les expressions des champs de perturbations internes et externes qui leur correspondent. Il est remarquable de constater alors que la valeur moyenne $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ du champ interne de perturbation de l'expansion dépend de l'*énergie globale de repos* $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$ de la singularité et de son volume V_{amas}, alors que le champ de perturbation externe décroît en $1/r$ à distance de l'amas, qu'il ne dépend *que* de l'énergie totale $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$ de celui-ci, et surtout qu'il *ne dépend pas du volume ou du rayon de celui-ci*.

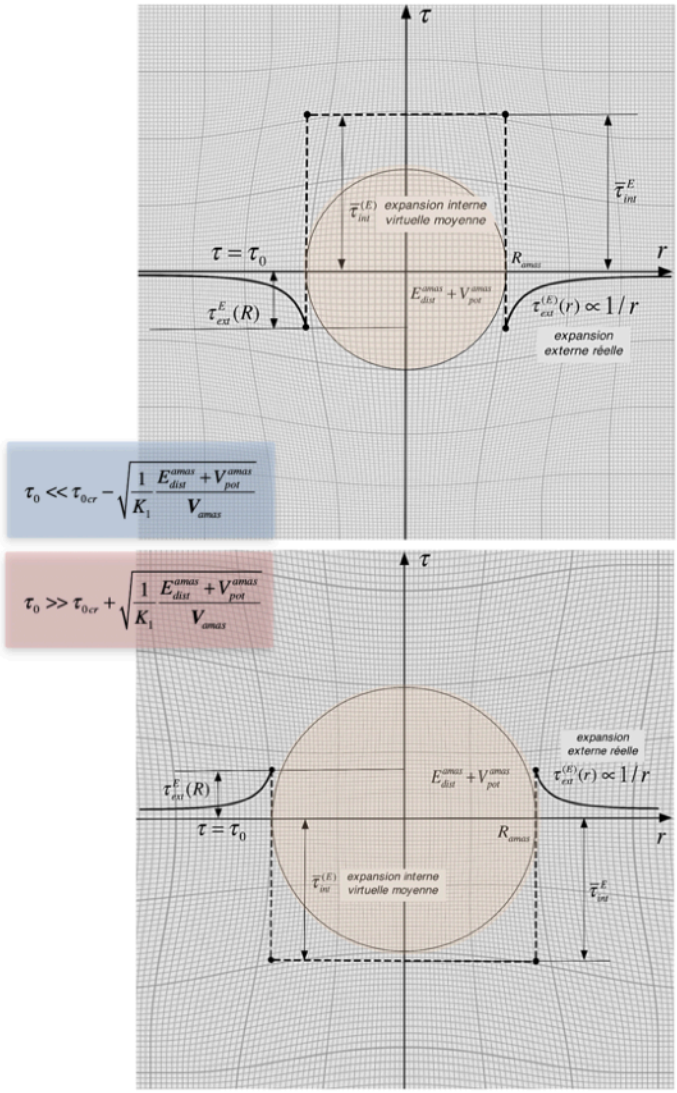


Figure 7.2 *- le champ d'expansion à l'intérieur et à l'extérieur d'une singularité d'énergie* $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$ *donnée*

Ces comportements du champ des perturbations d'expansion sont reportés dans la figure 7.2 en fonction de la distance r depuis le centre de la singularité, dans les deux cas $\tau_0 << \tau_{0cr}$ et $\tau_0 >> \tau_{0cr}$.

L'énergie totale du champ d'expansion peut aussi être calculée, et on constate qu'elle est positive, qu'elle est proportionnelle au produit du volume de la singularité par le carré du champ interne de perturbation d'expansion de la singularité, et qu'elle ne dépend que du module d'élasticité K_1 qui, comme on le rappelle, doit être beaucoup plus petit que les modules K_0 et K_3 dans le réseau cosmologique parfait.

Il est intéressant de comparer l'énergie de gravitation de la singularité avec son énergie élastique de distorsion, en calculant la valeur approximative du rapport des deux. Il vient l'expression $\boldsymbol{E}_{grav}^{E} / \boldsymbol{E}_{dist}^{amas} \cong (K_1 / K_0^2)(\boldsymbol{E}_{dist}^{amas} / \boldsymbol{V}_{amas})$ pour $\tau_0 << \tau_{0cr}$. Or, d'après la conjecture 6, le rapport K_1 / K_0^2 est extrêmement petit, de sorte que l'énergie gravitationnelle de la singularité est assurément extrêmement plus petite que l'énergie élastique de distorsion de la singularité dans le domaine $\tau_0 << \tau_{0cr}$. On reviendra sur ce point dans la suite.

Avec les conjectures 6 du *réseau cosmologique parfait*, si on se trouve dans le *domaine d'expansion* $\tau_0 < \tau_{0cr}$ dans lequel il n'existe pas d'ondes longitudinales, le champ interne virtuel moyen $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ de la singularité est positif. Quant au champ externe réel $\tau_{ext}^{(E)}(\vec{r})$ de la singularité, il est négatif et satisfait donc parfaitement la conjecture 3 de la figure 3.4 déduite de la courbure des rayons d'onde au voisinage de la singularité.

Par contre, si on se trouve dans le *domaine d'expansion* $\tau_0 > \tau_{0cr}$ où il existe des ondes longitudinales, les champs reportés dans la figure 7.2 s'inversent par rapport aux champs dans le *domaine d'expansion* $\tau_0 < \tau_{0cr}$ *:* le champ interne virtuel moyen $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ de la singularité devient négatif, et le champ externe réel $\tau_{ext}^{(E)}(\vec{r})$ devient positif, de sorte que celui-ci ne satisfait plus la conjecture 2 déduite de la courbure des rayons d'onde au voisinage de la singularité.

Perturbations de l'expansion par une singularité de charge de courbure donnée

Une singularité localisée de rayon R_{amas}, hormis de posséder une énergie de repos donnée, peut aussi posséder une charge globale de courbure $\boldsymbol{Q}_\theta$. En effet, une telle singularité peut être constituée d'un amas de singularités topologiques discrètes du réseau, telles que des boucles prismatiques de dislocation qui possèdent chacune une charge de courbure élémentaires $\boldsymbol{q}_{\theta BC(i)}$. Si $\boldsymbol{Q}_\theta > 0$, on parlera de singularité *de nature lacunaire* car il manque des sites de réseau au sein de l'amas, et si $\boldsymbol{Q}_\theta < 0$, on parlera de singularité *de nature interstitielle*, car il y a alors excès de sites de réseau au sein de l'amas. Une singularité de courbure est responsable d'un champ de flexion non nul et divergent dans son voisinage comme nous l'avons montré à la figure 2.33.

Pour retrouver les perturbations du champ d'expansion dues à cette singularité, on part de l'équation d'équilibre statique obtenue par la divergence de la première équatiuon prtielle de Newton de la figure 5.1. L'équation d'équilibre *du champ d'expansion* d'une telle singularité nécessite alors de connaître la densité $\theta^{amas}(\vec{r})$ de charges de courbure au sein de la singularité. Ne connaissant en général pas la densité $\theta^{amas}(\vec{r})$ qui est propre à une singularité donnée, on utilise pour simplifier l'approximation d'une densité de charge de courbure moyenne homogène au sein de la singularité, telle que $\overline{\theta}^{amas} = \boldsymbol{Q}_\theta / \left(4\pi R_{amas}^3 / 3\right)$. On obtient alors une équation d'équilibre simplifiée pour le champ interne virtuelle dont la solution $\tau_{int}^{(Q_\theta)}(r)$ est de symétrie sphérique. Comme précédemment, le calcul exact des champs de perturbation est assez compliqué, car il est soumis à diverses hypothèses concernant ses conditions d'existence, notamment la condition que le champ de perturbation total interne et externe soit de valeur moyenne

nulle, de telle sorte que la valeur du champ moyen au sein du réseau soit égale à l'expansion de fond τ_0 du réseau. Sous ces conditions, on obtient les champs internes et externes reportés dans la figure 7.3, ainsi que l'énergie associée à ce champ de perturbations d'expansion.

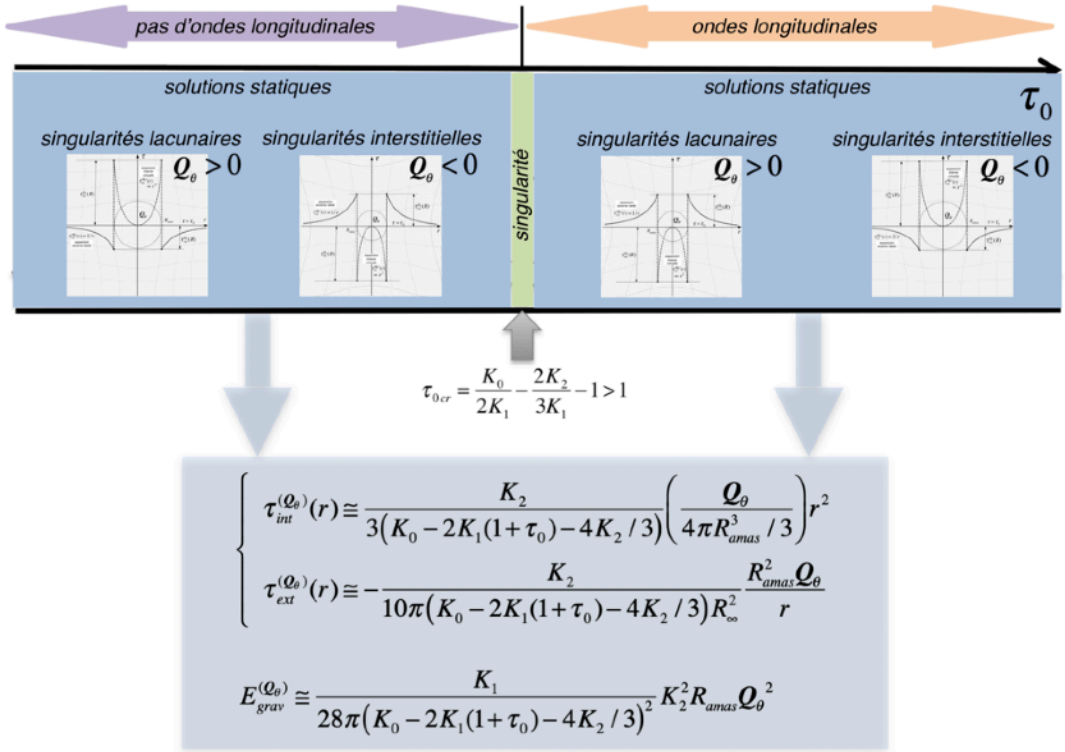


Figure 7.3 *- les domaines de solutions des perturbations d'expansion d'une singularité de charge de courbure Q_θ donnée en fonction de l'expansion de fond*

Ces expressions impliquent que, si ces champs existent, c'est-à-dire si $K_2 \neq 0$, ceux-ci présentent une singularité infinie lorsque l'expansion de fond τ_0 atteint la valeur critique τ_{0cr} qui annule le dénominateur, et on peut montrer qu'une singularité de courbure passe forcément par un stade de trou noir, pour $\tau_0 \leq \tau_{0cr}$ dans le cas des singularités de nature lacunaire et pour $\tau_0 \geq \tau_{0cr}$ dans le cas des singularités de nature interstitielle.

Les signes du terme $K_0 - 2K_1(1+\tau_0) - 4K_2/3$ et du module K_2 jouent un rôle important ici. En utilisant les conjectures 6 du *réseau cosmologique parfait*, on a que:

- si $K_2 / \left[K_0 - 2K_1(1+\tau_0) - 4K_2/3\right] > 0$, c'est-dire si $\tau_0 < \tau_{0cr}$, *seules les singularités de nature lacunaire*, avec $Q_\theta > 0$, satisfont la conjecture 3 de la figure 3.4 concernant la courbure par attraction des rayons d'onde au voisinage de la singularité, alors que les *singularités de nature interstitielle*, avec $Q_\theta < 0$ repoussent les rayons d'onde,

si $K_2 / \left[K_0 - 2K_1(1+\tau_0) - 4K_2/3\right] < 0$, c'est-dire si $\tau_0 > \tau_{0cr}$, seules les singularités de nature interstitielle, avec $Q_\theta < 0$, satisfont la conjecture 3 concernant la courbure par attraction des rayons d'onde au voisinage de la singularité, alors que les singularités de nature lacunaire, avec $Q_\theta > 0$, repoussent les rayons d'onde.

Ces comportements du champ des perturbations d'expansion sont reportés dans la figure 7.4 en fonction de la distance r depuis le centre de la singularité lacunaire ou interstitielle,

dans les quatre cas possibles, à savoir pour $\tau_0 < \tau_{0cr}$ et $\tau_0 > \tau_{0cr}$, et pour $Q_\theta < 0$ et $Q_\theta > 0$.

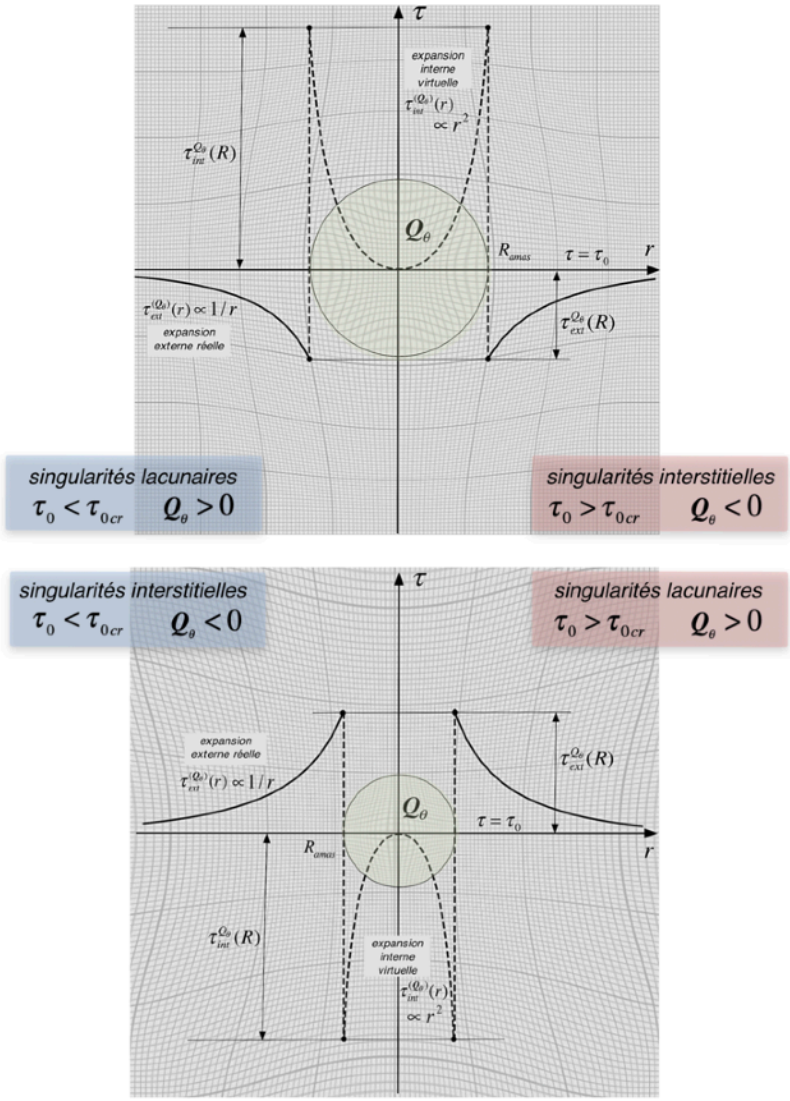


Figure 7.4 *- le champ d'expansion à l'intérieur et à l'extérieur d'une singularité de charge de courbure Q_θ donnée*

Perturbations de l'expansion par une singularité de charge de rotation donnée

Imaginons maintenant l'existence au sein du réseau parfait d'une singularité localisée de volume V_{amas} et de charge globale de rotation Q_λ, composées d'un amas de charges élémentaires de rotation $q_{\lambda BV(i)}$ ou contenant une densité $\lambda(\vec{r})$ de charges de rotation.

Une telle singularité possèdera donc un champ externe de perturbations d'expansion $\tau_{ext}^{(E_{dist(rot\,int)})}(r)$ lié à l'énergie élastique $E_{dist(rot\,int)}^{amas}$ de la singularité dû au champ de rotation interne à la singularité, et qui se déduit directement par la deuxième relation de la figure 7.1. Ce champ de perturbation ne dépend donc pas du volume V_{amas} ni du rayon R_{amas} de la singularité de rotation.

Mais à ce champ externe de perturbation de l'expansion dû à l'énergie interne de rotation de

la singularité doit encore s'ajouter un champ externe de perturbation de l'expansion qui est généré par le champ de rotation externe de la singularité, et qui apparaît suite à l'énergie de distorsion $E^{amas}_{dist(rot\,ext)}$ associée au champ de rotation externe $\vec{\omega}^{\acute{e}l}_{ext}$. Le champ de rotation externe de la singularité est donnée à la figure 5.4, et il ne dépend pas non plus du volume V_{amas} ni du rayon R_{amas} de la singularité de rotation. Cette perturbation externe $\tau^{(E_{dist(rot\,ext)})}_{ext}(r)$ du champ d'expansion volumique se déduit à l'aide de la version statique de la deuxième équation partielle de Newton de la figure 5.1, dans laquelle la densité d'énergie est due à l'énergie élastique externe du champ de rotation de la singularité, et dans laquelle τ^{ext} et τ^{ch} sont nulles. La solution de l'équation du deuxième degré ainsi obtenue présente plusieurs solutions suivant le domaine d'expansion volumique τ_0 considéré, comme le montre la figure 7.5

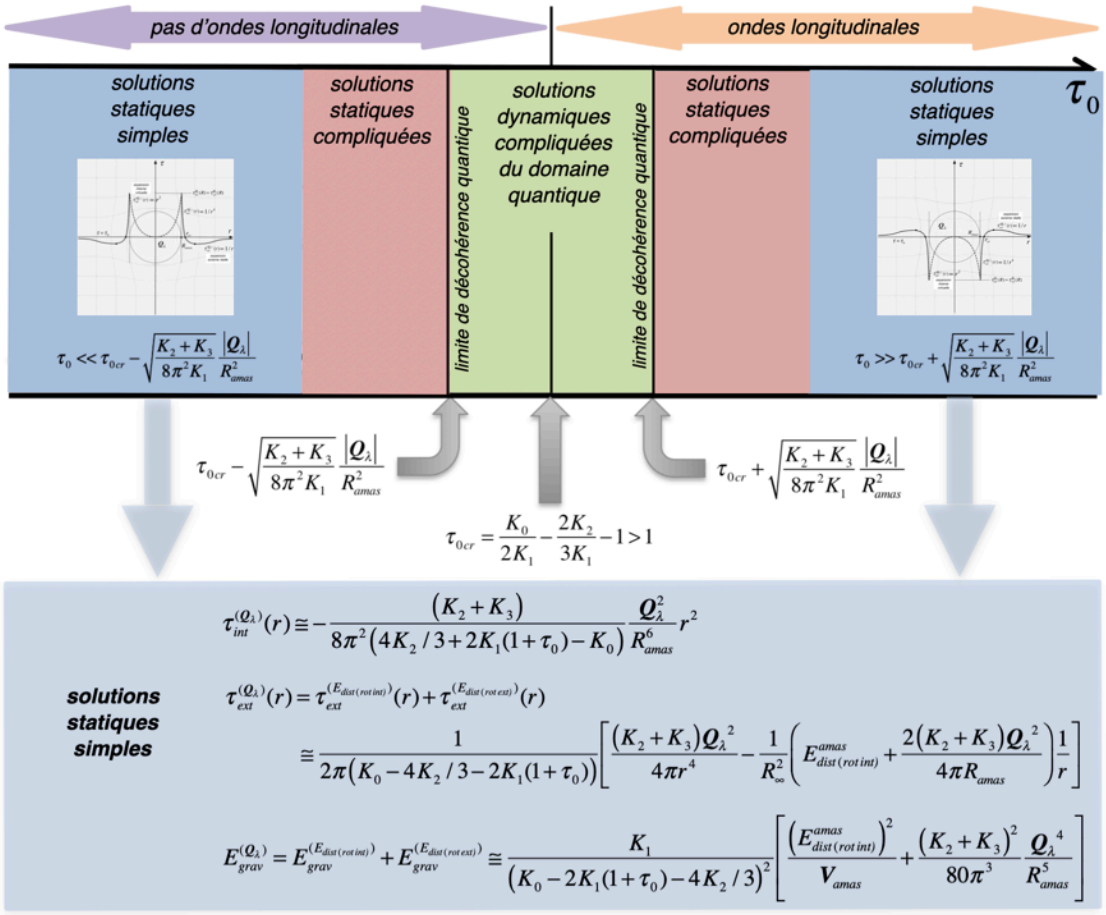


Figure 7.5 *- les domaines de solutions des perturbations d'expansion d'une singularité de charge de rotation Q_λ donnée en fonction de l'expansion de fond τ_0*

Dans un domaine d'expansion volumique τ_0 centré sur $\tau_0 = \tau_{0cr}$, il ne peut exister qu'une *solution dynamique de l'équation de Newton pour la perturbation d'expansion externe associée à la singularité de rotation*, qui permet de passer de la solution statique du *domaine* $\tau_0 < \tau_{0cr}$ à la solution statique dans le *domaine* $\tau_0 > \tau_{0cr}$ et vice-versa. La limite de passage de la solution dynmaique à la solution statique correpond à nouveau à *la limite de décohérence quantique.*

Au voisinage de ce domaine de solutions dynamiques, il apparaît deux domaines de solutions statiques assez compliquées dont on ne parlera pas ici. Finalement, c'est pour les valeurs

extrêmes du champ de fond τ_0 qu'il apparaît des solutions statiques assez simples pour le champ externe des perturbations dû à la singularité de rotation. Moyennant à nouveau l'hypothèse que la valeur moyenne de l'expansion prise à l'extérieur et à l'intérieur de la singularité soit égale à τ_0, on obtient l'expression finale du champ de perturbations externe $\tau_{ext}^{(Q_\lambda)}(r)$ reportée dans la figure 7.5.

On constate donc que le champ externe total des perturbations d'expansion d'une singularité de rotation présente une composante de longue portée en $1/r$ associée à l'énergie élastique interne et externe de rotation de la singularité et une composante de courte portée en $1/r^4$ associée directement à l'énergie du champ de rotation externe de la singularité. On a reporté très schématiquement la superposition de ces deux champs dans la figure 7.6, respectivement dans les cas où $\tau_0 < \tau_{0cr}$ et $\tau_0 > \tau_{0cr}$.

Dans tous les deux cas (singularité sphérique de rotation ou boucle de désinclinaison vis),

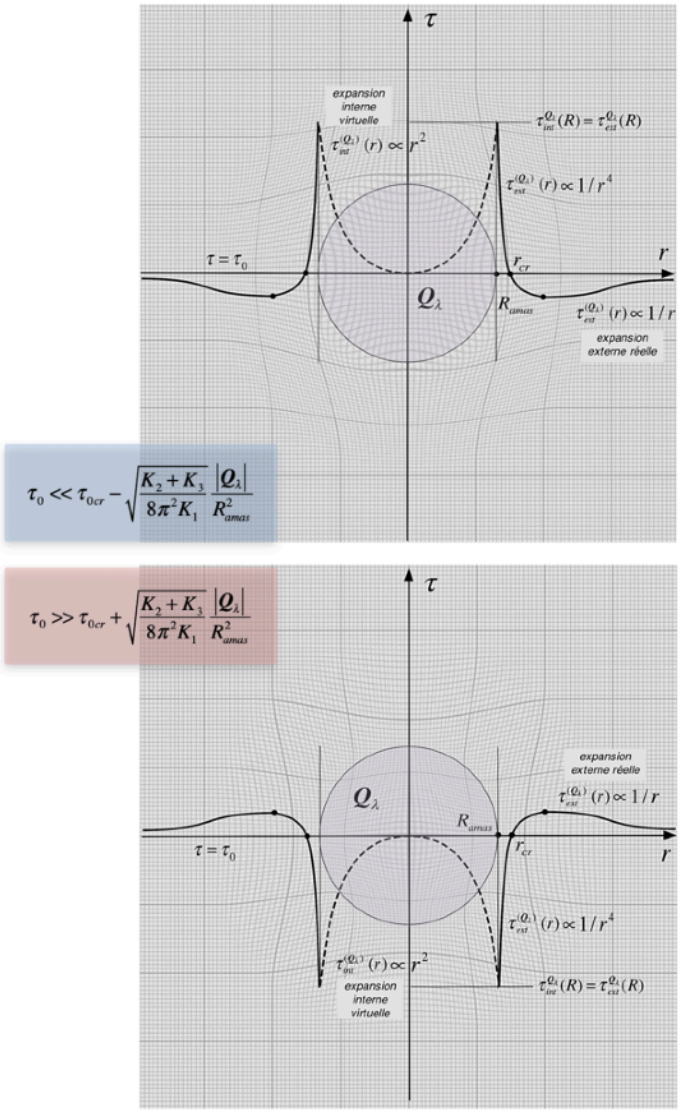


Figure 7.6 *- le champ d'expansion à l'intérieur et à l'extérieur d'une singularité de charge de rotation* Q_λ *donnée*

on peut montrer qu'il existe une distance critique r_{cr} supérieure au rayon de la singularité $(r_{cr} > R_{amas})$ pour laquelle le champ d'expansion externe s'inverse. On constate aussi que les perturbations du champ d'expansion à l'interface de la singularité sont positives dans le domaine d'expansion $\tau_0 < \tau_{0cr}$ et négatives dans le domaine d'expansion $\tau_0 > \tau_{0cr}$.

D'autre part, comme les énergies de distorsion (par exemple $E_{dist}^{(Q_\lambda)}$ dans le cas d'une charge sphérique de rotation ou $E_{dist\,tore}^{BV}$ dans le cas d'une boucle de désinclinaison vis) sont toujours positives, il n'existe pas de dissymétrie au niveau des champs d'expansion entre charges et anti-charges de rotation. Par contre, il apparaît bien une inversion de ces champs lorsqu'on passe du domaine $\tau_0 < \tau_{0cr}$ au domaine $\tau_0 > \tau_{0cr}$.

Dans la figure 7.5, on a aussi reporté le champ des perturbations internes d'expansion, dans le cas d'une charge sphérique de rotation pour laquelle ce champ peut se calculer de manière exacte. On y a aussi reporté l'énergie totale du champ de perturbation gravitationnel, calculé lui aussi dans le cas d'une charge sphérique de rotation.

A propos des champs gravitationnels des singularités macroscopiques

Concernant les champs de nature «gravitationnelle» des singularités macroscopiques que nous venons de décrire, il est très encourageant de constater qu'il existe un premier champ d'expansion associé directement à *l'énergie* $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$ *de l'amas de singularités topologiques*, de manière similaire au champ de gravitation de la Relativité Générale d'Einstein qui est aussi une émanation du *tenseur énergie-impulsion de la matière.*

Mais il apparaît encore dans notre approche deux autres champs «gravitationnels» d'expansion qui sont associés respectivement à *la charge de courbure globale* $\boldsymbol{Q}_\theta$ et à *la charge de rotation globale* $\boldsymbol{Q}_\lambda$ de l'amas de singularités topologiques. Ces champs n'ont en fait pas d'équivalent dans la Relativité Générale d'Einstein.

L'existence du deuxième champ «gravitationnel» d'expansion, dû à *la charge de courbure* $\boldsymbol{Q}_\theta$, est soumise à la condition que le module de cisaillement K_2 du réseau parfait ne soit pas nul. Il y a donc encore possibilité de discuter de l'existence ou non de ce champ suivant la valeur qui doit être attribuée au module K_2 dans notre analogie avec le monde réel, sachant que ce module doit de toute façon être très petit vis-à-vis du module K_3, comme on l'a déjà spécifié avec la conjecture 4.

Le troisième champ «gravitationnel» d'expansion est associé à *la charge de rotation* $\boldsymbol{Q}_\lambda$ *de l'amas de singularités topologiques* considéré. Dans le cadre de notre analogie, ce troisième champ d'expansion doit forcément exister si l'amas possède une charge $\boldsymbol{Q}_\lambda$ non nulle puisque le module K_3 doit exister pour satisfaire l'analogie avec les équations de Maxwell. Mais ce champ n'a pas d'analogue directe dans les théories de la Relativité Générale d'Einstein et de la Physique des Particules.

Notons encore que les trois champs «gravitationnels» précédents possèdent des énergies gravitationnelles non nulles. Comme celles-ci dépendent du coefficient $K_1 / K_0^2 <<< 1$, qui doit être très petit dans le réseau cosmologique parfait, l'énergie gravitationnelle des singularités est assurément négligeable vis-à-vis de l'énergie élastique de distorsion des singularités.

Le fait qu'il apparaisse deux champs «gravitationnels» d'expansion volumique qui n'ont apparemment pas d'analogues dans les théories de la Relativité Générale d'Einstein et de la Physique des Particules est très intéressant pour tester notre approche. On reviendra dans les cha-

pitres suivants sur les rôles que pourraient jouer les trois champs d'expansion volumique associés respectivement aux énergies $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$, à la charge de courbure $\boldsymbol{Q}_\theta$ et à la charge de rotation $\boldsymbol{Q}_\lambda$ d'une singularité localisée ou d'un amas localisé de singularités topologiques.

Si le champ d'expansion de fond τ_0 du réseau augmente ou diminue de telle sorte à passer par la valeur critique τ_{0cr}, il apparaît un domaine où il ne peut plus exister de solution statique à l'équation de Newton, ce qui signifie qu'il doit forcément apparaître *une solution dynamique qui permet de transformer une singularité statique du domaine* $\tau_0 < \tau_{0cr}$ *en singularité statique du domaine* $\tau_0 > \tau_{0cr}$*, et vice-versa*. La non-existence d'une solution statique à l'équation de Newton lorsque la densité d'énergie et/ou la charge de rotation de la singularité deviennent trop importantes est mathématiquement un fait assez similaire à ce que nous avons déjà rencontré au chapitre 2 dans le cas des *sources de Frank-Read*, où il n'existait plus de solutions statiques à la déformée d'une corde de dislocation ancrée lorsque la contrainte dépassait une certaine valeur limite critique, et nous verrons dans la suite que l'apparition de solutions dynamiques pures pour le champ de perturbation de l'expansion à en fait un lien très étroit avec la physique quantique.

La lacune macroscopique localisée dans le réseau, véritable trou noir gravitationnel

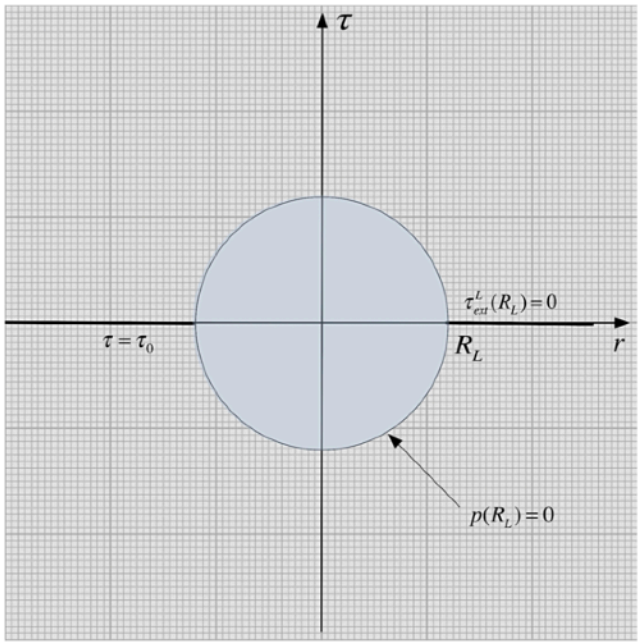
Imaginons qu'un amas de singularités de type lacunaire, c'est-à-dire de singularités portant des charges de courbure positives, comme des boucles de dislocation prismatiques de type lacunaire par exemple, s'effondre sur lui-même (sous l'effet par exemple de «forces attractives gravitationnelles», que nous décrirons plus tard). Si l'amas initial est neutre vis-à-vis des charges de rotation, les singularités individuelles de l'amas se combinent, en perdant leur propre identité (de boucles de dislocation ou de désinclinaison) pour ne former qu'un seul trou macroscopique au sein du réseau, comme une sorte de *lacune macroscopique* formée de N_L lacunes individuelles, comme le montrent les figures 7.7a à 7.7c. Ceci signifie qu'il apparaît localement un manque de N_L sites de réseau. Le rayon de cette lacune macroscopique, supposée sphérique, vaut alors $R_{L0} = \sqrt[3]{3N_L/(4\pi n_0)}$, dans le cas imaginaire où le réseau présentait une expansion homogène valant $\tau = 0$

Au sein du réseau réel, la présence de cette lacune macroscopique va générer un champ d'expansion volumique sphérique $\tau_{ext}^{(L)}(r)$ qu'il faut définir. A la surface de la singularité, le champ d'expansion est égal à la somme du champ $\tau_{ext}^{(L)}(R_L)$ généré par la singularité, du champ d'expansion de fond τ_0 du réseau et d'un champ extérieur d'expansion $\tau^{externe}(R_L)$ dû aux autres singularités situées dans le voisinage de la lacune macroscopique. D'autre part, à la surface de la singularité, le champ total doit s'arranger pour que la pression à l'interface du trou soit nulle. Pour obtenir *le champ d'expansion* $\tau_{ext}^{(L)}(r)$ de la lacune macroscopique ainsi que son *rayon réel* R_L, la condition de pression nulle à l'interface peut être injectée dans l'équation d'état de la pression de la figure 3.1. On obtient une équation du deuxième degré, qui, sous l'hypothèse $K_0 >> K_1$ de la conjecture 6, ne possède qu'un seule solution valable qui est reportée dans la figure 7.7a. On peut alors montrer que le champ d'expansion moyen en présence de cette singularité macroscopique est bien égal à l'expansion de fond τ_0 du réseau.

D'autre part, on constate que le rayon réel R_L de la lacune macroscopique est une grandeur qui ne dépend que du nombre N_L de sites de réseau manquant.

Dans les figures 7.7a à 7.7c, on a reporté graphiquement le champ d'expansion associé une

lacune macroscopique d'environ 10'000 sites substitutionnels, pour trois différentes valeurs de l'expansion de fond τ_0 du réseau, et en essayant de respecter au milieu l'échelle du dessin.



$$\begin{cases} \tau_{ext}^{(L)}(r) \cong -\left(1+\tau_0+\tau^{externe}(R_L)\right)\dfrac{R_L}{r} \\ R_L = \sqrt[3]{\dfrac{3N_L}{4\pi n_0 \mathrm{e}}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_{grav}^{(L)} &\cong 2\pi\left(K_0-2K_1\tau_0\right)\left(1+\tau_0+\tau^{externe}(R_L)\right)R_\infty^2 R_L \\ &\cong \sqrt[3]{\frac{6\pi^2 N_L}{n_0 \mathrm{e}}}\left(K_0-2K_1\tau_0\right)\left(1+\tau_0+\tau^{externe}(R_L)\right) \end{aligned}$$

Figure 7.7a *- le champ d'expansion $\tau_{ext}^{(L)}(r)$ d'une lacune macroscopique d'environ 10'000 sites de réseau pour $\tau_0 = -\left(1+\tau^{ext}(R_L)\right)$, et les expressions de son rayon et de son énergie gravitationnelle*

L'énergie d'une lacune macroscopique associée à son champ des perturbations d'expansion $\tau_{ext}^{(L)}(r)$ se calcule assez facilement, et on obtient la relation reportée dans la figure 7.7a. On constate que l'énergie de formation de la lacune macroscopique ne dépend que de l'expansion de fond τ_0 du réseau et qu'elle s'annule $(\boldsymbol{E}_{grav}^{(L)} \to 0)$ pour les valeurs $\tau_0 \to -\left(1+\tau^{externe}(R_L)\right)$ et $\tau_0 \to K_0/(2K_1)$ de celle-ci. Entre ces deux valeurs, à savoir dans l'intervalle $-\left(1+\tau^{externe}(R_L)\right) < \tau_0 < K_0/2K_1$, l'énergie de formation de la lacune macroscopique est positive, alors qu'elle devient négative en-dehors de cet intervalle. D'autre part, à l'intérieur de l'intervalle $-\left(1+\tau^{externe}(R_L)\right) < \tau_0 < K_0/2K_1$, l'énergie de formation de deux lacunes macroscopiques de N_L sites est plus élevée que l'énergie de formation d'une seule lacune macrosco-

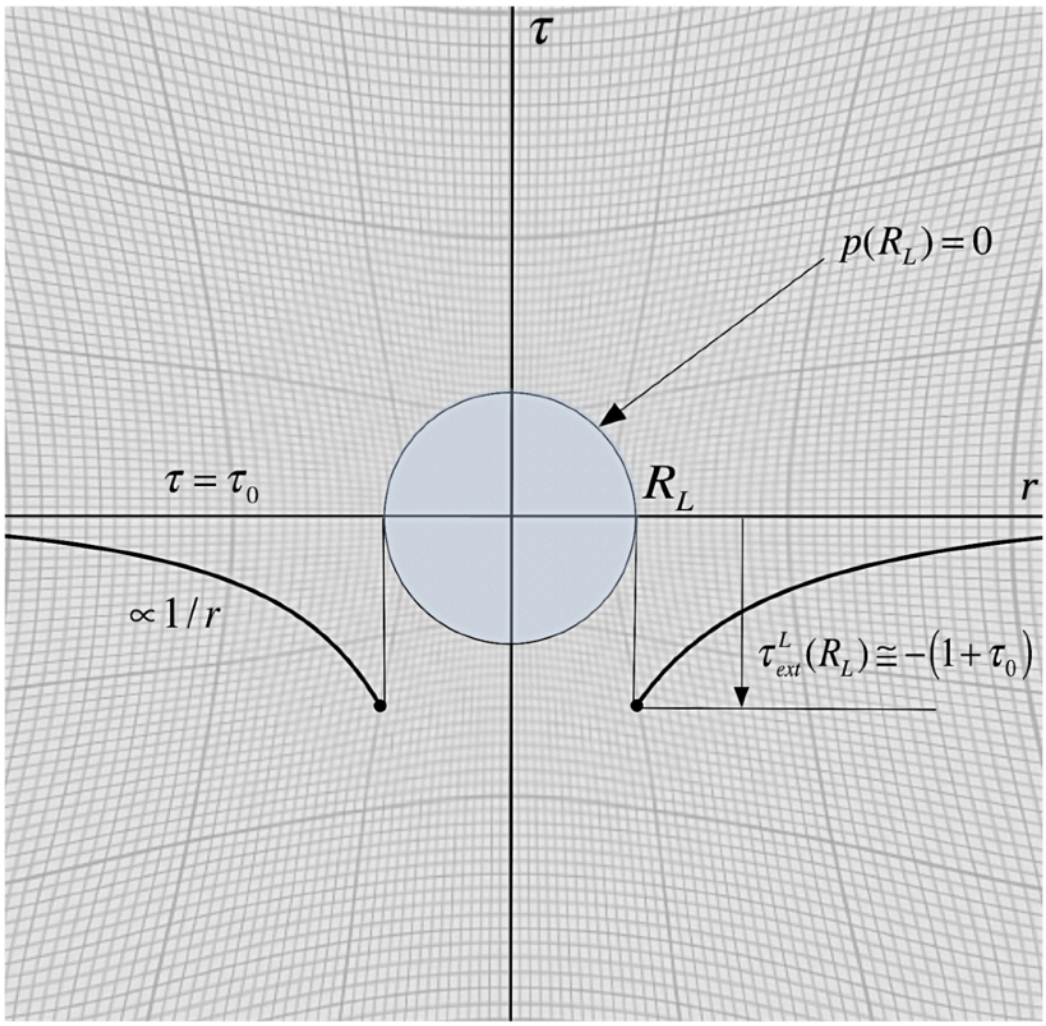


Figure 7.7c *- le champ d'expansion $\tau_{ext}^{(L)}(r)$ d'une lacune macroscopique d'environ 10'000 sites de réseau pour $\tau_0 > -\left(1+\tau^{externe}(R_L)\right)$, représenté à la même échelle que dans la figure 7.7a*

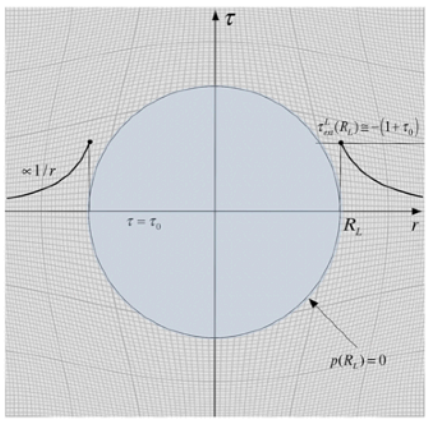


Figure 7.7b *- le champ d'expansion $\tau_{ext}^{(L)}(r)$ d'une lacune macroscopique d'environ 10'000 sites de réseau pour $\tau_0 < -\left(1+\tau^{externe}(R_L)\right)$, représenté à la même échelle que dans la figure 7.7a*

pique de $2N_L$ sites puisque $\boldsymbol{E}^{(L)}_{grav}\Big|_{2N_L} \cong 2\boldsymbol{E}^{(L)}_{grav}\Big|_{N_L} / \sqrt[3]{4} < 2\boldsymbol{E}^{(L)}_{grav}\Big|_{N_L}$, de sorte que deux lacunes macroscopiques auront un avantage énergétique à fusionner lorsque le champ d'expansion de fond se trouve dans cet intervalle.

En présence d'une lacune macroscopique, la première condition reportée dans la figure 3.5 pour l'apparition d'un trou noir implique que le rayon critique pour faire d'une lacune macroscopique un trou noir est égal à $r_{cr} = \left(1+\tau_0+\tau^{externe}(R_L)\right)R_L/2$. *Si on ajoute la condition qu'il faut évidemment que* $r_{cr} > R_L$, il vient la condition $\tau_0 > 1-\tau^{externe}(R_L)$ sur l'expansion de fond τ_0 du réseau pour former un trou noir.

On en conclue qu'une lacune macroscopique, quelle que soit sa dimension et son énergie, *devient nécessairement un trou noir dès que l'expansion volumique de fond* τ_0 *dépasse la valeur de* $1-\tau^{externe}(R_L)$. Cette conclusion est extrêmement intéressante dans la mesure où on a là la singularité topologique macroscopique stable qu'on peut considérer comme *le véritable trou noir, analogue du trou noir de la gravitation générale* lorsque $\tau_0 > 1-\tau^{externe}(R_L)$, représenté à la figure 7.7c. Et cette singularité topologique lacunaire se comporte comme un *trou blanc* qui repousse les rayons d'onde lorsque la condition $\tau_0 < -\left(1+\tau^{externe}(R_L)\right)$ est satisfaite, comme dans la figure 7.7b.

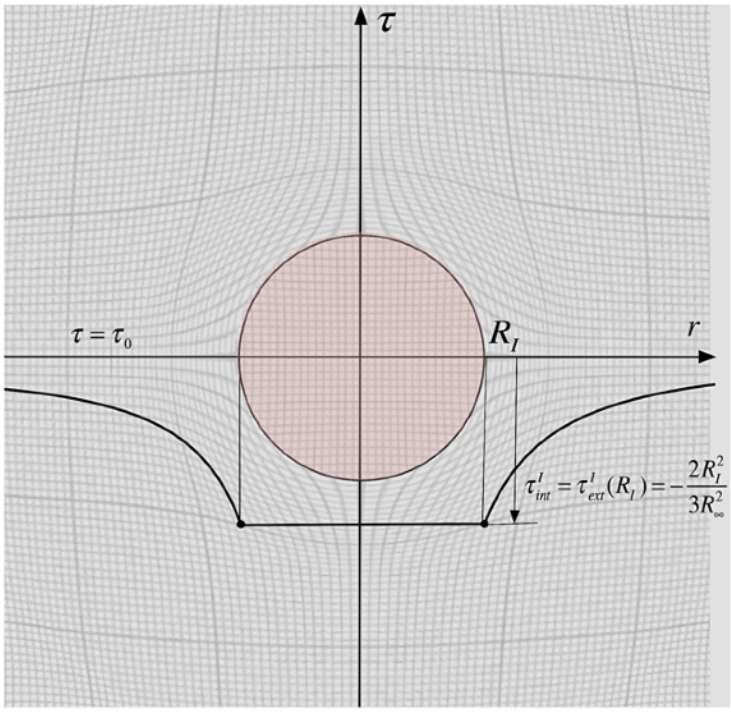
L'interstitiel macroscopique localisé dans le réseau, véritable anti-singularité de la lacune macroscopique

Imaginons maintenant qu'un amas de singularités de type interstitiel, c'est-à-dire de singularités portant des charges de courbure négatives, comme des boucles de dislocation prismatiques de type interstitiel par exemple, s'effondre sur lui-même sous l'effet des forces attractives «gravitationnelles» décrites au chapitre précédent. Si l'amas initial est neutre vis-à-vis des charges de rotation, les singularités individuelles de l'amas se combinent, en perdant leur propre identité (de boucles de dislocation ou de désinclinaison) pour ne former qu'un seul morceau de réseau local macroscopique encastré au sein du réseau, et formé de N_I sites, comme représenté à la figure 7.8.

Ceci signifie qu'il apparaît localement un excès de N_I sites de réseau formant un *interstitiel macroscopique*. Le rayon de cet encastrement macroscopique, supposé sphérique, vaut alors $R_{I0} = \sqrt[3]{3N_I/(4\pi n_0)}$ dans le cas imaginaire où $\tau = 0$.

On peut évidemment considérer que cet interstitiel macroscopique de N_I sites de réseau correspond en fait à *l'anti-singularité de la lacune macroscopique* de $N_L = N_I$ sites, en ce sens que la combinaison de ces deux singularités restaure complètement le réseau originel, puisque les N_L sites manquants du réseau sont comblés par les N_I interstitiels.

En présence d'un tel encastrement d'un morceau de réseau au sein du réseau, il n'y a évidemment pas cohérence des deux réseaux, et la condition d'équilibre revient à ce que les pressions à l'interface soit égales de part et d'autre de l'interface, donc que $p_{ext}(R_I) = p_{int}$, ce qui revient en fait à ce que $\tau^{(I)}_{int} = \tau^{(I)}_{ext}(R_I)$. Comme le champ extérieur $\tau^{(I)}_{ext}(r)$ satisfait l'équation de la divergence $\Delta\tau^{(I)}_{ext}(r) \cong 0$ tirée de la première équation partielle de Newton dans la figure 5.1, on en déduit la solution pour le champ externe, en s'assurant que le nombre de mailles de réseau avant introduction de la singularité interstitielle soit égal au nombre de mailles de réseau après introduction de la singularité. Sous cette condition, on trouve les champs de perturbations d'expansion à l'extérieur et l'intérieur de l'interstitiel macroscopique représentés à la figure 7.8.



$$\begin{cases} \tau_{int}^{(I)} = \tau_{ext}^{(I)}(R_I) = -\dfrac{2R_I^2}{3R_\infty^2} << 1 \\ \tau_{ext}^{(I)}(r) = -\dfrac{2R_I^3}{3R_\infty^2}\dfrac{1}{r} = -\dfrac{a^3}{2\pi R_\infty^2} N_I \dfrac{1}{r} << 1 \\ R_I \cong \sqrt[3]{\dfrac{3N_I}{4\pi n_0}}\, e^{\frac{\tau_0 + \tau^{externe}(R_I)}{3}} \end{cases}$$

$$E_{grav}^{(I)} \cong \frac{4\pi R_I^3}{3}(K_0 - 2K_1\tau_0) \cong (K_0 - 2K_1\tau_0)\frac{N_I}{n_0} e^{\tau_0 + \tau^{externe}(R_I)}$$

Figure 7.8 *- les champs d'expansion interne et externe d'un interstitiel macroscopique et les expressions de son rayon et de son énergie gravitationnelle*

En supposant qu'il existe au voisinage de l'interstitiel macroscopique un champ d'expansion $\tau^{externe}(R_I)$ dû aux autres singularités situées dans son voisinage, le rayon réel de l'interstitiel macroscopique dépendra de l'expansion de fond τ_0, de son champ d'expansion propre interne $\tau_{int}^{(I)}$ et du champ externe $\tau^{externe}(R_I)$ par la relation reportée aussi dans la figure 7.8. On peut utiliser cette expression de R_I pour exprimer un peu différemment le champ des perturbations externes, sous une forme qui montre que le champ externe des perturbations d'expansion est simplement proportionnel au nombre de sites additionnels agglutinés dans le réseau.

L'énergie «gravitationnelle» du champ d'expansion associé à cet interstitiel macroscopique s'écrit alors, en tenant compte des champs extérieur et intérieur, sous la forme représentée à la figure 7.8.

Bien que *l'interstitiel macroscopique soit l'anti-singularité de la lacune macroscopique*, son énergie de formation est toujours positive tant que $\tau_0 < K_0 / 2K_1$, et infiniment plus petite que

l'énergie de formation de la lacune macroscopique, ce qui fait apparaître une *dissymétrie colossale* entre les deux singularités macroscopiques complémentaires.

En présence d'un interstitiel macroscopique de réseau, la première condition de la figure 3.5 pour qu'un interstitiel macroscopique forme un trou noir implique que le rayon critique de formation serait donné par $r_{cr} = R_I^3 / (3R_\infty^2)$, et la deuxième condition, à savoir que $r_{cr} > R_I$, implique que $R_I > \sqrt{3}R_\infty$. On en déduit évidemment qu'un interstitiel macroscopique de réseau, quelle que soit sa dimension et son énergie, ne peut *jamais* se comporter comme un *trou noir*. Cette conclusion est extrêmement intéressante dans la mesure où on a là un objet topologique présentant une dissymétrie considérable d'avec son anti-singularité, la lacune macroscopique, qui elle devient forcément un trou noir dès lors que $\tau_0 > 1 - \tau^{externe}(R_L)$.

De l'analogie possible entre les singularités lacunaires et les trous noirs et entre les singularités interstitielles et les étoiles à neutrons

L'interstitiel macroscopique est l'anti-singularité parfaite de la lacune macroscopique si $N_I = N_L$ puisque la combinaison des deux singularités restaure complètement du réseau parfait. Mais il existe une *différence colossale* entre ces deux singularités, puisque leurs énergies respectives de formation sont extrêmement différentes, et que la lacune macroscopique devient un trou noir au sein du réseau cosmologique dès que $\tau_0 > 1$ alors que l'interstitiel macroscopique ne peut jamais devenir trou noir.

Si on considère que ces deux objets topologiques peuvent se former par effondrement gravitationnel d'amas de singularités, de nature lacunaire pour la lacune macro (par exemple des boucles de dislocation prismatiques lacunaires) et de type interstitiel pour l'interstitiel macro (par exemple des boucles de dislocation prismatiques interstitielles), on retrouve par analogie la formation des trous noirs et des étoiles à neutrons par effondrement gravitationnel en théorie de la gravitation. Mais si une masse initiale suffisante de l'amas est une condition pour arriver à un effondrement gravitationnel, ce ne serait pas la masse initiale de l'amas qui conditionne l'évolution vers un trou noir ou vers une étoile à neutrons, *mais la nature même de l'amas initial.*

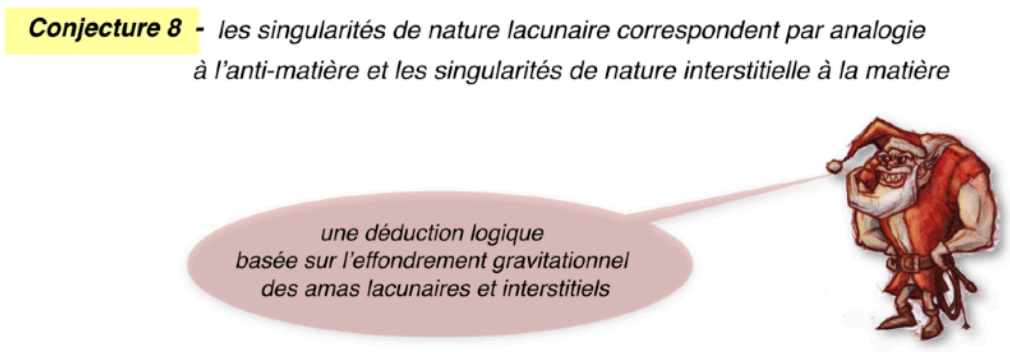


Figure 7.9 - *La huitième conjecture sur la nature de la matière et de l'anti-matière*

Si on admet alors la conjecture 8 reportée à la figure 7.9, à savoir que les singularités de nature lacunaire correspondent par analogie à l'anti-matière et les singularités de nature interstitielle à la matière, les trous noirs seraient alors des résidus d'effondrements d'amas d'anti-ma-

tière de nature lacunaire et les étoiles à neutrons des résidus d'effondrements d'amas de matière de nature interstitielle.

Dans cette analogie, les trous noirs, de par leur constitution de *«trous lacunaires»*, ne peuvent conserver aucune mémoire de l'amas initial de singularités lacunaires dont ils sont issus, si ce n'est *la quantité de lacunes*, c'est-à-dire le nombre de sites de réseau manquants dans les singularités lacunaires initiales. Par contre, les étoiles à neutrons, de par leur constitution d'*«encastrements interstitiels»* de morceaux de réseau non-cohérents avec le réseau environnant, pourraient conserver, hormis *la quantité d'interstitiels*, c'est-à-dire le nombre de sites de réseau en excès dans les singularités interstitielles initiales, au moins aussi *la mémoire du moment cinétique de rotation de l'amas initial de singularités interstitielles* dont elles sont issues, sous la forme d'une *rotation très rapide de l'encastrement*, ce qui correspondrait bien avec les vitesses de rotation énormes observées dans le cas des étoiles à neutrons, appelées aussi *pulsars* à cause des impulsions électromagnétiques qu'ils émettent à fréquence fixe suite à leur rotation très rapide.

Perturbations de l'expansion associée à la boucle de désinclinaison vis (BV)

La boucle de désinclinaison vis a déjà été décrite en détail dans la figure 5.5. Concernant ses propriétés «gravitationnelles», à savoir ses champs externes à longue et courte portée de perturbation de l'expansion, on peut directement les déduire en utilisant les relations de la figure 7.5, et les reporter dans la figure 7.10, en utilisant d'ailleurs la masse d'inertie M_0^{BV} de la boucle en lieu et place de son énergie de distorsion E_{dist}^{BV} grâce à l'expression $E_{dist}^{BV} = M_0^{BV} c_t^2$ de la relation d'Einstein. Comme ces champs sont des perturbations de l'expansion volumique, ils correspondent dans notre analogie au monde réel à des *champs gravitationnels,* agissant respectivement à longue distance *(LD)* et à courte distance *(CD).* Sous cette forme, le champ des perturbations d'expansion à longue distance *(LD)* dépend exclusivement de la masse d'inertie de la boucle, et ne dépend pas de la taille de la boucle, ce qui conforte encore notre analogie entre ce champ de perturbations de l'expansion et un champ de nature gravitationnelle.

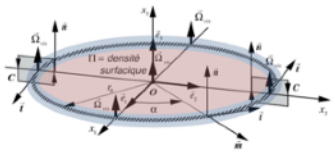
Les champs de perturbations de l'expansion que nous venons de décrire possèdent évidemment une énergie, qu'il serait souhaitable de comparer avec l'énergie élastique E_{dist}^{BV} de la boucle vis. L'énergie totale du champ des perturbations d'expansion dû à l'énergie élastique de la boucle est déduite grâce à la relation de la figure 7.5 et est reportée dans la figure 7.10. On peut comparer cette énergie avec l'énergie élastique, en en faisant le rapport, et on obtient approximativement $\boldsymbol{E}_{grav}^{(q_{\lambda BV})} / \boldsymbol{E}_{dist}^{BV} \propto (K_1 / K_0)(\vec{\boldsymbol{B}}_{BV} / R_{BV})^2 << 1$, car $K_1 << K_0$. On en déduit par conséquent que l'énergie "gravitationnelle" $E_{grav}^{(q_{\lambda BV})}$ de la boucle de désinclinaison vis due à son énergie élastique E_{dist}^{BV} est parfaitement négligeable vis-à-vis de l'énergie élastique dans le réseau cosmologique parfait.

Dans la figure 7.10, on a reporté l'ensemble des propriétés importantes que nous avons déduites jusqu'à maintenant pour une boucle de désinclinaison vis dans un *réseau cosmologique parfait*, à savoir sa charge, sa masse d'inertie, ses champs de rotation et de perturbations de l'expansion à longue distance, ses énergies élastique et cinétique, et finalement son comportement relativiste. On y constate entre autre que la masse d'inertie M_0^{BV} de la boucle ne contrôle pas seulement les propriétés dynamiques de la boucle, comme son énergie cinétique E_{cin}^{BV} ,

mais que c'est elle aussi qui génère les champs gravitationnels $\tau^{BV}_{ext\,LD}(r)$ et $\tau^{BV}_{ext\,CD}(r)$ des perturbations externes d'expansion.

La boucle de désinclinaison vis (boucle vis - BV)

$$\begin{cases} \boldsymbol{q}_{\lambda BV} = -\pi R_{BV}^2 \Omega_{BV} = 2\pi R_{BV} \Lambda_{BV} = -\pi R_{BV} \vec{\boldsymbol{B}}_{BV} \vec{\boldsymbol{t}} \quad \textit{(charge de rotation)} \\ M_0^{BV} = \dfrac{2}{c_t^2}\left(K_2 + K_3\right)\zeta_{BV} R_{BV} \Lambda_{BV}^2 = \dfrac{1}{2c_t^2}\left(K_2 + K_3\right)\zeta_{BV} R_{BV}^3 \Omega_{BV}^2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \vec{\omega}^{BV}_{ext}(\vec{r}) = \dfrac{\boldsymbol{q}_{\lambda BV}}{4\pi} \dfrac{\vec{r}}{r^3} \quad \textit{(champ divergent de rotation)} \\ \tau^{BV}_{ext\,LD}(\vec{r}) \cong -\dfrac{c_t^2}{2\pi\left(K_0 - 2K_1(1+\tau_0) - 4K_2/3\right)R_\infty^2} \dfrac{M_0^{BV}}{r} \\ \tau^{BV}_{ext\,CD}(r) \cong \dfrac{c_t^2}{2\pi\left(K_0 - 2K_1(1+\tau_0) - 4K_2/3\right)} \dfrac{R_{BV} M_0^{BV}}{2\pi\zeta_{BV}} \dfrac{1}{r^4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E^{BV}_{\boldsymbol{v}} = \underbrace{\dfrac{1}{\gamma_t}\left(1 - \dfrac{\boldsymbol{v}^2}{2c_t^2}\right)E^{BV}_{dist}}_{E^{dist}_{\boldsymbol{v}}} + \underbrace{\dfrac{1}{\gamma_t}\dfrac{1}{2} M_0^{BV} \boldsymbol{v}^2}_{E^{cin}_{\boldsymbol{v}}} = \dfrac{E^{BV}_{dist}}{\gamma_t} = \dfrac{M_0^{BV} c_t^2}{\gamma_t} \\ E^{BV}_{dist} \cong M_0^{BV} c_t^2 \qquad si \quad \boldsymbol{v} = 0 \\ E^{BV}_{cin} \cong \dfrac{1}{2} M_0^{BV} \boldsymbol{v}^2 \quad si \quad \boldsymbol{v} \ll c_t \end{cases}$$

Figure 7.10 *- Les propriétés essentielles d'une boucle de désinclinaison vis (BV)*

Comme l'énergie "gravitationnelle" $E^{(\boldsymbol{q}_{\lambda BV})}_{grav}$ des champs de perturbations de l'expansion dus à la charge de rotation $\boldsymbol{q}_{\lambda BV}$ de la boucle de désinclinaison vis est parfaitement négligeable vis-à-vis de l'énergie élastique E^{BV}_{dist} de la boucle, cette énergie "gravitationnelle" ne figure pas dans le tableau des propriétés essentielles.

Quant au champ de perturbations de l'expansion au sein même du tore entourant la boucle, et de l'énergie qui est associée à ce champ interne, on y reviendra en détail plus tard, quant on traitera du problème du spin et du moment magnétique de la boucle de désinclinaison vis.

Perturbations de l'expansion associée à la boucle de dislocation coin prismatique (BC)

La boucle de dislocation coin prismatique que nous avons décrite dans la figure 5.6 possède une charge de courbure $\boldsymbol{q}_{\theta BC}$, ce qui fait d'elle la brique élémentaire de la *charge de courbure du réseau* dans notre analogie avec le monde réel. Cette charge est responsable d'un champ de flexion externe divergent, analogue à un champ de courbure géométrique.

Connaissant l'énergie élastique de la boucle de dislocation coin prismatique, on peut utiliser la relation de la figure 7.1 pour calculer le champ extérieur $\tau^{(E)}_{ext}(r)$ de perturbations d'expansion associé à l'énergie élastique E^{BC}_{dist} de la boucle de dislocation coin, en négligeant ici son

énergie potentielle V_{pot}^{BC} . On peut aussi utiliser la relation de la figure 7.3 pour calculer le champ extérieur $\tau_{ext}^{(q_{\theta BC})}(r)$ de perturbations d'expansion associé à la charge de courbure $q_{\theta\, BC}$ de la boucle. Mais en utilisant la conjecture 5, à savoir $K_2 << K_3$, on peut montrer que le premier terme $\tau_{ext}^{(E)}(r)$ est fort probablement largement inférieur au second terme $\tau_{ext}^{(q_{\theta BC})}(r)$. Ainsi, dans le cas de cette boucle, c'est le champ de perturbations d'expansion dû à la charge de courbure qui l'emporte largement sur le champ de perturbations d'expansion dû à l'énergie élastique de distorsion de la boucle, au contraire de la boucle de désinclinaison vis pour laquelle l'énergie du champ de perturbation dû à l'énergie de distorsion de la boucle l'emporte largement sur l'énergie du champ de perturbation dû au champ extérieur de rotation.

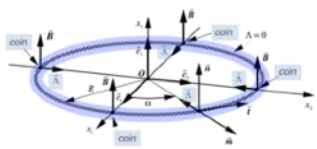
La boucle de dislocation coin prismatique (boucle coin - BC)

$$q_{\theta BC} = -2\pi\vec{n}\left(\vec{t}\wedge\vec{\Lambda}_{BC}\right) = 2\pi\vec{\Lambda}_{BC}\vec{m} = -2\pi\vec{n}\vec{B}_{BC} \quad \begin{cases} >0 \ \text{si boucle lacunaire} & (\vec{n}\vec{B}_{BC}<0) \\ <0 \ \text{si boucle interstitielle} & (\vec{n}\vec{B}_{BC}>0) \end{cases}$$

$$M_0^{BC} = \frac{E_{dist.}^{BC}}{c_t^2} \cong \left(\frac{K_2}{K_3}\right)^2 \frac{K_3}{c_t^2}\zeta_{BC}R_{BC}\vec{\Lambda}_{BC}^2 = \left(\frac{K_2}{K_3}\right)^2 \frac{K_3}{c_t^2}\zeta_{BC}R_{BC}\vec{B}_{BC}^2$$

$$M_{courbure}^{BC} = -\frac{2\pi K_2}{5c_t^2}R_{BC}^2\vec{n}\vec{B}_{BC} = \frac{K_2}{5c_t^2}R_{BC}^2 q_{\theta BC} \quad \begin{cases} >0 \ \text{si boucle lacunaire} & (q_{\theta BC}>0) \\ <0 \ \text{si boucle interstitielle} & (q_{\theta BC}<0) \end{cases}$$

$$\left|M_{courbure}^{BC}\right| >> M_0^{BC}$$



$$\vec{\chi}_{ext}^{BC}(\vec{r}) = \frac{q_{\theta BC}}{4\pi}\frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$\tau_{ext}^{BC}(r) \equiv -\frac{c_t^2}{2\pi\left(K_0 - 4K_2/3 - 2K_1(1+\tau_0)\right)R_\infty^2}\frac{M_{courbure}^{BC}+M_0^{BC}}{r}$$

$$E_{\mathbf{v}}^{BC} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\mathbf{v}^2}{2c_t^2}\right)E_{dist}^{BC}}_{E_{\mathbf{v}}^{dist}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{1}{2}M_0^{BC}\mathbf{v}^2}_{E_{\mathbf{v}}^{cin}} = \frac{E_{dist}^{BC}}{\gamma_t} = \frac{M_{0e}^{BC}c_t^2}{\gamma_t}$$

$$E_{dist}^{BC} \equiv M_0^{BC}c_t^2 \quad si \quad \mathbf{v}=0$$

$$E_{cin}^{BC} \equiv \frac{1}{2}M_0^{BC}\mathbf{v}^2 \quad si \quad \mathbf{v} << c_t$$

Figure 7.11 *- Les propriétés essentielles d'une boucle de dislocation coin prismatique (BC)*

Hormis *la masse d'inertie* M_0^{BC} de la boucle coin, on peut aussi introduire une *masse de courbure équivalente* $M_{courbure}^{BC}$ définie dans la figure 7.11, et qui peut être positive ou négative suivant que la boucle coin est de nature lacunaire ou interstitielle. Cette masse de courbure permet alors d'écrire le champ de gravitation $\tau_{ext\,LD}^{BC}(r)$ sous la forme représentée dans la figure 7.11. D'après l'hypothèse de la conjecture 5 ($K_2 << K_3$), la masse équivalente de courbure dans l'expression du champ de gravitation satisfait la relation $\left|M_{courbure}^{BC}\right| >> M_0^{BC}$. De plus, la masse équivalente de courbure peut être positive ou négative. Ces deux faits vont impliquer des résultats très étonnants comme on le verra par la suite.

Les champs de perturbations de l'expansion que nous venons de décrire possèdent évidemment une énergie, qu'il serait souhaitable de comparer avec l'énergie élastique E_{dist}^{BC} de la boucle coin. L'énergie $E_{grav}^{(E)}$ du champ de perturbations d'expansion dû à l'énergie élastique de

la boucle est déduite grâce aux relations de la figure 7.1. Cette énergie peut être comparée avec l'énergie élastique, et il vient alors $\boldsymbol{E}_{grav}^{(E)} / \boldsymbol{E}_{dist}^{BC} \propto (K_1 K_2^2 / K_0^3)(\vec{\boldsymbol{B}}_{BC} / R_{BC})^2 <<< 1$ car $K_1 K_2^2 <<< K_0^3$. On en déduit par conséquent que l'énergie "gravitationnelle" $E_{grav}^{(E)}$ de la boucle de dislocation coin due à son énergie élastique E_{dist}^{BC} est parfaitement négligeable vis-à-vis de son énergie élastique dans le réseau cosmologique parfait.

Voyons encore ce qu'il en est de l'énergie $E_{grav}^{(\boldsymbol{q}_{\theta BC})}$ associée au champ de perturbation d'expansion dû à la charge de courbure de la boucle coin. En utilisant la relation de la figure 7.3, on obtient l'énergie du champ de "gravitation" associé à la charge de courbure, qui peut être comparée avec l'énergie élastique E_{dist}^{BC}, et on obtient le rapport $\boldsymbol{E}_{grav}^{(\boldsymbol{q}_{\theta BC})} / \boldsymbol{E}_{dist}^{BC} \propto K_1 / K_0 << 1$ car $K_1 << K_0$. On en déduit à nouveau que l'énergie "gravitationnelle" $E_{grav}^{(\boldsymbol{q}_{\theta BC})}$ de la boucle de dislocation coin due à sa charge de courbure $\boldsymbol{q}_{\theta BC}$ est parfaitement négligeable vis-à-vis de son énergie élastique E_{dist}^{BC} dans le réseau cosmologique parfait.

Dans la figure 7.11, on a reporté l'ensemble des propriétés importantes que nous avons déduites jusqu'à maintenant pour une boucle de dislocation coin dans un *réseau cosmologique parfait*, à savoir sa charge de courbure, sa masse d'inertie, sa masse gravitationnelle équivalente, ses champs de flexion et de perturbations de l'expansion à longue distance, ses énergies élastique et cinétique, et finalement son comportement relativiste. On y constate entre autre que c'est son énergie élastique E_{dist}^{BC} et sa masse d'inertie M_0^{BC} qui en est déduite qui contrôle ses propriétés dynamiques, comme son énergie cinétique E_{cin}^{BC}, mais que c'est sa masse gravitationnelle équivalente de courbure $M_{courbure}^{BC}$ qui contrôle essentiellement son champ gravitationnel $\tau_{ext\,LD}^{BC}(r)$ de perturbations externes d'expansion à longue distance.

Comme les énergies "gravitationnelles" $E_{grav}^{(E)}$ et $E_{grav}^{(\boldsymbol{q}_{\theta BC})}$ des champs de perturbations de l'expansion dus à l'énergie élastique E_{dist}^{BC} et à la charge de courbure $\boldsymbol{q}_{\theta BC}$ de la boucle de dislocation coin sont parfaitement négligeables vis-à-vis de l'énergie élastique E_{dist}^{BC} de la boucle, ces énergies "gravitationnelles" ne figurent pas dans le tableau des propriétés essentielles.

D'autre part, la masse gravitationnelle équivalente de courbure $M_{courbure}^{BC}$ est non seulement beaucoup plus grande que la masse d'inertie M_0^{BC}, mais elle peut même être négative dans le cas des boucles coin de nature interstitielle. Ce résultat s'avère très étonnant puisqu'il correspond à l'existence possible d'un champ gravitationnel négatif, et il est en fait extrêmement prometteur par la nouveauté qu'il apporte dans notre approche par rapport à la Gravitation Générale d'Einstein. Les conséquences possibles de ce résultat étonnant seront explorées en détailvdans la suite du livre.

Perturbations de l'expansion associée à la boucle de dislocation mixte (BM)

La boucle de dislocation mixte de glissement que nous avons décrite à la figure 5.7 ne possède ni charge de rotation, ni charge de courbure, mais par contre un moment dipolaire $\vec{\omega}_{dipolaire}^{BM}(r,\theta,\varphi)$ du champ de rotation, analogue à un moment dipolaire électrique. Connaissant l'énergie élastique de distorsion de la boucle de dislocation mixte de glissement dans un réseau cosmologique parfait, on peut utiliser la relation de la figure 7.1 pour calculer le champ extérieur $\tau_{ext}^{E}(r)$ de perturbations d'expansion associé à cette énergie élastique E_{dist}^{BM}, en négligeant ici l'énergie potentielle V_{pot}^{BM}. D'autre, il devient aussi intéressant ici de remplacer dans l'expression de $\tau_{ext}^{E}(r)$ l'énergie de distorsion E_{dist}^{BM} par la masse d'inertie M_0^{BM} de la boucle

en utilisant la relation $E_{dist}^{BM} = M_0^{BM} c_t^2$. *Il vient l'expression de* $\tau_{ext}^{E}(r)$ *reportée à la figure 7.12.*

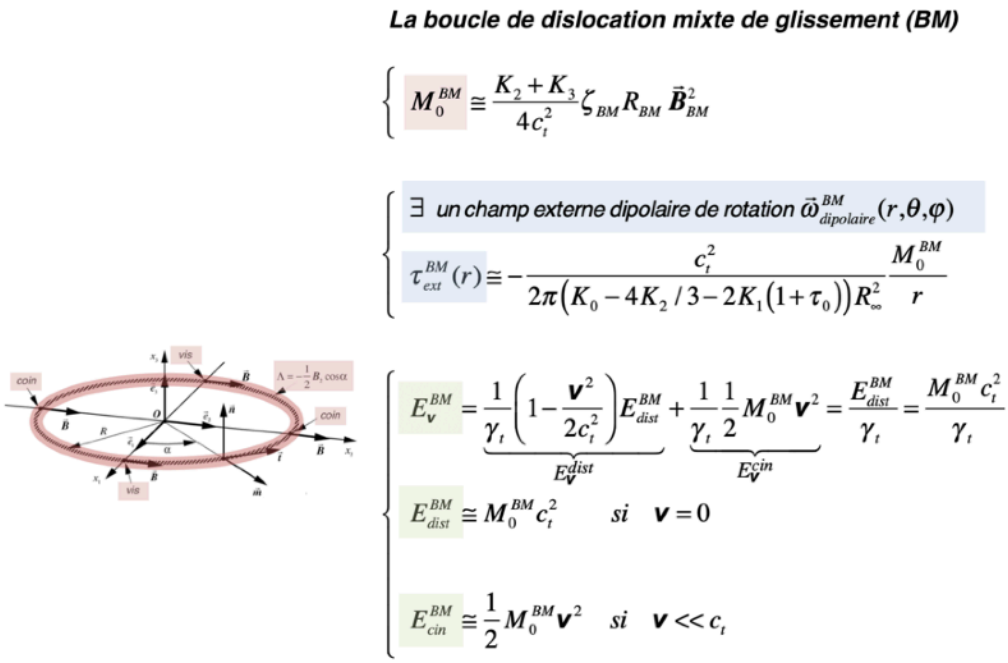


Figure 7.12 *- Les propriétés essentielles d'une boucle mixte de glissement (BM)*

Les champs de perturbations de l'expansion que nous venons de trouver possèdent évidemment une énergie, qu'il serait souhaitable de comparer avec l'énergie élastique E_{dist}^{BM} de la boucle. L'énergie $\boldsymbol{E}_{grav}^{(E)}$ du champ de perturbations d'expansion dû à l'énergie élastique de la boucle est déduite grâce aux relations de la figure 7.1, et peut être comparée directement avec l'énergie élastique E_{dist}^{BM} pour en tirer le rapport $\boldsymbol{E}_{grav}^{(E)} / \boldsymbol{E}_{dist}^{BM} \propto (K_1 / K_0)(\vec{\boldsymbol{B}}_{BM} / R_{BM})^2 << 1$ car $K_1 << K_0$. On en déduit par conséquent que l'énergie "gravitationnelle" $E_{grav}^{(E)}$ de la boucle de dislocation mixte due à son énergie élastique E_{dist}^{BM} est parfaitement négligeable vis-à-vis de l'énergie élastique dans le réseau cosmologique parfait.

Dans la figure 7.12, on a reporté l'ensemble des propriétés d'une boucle de dislocation mixte de glissement dans le *réseau cosmologique parfait*. Si cette boucle ne possède ni charge de rotation ni charge de courbure générant un champ externe de rotation ou de flexion à longue portée, elle est nantie d'un champ externe de rotation dipolaire $\vec{\omega}_{dipolaire}^{BM}(r,\theta,\varphi)$ à courte portée, analogue à un champ dipolaire électrique. Le champ externe des perturbations d'expansion y est dû à l'énergie élastique de distorsion de la boucle, et dépend de la masse d'inertie M_0^{BV} .

D'autre part, comme l'énergie "gravitationnelle" $E_{grav}^{(E)}$ du champs de perturbations de l'expansion dus à l'énergie élastique E_{dist}^{BM} de la boucle de dislocation mixte est parfaitement négligeable vis-à-vis de l'énergie élastique E_{dist}^{BM} de la boucle, cette énergie "gravitationnelle" ne figure pas dans le tableau des propriétés essentielles.

Des diverses propriétés des boucles topologiques élémentaires

On a démontré ci-dessus l'ensemble des propriétés essentielles des trois boucles élémentaires qu'on peut rencontrer dans le réseau cosmologique parfait, et on a notamment établi les

expressions des champs de perturbations d'expansion extérieurs, qui correspondent aux "champs gravitationnelles" d'expansion des boucles, et qui vont jouer un rôle très important par la suite.

On a montré que les énergies $E_{grav}^{(E)}, E_{grav}^{(q_{\lambda BV})}, E_{grav}^{(q_{\theta BC})}$ des champs "gravitationnelles" associées aux énergies élastiques, aux charges de rotation et aux charges de courbure des boucles élémentaires sont parfaitement négligeables vis-à-vis des énergies élastiques associées à ces boucles, et qu'on peut donc parfaitement les ignorer dans nos calculs.

On peut se demander si les boucles topologiques élémentaires peuvent être des trous noirs. Pour cela, on applique les conditions *des trous noirs de la figure 3.5* aux champs d'expansion $\tau_{ext\ LD}^{BV}(r)$, $\tau_{ext}^{BC}(r)$ et $\tau_{ext}^{BM}(r)$ respectivement. En appliquant ces conditions à *la boucle de désinclinaison vis* dans le cas où $\tau_0 << \tau_{0cr}$, on obtient la condition suivante pour que cette boucle soit un trou noir $\left|\vec{\boldsymbol{B}}_{\frown BV}\right| \geq 2R_\infty (2\pi / \zeta_{BV})^{1/2}$, ce qui impliquerait que le pseudo-vecteur de Burgers de la boucle soit de l'ordre de grandeur du rayon du réseau, ce qui n'a évidemment aucun sens. Il en va de même pour *la boucle de dislocation mixte par glissement*, puisque la condition pour que celle-ci soit un trou noir devient $\left|\vec{\boldsymbol{B}}_{BM}\right| > 4R_\infty (2\pi / \zeta_{BM})^{1/2}$. Dans le cas de *la boucle de dislocation coin prismatique*, la condition s'exprime différemment puisque la masse de gravitation vaut $M_{courbure}^{BC} + M_0^{BC}$. Comme $\left|M_{courbure}^{BC}\right| >> M_0^{BC}$, on obtient $R_{BC}\left|\vec{\boldsymbol{B}}_{BC}\right| \geq 10 K_0 R_\infty^2 / K_2$. Mais comme le module K_2 doit être beaucoup plus petit que le module K_0 d'après la conjecture 6, cette condition ne peut évidemment jamais être satisfaite. Par conséquent, il est clair que les trois boucles élémentaires formant la base des singularités topologiques microscopiques *ne peuvent pas être des trous noirs dans le domaine* $\tau_0 << \tau_{0cr}$.

Dans l'analogie entre notre approche et les grandes théories de la physique, les trois types de boucles élémentaires que nous avons discutées dans ce chapitre présentent un certain nombre de propriétés étonnantes et remarquables que nous allons énumérer ici:

- elles sont respectivement les briques élémentaires de la *charge électrique*, de la *charge de courbure* et du *moment dipolaire électrique*, à partir desquelles il pourrait être possible de former des dispirations, par combinaison plus ou moins compliquée de plusieurs boucles, afin de trouver des singularités topologiques qui soient des analogues des particules élémentaires de notre monde réel,
- leur énergie de repos et leur énergie cinétique sont essentiellement confinées *dans le champ torique entourant les boucles*,
- comme l'énergie associée aux champs "gravitationnelles" de perturbation d'expansion est parfaitement négligeable, elles satisfont parfaitement la *relation d'Einstein* $E_{dist}^{boucle} \cong M_0^{boucle} c_t^2$, qui est étonnement obtenue dans notre approche comme une propriété purement classique des singularités topologiques au sein du réseau, sans faire appel à un principe de relativité,
- elles satisfont parfaitement la *relativité restreinte*, avec une explication tout à fait originale de l'*énergie relativiste* $E_{\boldsymbol{v}}^{boucle} = E_{\boldsymbol{v}}^{dist} + E_{\boldsymbol{v}}^{cin} = E_{dist}^{boucle} / \gamma_t = M_0^{boucle} c_t^2 / \gamma_t$ comme la somme d'un terme relativiste d'énergie de distorsion élastique et d'un terme relativiste d'énergie cinétique,
- elles satisfont une *équation dynamique relativiste* reportée dans la figure 6.7,
- la boucle de désinclinaison vis, porteuse d'une charge de rotation analogue à la charge électrique, satisfait les *équations de Maxwell* et la *force de Lorentz*,
- les trois types de boucles présentent un champ à grande distance de perturbations de l'expansion volumique, qui est l'analogue d'un *champ gravitationnel* décroissant en $1/r$ et qui *dé-*

pend uniquement d'une masse de gravitation $M_0^{boucle} + M_{courbure}^{boucle}$ des boucles composée de la masse d'inertie et de la masse de courbure équivalente de la boucle, sans dépendre directement de la taille R_{boucle} des boucles,

- les *masses de gravitation* des boucles de désinclinaison vis et de dislocation mixte de glissement sont strictement égales à leurs masses d'inertie, alors que la masse de gravitation de la boucle de dislocation coin prismatique se compose de la masse d'inertie et de la masse de courbure de la boucle, avec une masse de courbure beaucoup plus élevée que la masse d'inertie, et qui peut même être négative dans le cas des boucles de nature interstitielle,
- la masse de gravitation de la boucle de dislocation coin prismatique contient deux termes: le premier terme dominant de masse de courbure $M_{courbure}^{BC}$ est positif ou négatif suivant que la boucle est de nature lacunaire ou interstitielle, et le deuxième terme de masse d'inertie M_0^{BC} est toujours positif. Ceci signifie que la masse de gravitation $M_{courbure}^{BC} + M_0^{BC}$ n'est pas symétrique entre une boucle de nature lacunaire et une boucle de nature interstitielle. Il apparaît ici *une faible asymétrie sur la valeur absolue de la masse de gravitation entre une boucle interstitielle et son anti-boucle lacunaire*, qui s'exprime par les trois relations suivantes:

$$M_{courbure}^{BC(l)} + M_0^{BC(l)} > 0 \quad ; \quad M_{courbure}^{BC(i)} + M_0^{BC(i)} < 0 \quad ; \quad \left| M_{courbure}^{BC(i)} + M_0^{BC(i)} \right| \tilde{<} M_{courbure}^{BC(l)} + M_0^{BC(l)}$$

- toutes ces propriétés sont parfaitement analogues aux propriétés fondamentales des particules élémentaires du monde réel, hormis la masse gravitationnelle $M_{courbure}^{BC} + M_0^{BC}$ des boucles de dislocation coin prismatiques, boucles qui ont en fait une analogie forte avec les neutrinos. Cette propriété très spéciale des boucles de dislocation coin prismatiques sera discutée dans les ch*apitres suivants, dans lesquels on traitera de l'interaction gravitationnelle entre boucles.*

Chapitre 8

La gravitation newtonienne et la relativité générale

Une étude détaillée des interactions gravitationnelles intervenant entre des boucles de désinclinaison vis conduit à une analogie forte avec la gravitation de Newton, mais présentant cependant quelques différences en ce qui concerne l'attraction gravitationnelle à courte portée et surtout la dépendance de la constante de gravitation en l'expansion volumique du réseau.

On s'intéresse ensuite à la *formulation maxwellienne* des équations d'évolution spatio-temporelle présentée précédemment au chapitre 4, qui correspondait à l'expression des lois locales de la physique, comme l'électromagnétisme, telles que vues par l'observateur extérieur imaginaire ***GO*** *(**G**rand **O**bservateur)*. On montre dans ce chapitre qu'il est possible d'imaginer un observateur local ***HS*** *(**H**omo **S**apiens)* qui serait intimement lié au repère local, car lui-même constitué à partir d'un amas de singularités topologiques du réseau. Cet observateur ne peut connaître que des règles et horloges locales dans son repère local, qui sont influencées par le champs d'expansion local de telle sorte qu'elles rendent les équations de Maxwell invariantes vis-à-vis des expansions volumiques. Il apparaît alors une notion relativiste du temps pour les observateurs locaux ***HS***, pour qui la vitesse des ondes transversales est mesurée comme une constante universelle, alors que celle-ci dépend très fortement de l'expansion volumique locale si elle est mesurée par l'observateur ***GO*** extérieur au réseau.

Les interactions gravitationnelles ainsi obtenues présentent des analogies très fortes avec la *Gravitation de Newton* et avec la *Relativité Générale d'Einstein.* On discute en détail les points parfaitement analogues, comme l'analogie parfaite avec *la métrique de Schwarzschild* à grande distance d'un objet massif et *la courbure des rayons d'onde* par un objet massif.

Mais on montre aussi que notre approche eulérienne du réseau cosmologique apporte des éléments nouveaux à la théorie de la Gravitation, notamment des modifications de la métrique de Schwarzschild à très courte distance d'une singularité, et une meilleure compréhension des rayons critiques associés aux trous noirs: *les rayons de la sphère des perturbations et du point de non-retour* y sont tous deux semblables et égaux *au rayon de Schwarzschild* $R_{Schwrzschild} = 2GM / c^2$, alors que *le rayon limite pour lequel la dilatation du temps de l'observateur tendrait vers l'infini* devient nul, de sorte que notre approche n'est pas limitée pour la description d'un trou noir au-delà de la sphère de Schwarzschild.

Alors que les amas de singularités composés de boucles de désinclinaison vis satisfont la gravitation de Newton, et la plupart des résultats de la Relativité Générale, on va se poser finalement la question de savoir comment se comportent, vis-à-vis de la gravitation, les autres singularités topologiques, comme les boucles de dislocation coin, les boucles de dislocation mixte, les lacunes macroscopiques et les interstitiels macroscopiques. On en déduira ainsi l'ensemble des forces d'interaction gravitationnelles à longue portée entre les diverses singularités topologiques et leurs comportements.

Interaction gravitationnelle newtonienne d'amas de boucles de désinclinaison vis

Dans le chapitre précédent, on a montré que la masse d'inertie des boucles de désinclinaison vis est extrêmement plus élevée que les masses d'inertie des boucles coin et des boucles mixtes, de sorte que les perturbations du champ d'expansion seront essentiellement causées par les boucles de désinclinaison vis. C'est pourquoi nous commencerons par analyser les champs de perturbation d'expansion à longue portée dus à celles-ci.

Pour une boucle vis, la masse d'inertie dépend du carré de la charge de rotation $\boldsymbol{q}_{\lambda BV}$ (voir figure 7.10). Si une telle boucle se trouve dans un champ d'expansion τ, la dépendance de la masse d'inertie M_0^{BV} et de la charge de rotation de cette boucle est liée à la dépendance $c_t = c_{t0}\,\mathrm{e}^{\tau/2}$ et à la dépendance de R_{BV} et de $\boldsymbol{\Omega}_{BV}$ en l'expansion locale. On pourrait penser à priori que le rayon de la boucle est lié au pas du réseau, de sorte que $R_{BV} = R_{BV0}\,\mathrm{e}^{\tau/3}$, et que l'angle de rotation $\boldsymbol{\Omega}_{BV}$ doit correspondre à un angle satisfaisant *la symétrie du réseau*, à savoir par exemple un multiple de $\pi/2$ pour un réseau cubique, ou un multiple de $\pi/3$ pour un réseau hexagonal ou pour un réseau cubique à faces centrées, de sorte que $\boldsymbol{\Omega}_{BV}$ ne devrait pas dépendre de l'expansion de fond du réseau.

Cependant, on ne connaît pas du tout la nature exacte du réseau cosmologique, de sorte que, par esprit de généralité, on va supposer *à priori* une dépendance inconnue de R_{BV} et de $\boldsymbol{\Omega}_{BV}$ en l'expansion de fond du réseau, comme si la boucle pouvait subir une extension de son rayon et/ou une torsion dépendantes de l'expansion volumique locale du réseau, en écrivant par hypothèse que $R_{BV} = R_{BV0}\,\mathrm{e}^{\alpha_{BV}\tau}$ et $\boldsymbol{\Omega}_{BV} = \boldsymbol{\Omega}_{BV0}\,\mathrm{e}^{\beta_{BV}\tau}$, où α_{BV} et β_{BV} sont des constantes qui devront être déterminées par la suite, comme indiquer dans la figure 8.1. Sur la base de cette hypothèse, on peut déduire les dépendances en l'expansion τ de la charge $\boldsymbol{q}_{\lambda BV}$ et de la masse d'inertie $\boldsymbol{M}_0^{BV}$ d'une boucle, puis les dépendances en τ de la charge $\boldsymbol{Q}_\lambda^{amas}$, de la masse d'inertie $\boldsymbol{M}_0^{amas}$ et de l'énergie $\boldsymbol{E}^{amas}$ d'un amas de charges de rotation.

Deux amas de boucles qui se situent à une distance d l'un de l'autre vont interagir entre eux via leurs champs «gravitationnels» de perturbations d'expansion à grande portée (figure 8.1). On peut calculer les énergies des amas (1) et (2) à partir de leur masse d'inertie, en introduisant dans l'énergie la valeur totale de l'expansion au coeur de chaque amas. En effet, les deux amas distants de la distance d sont respectivement plongés dans le champs de perturbation d'expansion de l'autre amas. Comme nous savons que l'énergie élastique d'une boucle se situe essentiellement dans le voisinage proche de la boucle, on est assuré que l'énergie élastique de l'amas se trouve essentiellement dans le coeur de l'amas, de sorte que leur énergie respective est influencée par la présence de l'autre amas de telle sorte qu'il apparaît un accroissement ΔE_{grav} de l'énergie des deux amas qui interagissent, qui dépend de la distance d séparant les deux amas. La force totale d'interaction entre les deux amas est alors donnée par la dérivé par rapport à d de la variation d'énergie ΔE_{grav} des deux amas, ce qui conduit à une force d'interaction $\boldsymbol{F}_{grav}(d)$ représentée dans la figure 8.1. Cette expression fait apparaître le produit des masses de gravitation divisé par la distance au carré séparant les deux amas, ce qui rappelle furieusement un terme de la loi de gravitation de Newton. Introduisons donc une *«constante de gravitation»* $\boldsymbol{G}_{grav}$, fonction des constantes α_{BV} et β_{BV} et des constantes élastiques du réseau, mais aussi de l'expansion volumique locale τ du réseau.

La force totale $\boldsymbol{F}_{grav}(d)$ d'interaction gravitationnelle entre les deux amas prend une forme que l'on reconnait lorsqu'on développe les termes exponentiels qu'elle contient, puisqu'on y voit

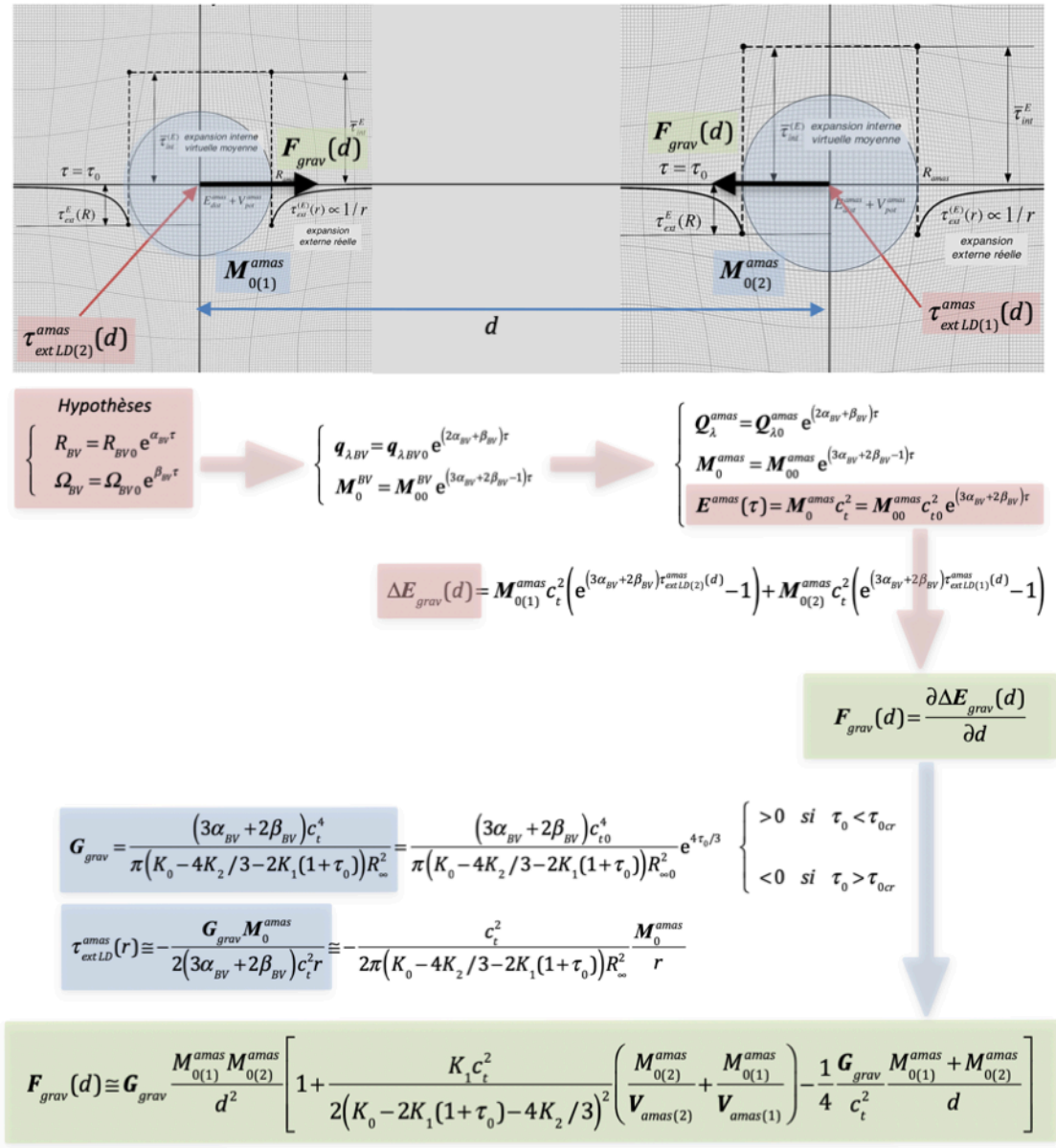


Figure 8.1 *- La force d'interaction «gravitationnelle» entre deux amas de singularités de rotation*

apparaître l'expression de la *force gravitationnelle de Newton* entre les deux boucles, corrigée par des termes additionnelles dans le crochet, qui sont les résultats de développements au second ordre, de sorte qu'ils sont assurément plus petits que 1. Pour des densités de masse des amas assez faibles et de grandes distances d entre les amas, les termes de deuxième ordre dans la parenthèse peuvent être négligés, de sorte qu'on retrouve alors une analogie parfaite avec *l'interaction gravitationnelle de Newton* $F_{grav}(d) \cong G_{grav} M^{amas}_{0(1)} M^{amas}_{0(2)} / d^2$ *du monde réel*, et G_{grav} devient *la «constante de gravitation»*, qui doit être très faible puisqu'il intervient R^2_{∞} au dénominateur.

Cherchons alors à comprendre ce que représente en fait les termes de second ordre dans l'expression *complète de* $F_{grav}(d)$ de la figure 8.1. Le terme dépendant des densités de masse des amas $M^{amas}_{0(i)} / V_{amas(i)}$ est une correction à la «constante de gravitation» G_{grav} indépen-

dante de la distance d entre les amas, qui provient en fait du comportement non-linéaire de la fonction $\overline{\tau}_{int}^{(E)}(x)$ reportée dans la figure 7.0 lorsque la densité de masse des amas dépasse une certaine valeur critique. Quant au terme dépendant de d, il apporte une correction à la force d'interaction lorsque la distance entre les amas devient faible. Ce terme provient quant à lui du développement des termes exponentiels de la variation d'énergie ΔE_{grav} des deux amas.

Ce qui apparaît en premier lieu en regardant l'expression de la «constante» de gravitation, c'est que celle-ci n'est en fait aucunement une constante puisqu'elle dépend de l'état d'expansion moyen τ_0 du réseau via les valeurs de c_t^4 et R_∞^2, ainsi que par la valeur de τ_0 intervenant au dénominateur en facteur du module K_1, qui rend la valeur de $\boldsymbol{G}_{grav}$ positive si $\tau_0 < \tau_{0cr}$ et négative si $\tau_0 > \tau_{0cr}$. Cette forte dépendance de $\boldsymbol{G}_{grav}$ en l'expansion de fond du réseau devrait assurément jouer un rôle primordiale dans l'évolution de l'Univers au cours de son expansion cosmologique. On reviendra plus tard sur ce sujet.

A plus courte distance d, il apparaît une *correction à la loi de Newton* exprimée par un terme multiplicatif. Ce terme de deuxième ordre dans l'expression de la loi de gravitation approximative va modifier les interactions entre deux amas lorsque ceux-ci sont très proches l'un de l'autre. Mais contrairement aux résultats obtenus en Gravitation Générale à l'aide de la métrique de Schwarzschild, qui prédit une faible augmentation de la force d'attraction en $1/d^4$ aux très faibles distances d, le terme correctif de second ordre de notre approche conduit à une faible diminution en $1/d^3$ de la force d'attraction aux très faibles distances d.

Par exemple, dans le cas de la planète Mercure qui se situe assez proche du Soleil, le calcul du terme correctif fournit la valeur approximative $\boldsymbol{G}_{grav} M_{Soleil}/(4c_t^2 d_{Mercure}) \cong 5{,}6\cdot 10^{-7}$ avec $M_{Soleil} \cong 2\cdot 10^{30}[kg], d_{Mercure} \cong 5{,}8\cdot 10^{10}[m], \boldsymbol{G}_{grav} \cong 6{,}6\cdot 10^{-11}\left[m^3/kg\cdot s^2\right], c_t^2 \cong 10^{17}\left[m^2/s^2\right]$ ce qui donne pour la période de révolution de Mercure de 88 jours ($7{,}6\cdot 10^6$ secondes), un accroissement de 2,128 secondes par rapport à la valeur calculée avec la loi de Gravitation de Newton.

Les règles et l'horloge locale d'un observateur HS

Considérons un repère local $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ défini par l'observateur ***GO*** *(le **G**rand **O**bservateur imaginaire)* à partir de son référentiel absolu $\boldsymbol{Q}\xi_1\xi_2\xi_3$. Ce repère local $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ est un fait une commodité utilisée par ***GO*** pour résoudre les problèmes d'évolution locale du réseau solide, notamment dans des régions du solide présentant une expansion volumique non nulle, mais qui peut être considérée comme *constante et homogène* au voisinage de l'origine du repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, par exemple en utilisant la *formulation maxwellienne* décrite au chapitre 4.

Mais imaginons maintenant qu'il existe bien une autre catégorie d'observateur local qu'on a appelé observateur ***HS*** *(l'**H**omo **S**apiens)* et qui se trouve réellement dans le repère local $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ car il est lui-même constitué à partir des singularités topologiques du réseau, et notamment à partir de boucles élémentaires de désinclinaison vis qui interagissent entre elles via leur champ de rotation généré par leur charge de rotation propre. Dans son repère local, le ***HS*** n'a évidemment pas accès à la vue globale du réseau dans le référentiel absolu, puisqu'il n'a connaissance que des conditions du réseau local dans lequel il vit. L'observateur ***HS*** ne pourra donc que définir ses propres règles $\vec{e}_{yi}$ dans son repère $\boldsymbol{O}y_1y_2y_3$, en les définissant *à partir des dimensions linéaires des objets contenus dans le réseau dans lequel il vit*. Ceci est illustré à la figure 8.1 pour deux observateurs ***HS*** et ***HS'*** vivant dans deux endroits différents du réseau,

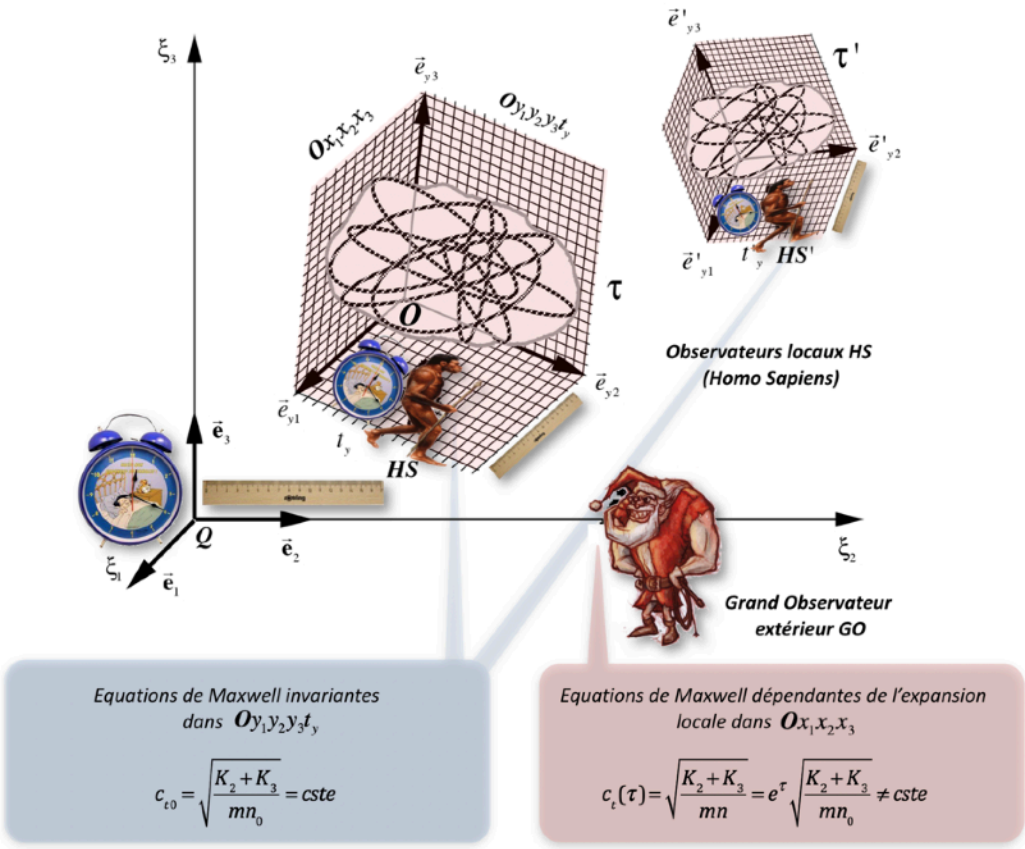


Figure 8.2 *- les règles et horloges locales dans les repères des observateurs* ***HS*** *et* ***HS'***

où les expansions volumiques respectives du réseau τ et τ' sont différentes.

Si le réseau présente localement une certaine expansion volumique τ, les règles de ***HS*** devraient satisfaire une relation du type $\vec{e}_{yi}=\mathrm{e}^{a\tau}\vec{e}_i$ où la constante a n'est pas définie à priori et devra donc être déterminée. Ceci implique que les règles d'un ***HS*** seront de longueur différente que celles du ***GO*** si le réseau est localement en contraction ($\tau<0$) ou en expansion ($\tau>0$). Si un certain point de l'espace, repéré par le rayon-vecteur $\vec{r}$, est observé simultanément par le ***GO*** et par ***HS***, le rayon-vecteur s'écrira respectivement dans $Ox_1x_2x_3$ et dans $Oy_1y_2y_3$ sous la forme $\vec{r}=\Sigma\, x_i\vec{e}_i=\Sigma\, x_i\,\mathrm{e}^{-a\tau}\vec{e}_{yi}=\Sigma\, y_i\vec{e}_{yi}$ de sorte que les coordonnées du point de l'espace se transforme par la relation $y_i=\mathrm{e}^{-a\tau}x_i$.

D'autre part, le temps mesuré dans $Ox_1x_2x_3$ à $\tau\neq 0$ doit lui aussi être différent du temps mesuré lorsque $\tau=0$, de sorte que l'horloge propre de ***HS*** dans son repère $Oy_1y_2y_3$ devra indiquer un temps t_y différent du temps absolu t du ***GO***, mais lié à celui-ci par la relation $t_y=\mathrm{e}^{b\tau}t$. Concernant l'horloge de ***HS***, celui-ci devra la construire localement puisqu'il n'a pas accès au temps absolu du ***GO***. Il sera alors logique pour lui de construire une horloge simpliste en utilisant une de ses règles locales et la vitesse des ondes transversales qu'il peut mesurer dans le système de coordonnées de son référentiel propre. Soit une règle de longueur d_0 mesurée par ***GO*** dans un réseau à expansion volumique nulle. La longueur de la même règle placée dans le référentiel du ***HS*** et mesurée par le ***GO*** devient $d=d_0\,\mathrm{e}^{a\tau}$. Pour parcourir la distance de cette règle, les ondes transversales utilisent un laps de temps Δt mesuré par le ***GO***, et donné par $\Delta t=\Delta t_0\,\mathrm{e}^{-b\tau}$. Dans le repère $Ox_1x_2x_3$, placé dans une région d'expansion vo-

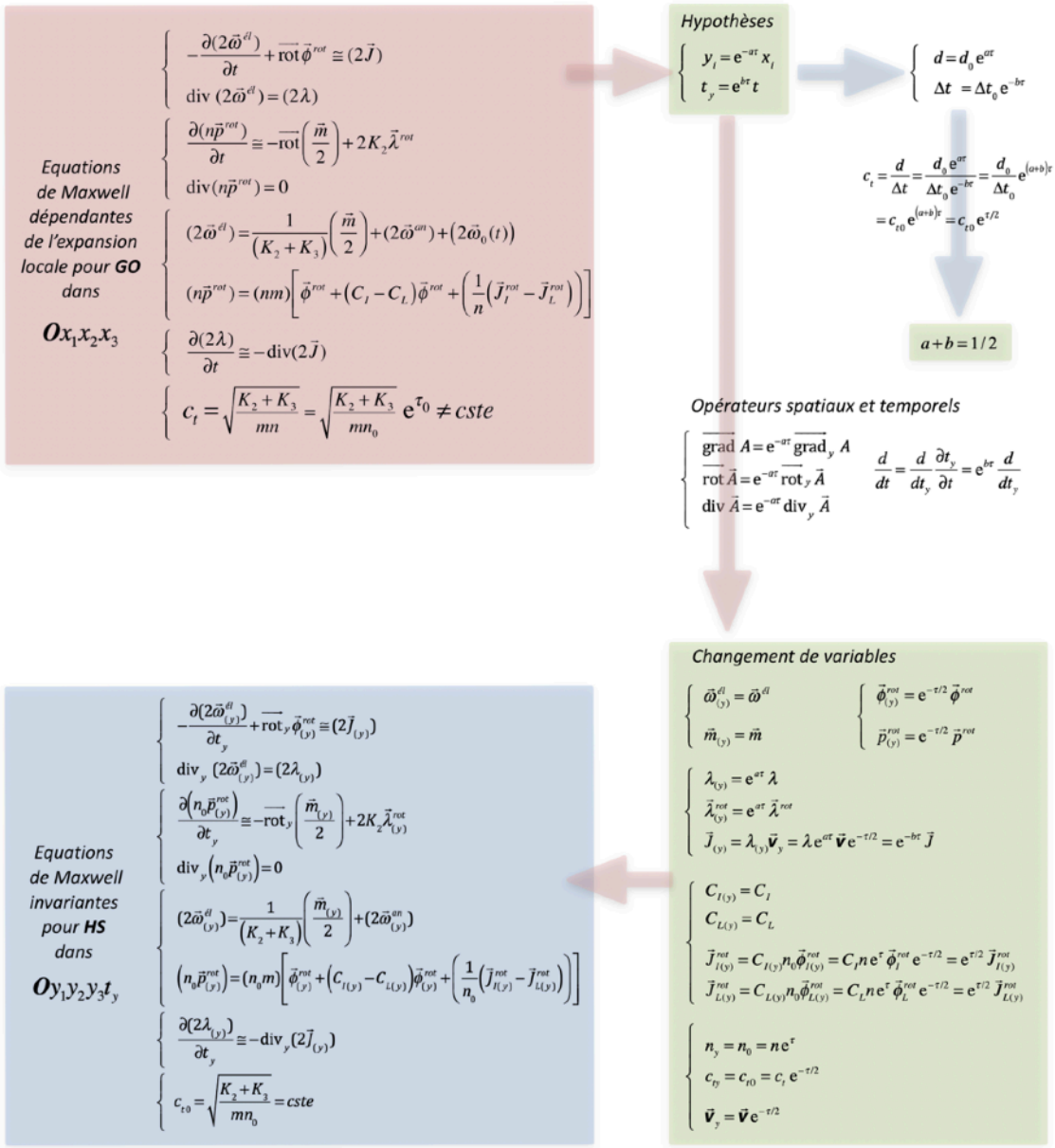


Figure 8.3 *- Le passage du référentiel local* $Ox_1x_2x_3$ *du* ***GO*** *au référentiel local* $Oy_1y_2y_3$ *du* ***HS***

lumique τ différente de zéro, la longueur initiale d_0 de la règle devient donc égale à $d_0 e^{a\tau}$ le temps de parcours de la règle devient $\Delta t_0 e^{-b\tau}$, de sorte que la vitesse des ondes transversales en présence de l'expansion τ vaut $c_t = d/\Delta t = c_{t0} e^{(a+b)\tau} = c_{t0} e^{\tau/2}$. Ceci implique que le temps s'écoule différemment pour ***HS*** dans $Oy_1y_2y_3$ si le réseau est en contraction ou en expansion. On a alors la relation suivante entre les valeurs de a et b due au fonctionnement de l'horloge de ***HS:*** $a+b=1/2$.

Dans la figure 8.3, on déduit toutes les expressions permettant de passer du repère locale $Ox_1x_2x_3$ du ***GO*** au repère local $Oy_1y_2y_3$ du ***HS***. Sur la base des hypothèses pour les règles et l'horloge de ***HS***, on exprime les formules de passage des opérateurs de temps et d'espace, et on les applique aux équations de Maxwell exprimées dans $Ox_1x_2x_3$ pour obtenir ces mêmes équations dans $Oy_1y_2y_3$. En effectuant alors un changement de variables dans $Oy_1y_2y_3$ sur les champs de rotation, de moment, de vitesse et de quantité de mouvement, ainsi que sur les

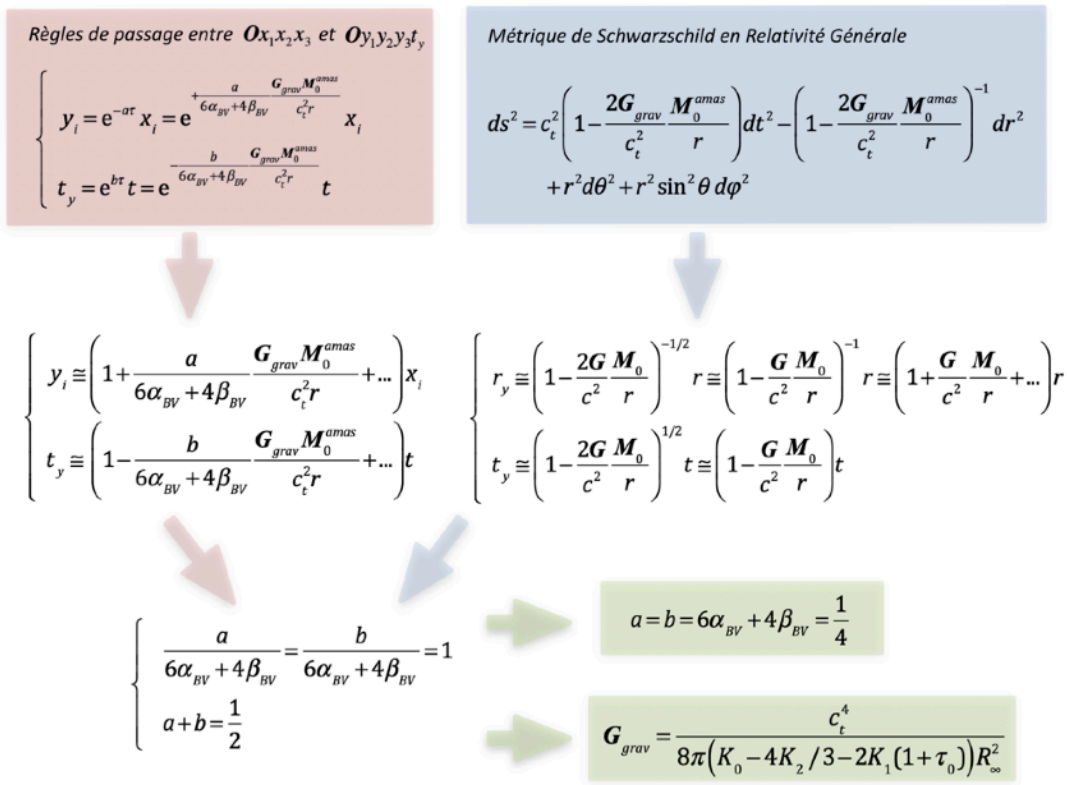


Figure 8.4 *- Comparaison des règles de passage entre le référentiel local $Ox_1x_2x_3$ du* ***GO*** *et le référentiel local $Oy_1y_2y_3$ du* ***HS*** *avec les règles de transformation vérifiées expérimentalement de la métrique de Schwarzschild en Relativité Générale*

grandeurs associées aux densités et aux flux de charges de rotation et les grandeurs associées aux concentrations de lacunes et d'interstitiels et aux flux de ces défauts, on obtient les équations de Maxwell telles que formulées par ***HS*** dans son référentiel local $Oy_1y_2y_3$.

Dans ces expressions de changement de variables, il est parfaitement logique d'avoir posé $\vec{\omega}^{él}_{(y)} = \vec{\omega}^{él}$ et $\vec{m}_{(y)} = \vec{m}$ puisque ces grandeurs sont associées à des mesures d'angles de rotation, et d'avoir choisi les relations $\vec{\phi}^{rot}_{(y)} = e^{-\tau/2}\vec{\phi}^{rot}$ et $\vec{p}^{rot}_{(y)} = e^{-\tau/2}\vec{p}^{rot}$, puisque ces grandeurs sont associées en fait à des vitesses. Par ce changement des variables, on obtient alors *un set d'équations de Maxwell <u>invariantes</u> dans le repère $Oy_1y_2y_3t_y$ de l'observateur* ***HS*** comme illustré dans les figures 8.2 et 8.3, c'est-à-dire des équations qui ne dépendent absolument plus de l'expansion locale τ. On constate entre autre que la célérité des ondes transversales devient une constante invariante pour l'observateur ***HS***, quelle que soit l'état d'expansion du réseau dans lequel il vit. On constate aussi que seules les grandeurs associées aux densités et au flux de charges de rotation se transforment de manière dépendante en le paramètre a, alors que toutes les autres grandeurs se transforment de façon logique et prévisible.

Le fait que les équations de Maxwell des observateurs ***HS*** soient invariantes (indépendantes de l'expansion locale τ) implique que les observateurs locaux ***HS*** sont parfaitement incapables de mesurer l'état local d'expansion du réseau dans lequel ils vivent sur la base unique de mesures électromagnétiques basées sur les équations de Maxwell. Notamment, la mesure de la célérité des ondes transversales par les observateurs ***HS*** fournit toujours une valeur invariante,

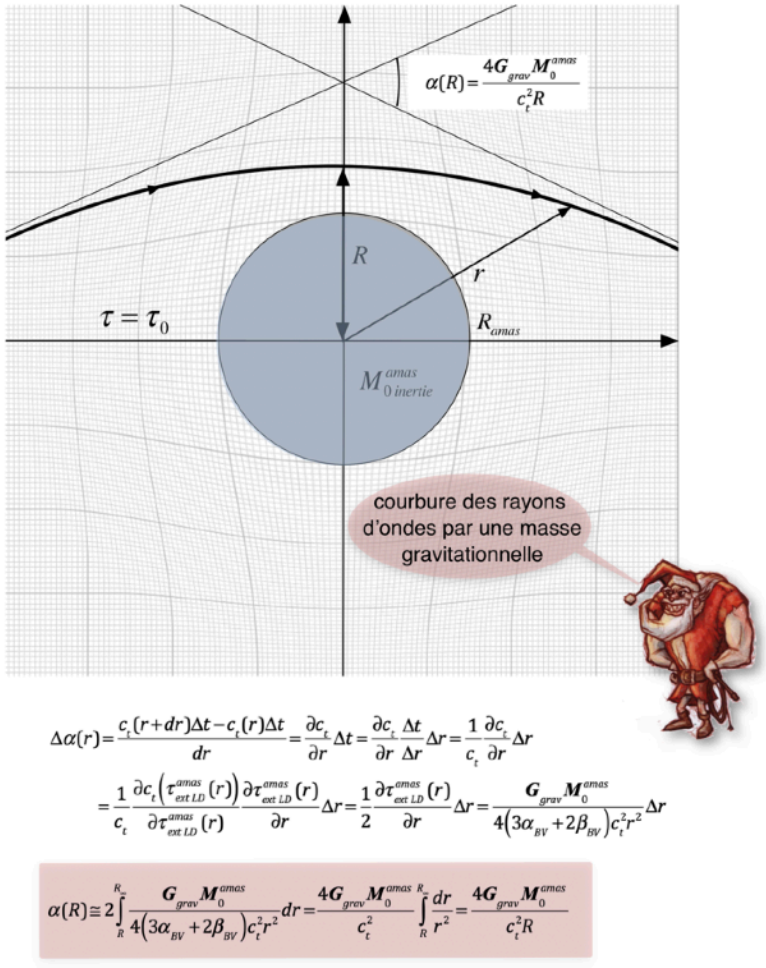


Figure 8.5 *- courbure des rayons d'ondes transversales au voisinage d'un amas massif*

quelle que soit l'état local d'expansion du réseau. Ainsi, les observateurs locaux ***HS*** sont soumis essentiellement aux lois physiques correspondant à l'électromagnétisme, et n'ont connaissance des effets de gravitation associées au champ d'expansion que par des observations indirectes de leurs effets, comme le mouvement des planètes ou le ralentissement de leurs horloges dans un champ de gravitation. C'est pourquoi les ***HS*** devront chercher à expliquer les phénomènes liés à la gravitation par des théories ad-hoc (Gravitation de Newton, Relativité Générale) qui semblent à priori indépendantes des lois de l'électromagnétisme, mais qu'ils vont évidemment chercher à unifier.

La figure 8.2 illustre bien ici l'existence d'une forte analogie entre notre approche et la théorie de la *Relativité Générale d'Einstein*. En effet, les règles et l'horloge propres d'un ***HS*** vivant en un certain endroit du réseau dépendent de l'expansion volumique locale τ du réseau, de façon analogue à ce que stipule la Relativité Générale pour les règles et l'horloge propres d'un observateur situé dans un champ de gravitation donné. Dans le cas illustré à la figure 8.2, on comprend bien que le réseau joue le rôle d'un *«éther»* qui impose la taille des règles de l'observateur ***HS***, alors que c'est la vitesse des ondes transversales au sein du réseau (en fait la vitesse de transport de l'information) qui impose l'allure de l'horloge propre de ***HS***.

D'autre part, l'existence de trois degrés de liberté sur les paramètres a, b, α_{BV} et β_{BV}

est assez étonnante, car elle implique qu'il existe encore un choix possible à ce niveau, qui ne peut pas être déterminé sur la base de nos connaissances actuelles du réseau cosmologique. En fait, un choix arbitraire des valeurs "libres" de a, α_{BV} et β_{BV} ne devrait pas entraîner d'incohérences dans le système, et le réseau cosmologique ainsi obtenu pourrait être parfaitement viable. Par conséquent, on peut considérer que les paramètres a, α_{BV} et β_{BV} sont réellement *des propriétés propres au réseau cosmologique*, en fait *des constantes intrinsèques du réseau*, au même titre que le sont les modules élastiques K_i ou la masse d'inertie m par maille du réseau. La détermination de ces constantes passe donc forcément par l'expérimentation, autrement dit par la mesure des propriétés réelles du réseau cosmologique associées à ces deux constantes.

En combinant les diverses relations obtenues dans la figure 8.3, on peut écrire les règles de transformation pour passer depuis le référentiel local $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ du ***GO*** dans le référentiel local $\boldsymbol{O}y_1y_2y_3t_y$ d'un ***HS*** placé à une distance r dans le champ de gravité d'un amas de masse M_0^{amas}, en fonction des paramètre inconnus a, α_{BV} et β_{BV}, comme reporté dans la figure 8.4. Ces équations de transformation peuvent, à une certaine distance r suffisante d'un amas de masse M_0^{amas}, être écrites de manière approximatives par développement des exponentielles.

En Relativité Générale, les dépendances de la règle radiale et de l'horloge d'un observateur soumis au champ de gravitation d'un objet de masse M_0^{amas} sont déduites de la *métrique de Schwarzschild.* Celle-ci est obtenue dans le cas d'un objet massif à symétrie sphérique en postulant une métrique invariante vis-à-vis des rotations, qui est aussi représentée dans la figure 8.4. De cette métrique de Schwarzschild, on déduit que la règle radiale et l'horloge de l'observateur dépendent symétriquement de la distance r le séparant de l'objet de masse M_0, avec des expressions similaires aux expressions *simplifiées obtenues dans notre approche,* mais avec un coefficient 1 devant $\boldsymbol{G}_{grav}M_0^{amas}/c_t^2 r$. Or, la dilatation du temps dans un champ de gravité, représentée par la deuxième relation déduite de la métrique de Schwarzschild*,* a été vérifiée expérimentalement avec une très grande précision[1], même sur des dénivelés aussi petits que 1 mètre à la surface de la terre, et on tient actuellement compte de cet effet dans les systèmes de navigation très précis, comme le *GPS*. Cet effet vérifié expérimentalement peut donc être utilisé pour ajuster la détermination des paramètres a, α_{BV} et β_{BV}, en assurant que les relations à grande distance de notre approche correspondent aux relations déduites de la métrique de Schwarzschild. En effectuant cette comparaison, on obtient que $a = b = 6\alpha_{BV} + 4\beta_{BV} = 1/4$.



Karl Schwarzschild (1873-1916)

On peut encore vérifier l'analogie de notre approche avec la Relativité Générale d'Einstein, par exemple en calculant la courbure des rayons d'ondes transversales au voisinage d'un amas massif, comme illustré à la figure 8.5, puisque la mesure de cet effet au début du 20ème siècle fut la première vérification expérimentale de la Relativité Générale d'Einstein.

Au voisinage d'un amas massif, la vitesse des ondes transversales $c_t(r)$ dépend de la dis-

---

[1] voir par exemple: *C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband, D. J. Wineland : "Optical Clocks and Relativity", Science, vol. 329, 5999, pp. 1630-1633*

tance r au centre de l'amas. Ceci implique que les directions de deux rayons d'ondes perpendiculaires à une droite passant par le centre de l'amas, et passant aux distances r et $r+\Delta r$ de l'amas vont présenter un angle infinitésimale $\Delta\alpha(r)$. On peut utiliser la dépendance de la célérité $c_t(r)$ en le champ de gravitation $\tau_{ext\,LD}^{amas}(r)$ pour exprimer $\Delta\alpha(r)$. Comme l'onde va parcourir le chemin représenté à la figure 8.5, les tangentes à l'infini de l'onde incidente et de l'onde déviée forment un angle total $\alpha(R)$ dépendant de la distance minimum R du centre de l'amas à laquelle passe l'onde. La moitié de l'angle total $\alpha(R)$ peut alors se déduire approximativement en intégrant $\Delta\alpha(r)$ pour des distances r au centre de l'amas allant de R à R_∞, et on obtient la valeur recherchée de l'angle de déviation $\alpha(R)$. Il s'avère que cette valeur est exactement la même que celle obtenue en relativité générale, ce qui est logique puisqu'on a utilisé la métrique de Schwarzschild pour calibrer les constantes de notre approche. La Relativité Générale prévoit une courbure valant $\alpha(R) \cong 4\boldsymbol{G}_{grav} M_0^{amas} / c_t^2 R$, et le calcul de cette valeur dans le cas d'un rayon lumineux à incidence rasante avec le soleil donne un angle de déviation de 1,75" d'arc.

Quant aux valeurs expérimentales de la déviation de la lumière par le soleil, mesurées par *Eddington* au début du 20ème siècle (mai 1919) au cours d'une éclipse de soleil, elles ont donné approximativement $1{,}98 \pm 0{,}12$" (à Sobral au Brésil) et $1{,}61 \pm 0{,}31$" d'arc (à Sao Tomé-et-Principe dans le Golfe de Guinée), ce qui correspond assez bien à la valeur calculée théoriquement par la Relativité Générale, malgré les nombreuses difficultés de la mesure expérimentale.

Conjecture 9 *- la métrique de notre théorie dans un champ gravitationnel faible doit être la même que la métrique de Schwarzschild en Relativité Générale*

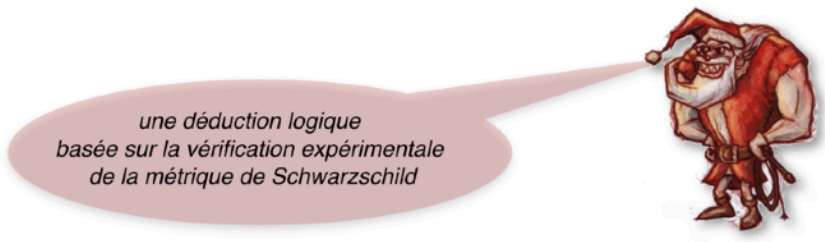


Figure 8.6 *- La neuvième conjecture sur la métrique à longue distance d'un objet massif*

Lors de la transformation de Lorentz décrite au chapitre 6, les lois de transformation sont symétriques par rapport au temps et l'espace, tout comme les lois de transformation en Relativité Générale dans le cas de la métrique de Schwarzschild. Parmi tous les résultats possibles qu'on aurait pu imaginer pour les paramètres a, b, α_{BV} et β_{BV}, les résultats obtenus à partir de la dilatation du temps et de la courbure des rayons d'onde en faible champ de gravité fournissent opportunément des lois de transformation symétriques, puisqu'on obtient que $a = b$. On peut par conséquent émettre ici une *conjecture 9*, qui regroupe les effets de dilatation du temps et de la courbure des rayons d'onde en champ de gravité faible, et reportée dans la figure 8.6

Il nous reste encore un degré de liberté pour le choix des valeurs des paramètres α_{BV} et

β_{BV}, qui doivent être reliés par l'expression $3\alpha_{BV} + 2\beta_{BV} = 1/8$. Cependant, le fait de connaître exactement les valeurs de α_{BV} et β_{BV} n'est pas important en ce qui concerne les propriétés gravitationnelles de la boucle, car le fait que $3\alpha_{BV} + 2\beta_{BV} = 1/8$ implique que la masse d'inertie M_0^{BV} et l'énergie de distorsion E^{BV} d'une boucle, ainsi que les grandeurs $\boldsymbol{G}_{grav}$, $\tau_{ext\,LD}^{amas}(r)$ et $\boldsymbol{F}_{grav}(d)$ ne dépendent pas explicitement de α_{BV} et β_{BV}.

Le choix exact des paramètres α_{BV} et β_{BV} dépend évidemment de la nature profonde du réseau cosmologique, ce qui n'est pas du ressort de ce traité. Mais la solution la plus simple à imaginer voudrait que β_{BV} soit nul, car, en ce cas, la torsion $\boldsymbol{\Omega}_{BV}$ de la boucle de désinclinaison vis deviendrait une constante indépendante de l'expansion du réseau, par exemple un multiple de $\pi/2$ pour un réseau cubique, ou un multiple de $\pi/3$ pour un réseau hexagonal ou pour un réseau cubique à faces centrées, ce qui paraît évidemment le plus logique.

Mais une valeur nulle de β_{BV} impliquerait aussi que α_{BV} vaudrait 1/24, et donc que le rayon de la boucle $R_{BV} = R_{BV0}\,\epsilon^{\tau/24}$ dépendrait beaucoup moins de l'expansion du réseau que le pas du réseau $a = a_0\,\epsilon^{\tau/3}$ ou que la longueur $\vec{e}_{yi} = \epsilon^{\tau/4}\,\vec{e}_i$ de la règle de l'observateur ***HS***.

Ne pouvant faire un choix explicite sûr des valeurs des paramètres α_{BV} et β_{BV}, on laissera ce problème ouvert, tout en se rappelant qu'il existe ce degré de liberté pour le choix de leurs valeurs, qui doivent simplement être reliées par l'expression $3\alpha_{BV} + 2\beta_{BV} = 1/8$.

Analogies et différences d'avec la relativité générale

Admettons qu'une boucle de désinclinaison vis de masse d'inertie M_0^{BV} se trouve au confin du réseau, et qu'un amas de singularités de masse inertielle $M_0^{amas} >> M_0^{BV}$ se trouve au centre du réseau. La force gravitationnelle agissant sur la boucle s'écrit donc approximativement $\boldsymbol{F}_{grav}^{BV}(r) \cong \boldsymbol{G}_{grav} \boldsymbol{M}_0^{amas} \boldsymbol{M}_0^{BV} / r^2$. Sous l'effet de cette force, la boucle de désinclinaison vis subira une accélération dans la direction de l'amas de singularités, et l'énergie potentielle gravitationnelle de la boucle se transformera progressivement en une énergie cinétique de la boucle qui vaudra, en fonction de sa distance d de l'amas $\boldsymbol{E}_{cinétique}^{BV}(r) \cong \boldsymbol{G}_{grav} \boldsymbol{M}_0^{amas} \boldsymbol{M}_0^{BV} / d$. Mais l'énergie cinétique de la boucle s'écrit, dans le cas non-relativiste $\boldsymbol{E}_{cinétique}^{BV} = \boldsymbol{M}_0^{BV} \boldsymbol{v}^2 / 2$ de sorte que la vitesse de la boucle en fonction de la distance d la séparant de l'amas dépend *de la constante de gravitation* et *de la masse d'inertie de l'amas* $\boldsymbol{v}^2(R) = 2\boldsymbol{G}_{grav} \boldsymbol{M}_0^{amas} / d$. Comme *la masse d'inertie de la boucle n'intervient pas dans cette relation*, cette relation reste valable même pour des vitesses relativistes de la boucle. Cependant, on sait que l'énergie relativiste totale $E_{\boldsymbol{v}}^{BV}(\boldsymbol{v})$ de la boucle va tendre vers l'infini lorsque sa vitesse $\boldsymbol{v}$ tendra vers la vitesse des ondes transversale c_t, de sorte que la condition suivante doit être satisfaite avant d'atteindre la vitesse limite $\boldsymbol{v}^2(R) \le c_t^2$. Cette condition implique l'existence d'une *distance critique* d_{cr} pour laquelle l'énergie de la boucle devient infinie $d_{cr} = 2\boldsymbol{G}_{grav} \boldsymbol{M}_0^{amas} / c_t^2$. Cette distance critique d_{cr} ne dépend que de la *masse* M_0^{amas} de l'amas, et n'existe évidemment que si le rayon de l'amas est inférieur à d_{cr}. Elle est appelée *le rayon de Schwarzschild* de l'amas et correspond en fait à la limite au-delà de laquelle la boucle ne peut irrémédiablement plus quitter l'amas puisqu'il lui faudrait alors une énergie infinie pour le faire. Ainsi, l'amas de masse M_0^{amas} dont le rayon R_{amas} satisferait la condition $R_{amas} < d_{cr}$ serait en fait un *trou noir* qui absorberait irrémédiablement toute singularité qui aurait le malheur de s'approcher de lui à une distance $R \le R_{Schwarzschild}$. Ce *rayon de Schwarzschild* $R_{Schwarzschild} = 2\boldsymbol{G}_{grav} \boldsymbol{M}_0^{amas} / c_t^2$ est obtenu exactement de la même manière en Relativité, de sorte qu'il est identique dans notre approche et en

Relativité Générale.

Dans notre approche, nous avons déjà abordé la notion de trou noir en définissant à la figure 3.5 les conditions pour qu'une singularité du champ de gravitation se comporte comme un trou noir *vis-à-vis des ondes transversales*, en définissant le rayon r_{cr} de la *sphère des perturbations* autour de la singularité, à savoir la sphère au-delà de laquelle toute onde transversale est piégée par la singularité. En appliquant alors ces conditions à l'amas de masse M_0^{amas} générant le champ gravitationnel $\tau_{ext\,LD}^{amas}(r)$ de la figure 8.1, on obtient l'expression du rayon $r_{sphère}$ de la *sphère des perturbations* de l'amas sous la forme $r_{sphère} = 2\boldsymbol{G}_{grav}\boldsymbol{M}_0^{amas} / c_t^2$, c'est-à-dire la même valeur que le rayon de la sphère de Schwarzschild. En Relativité Générale, on définit la *sphère des photons*, c'est-à-dire la limite dans le voisinage d'un trou noir à partir de laquelle aucun photon ne peut s'échapper du trou noir, dont le rayon vaut $R_{sphère\ photons} = 3\boldsymbol{G}M / c^2$, à savoir les 3/2 du rayon de Schwarzschild[2]. On va revenir sur cette différence troublante.

Dans notre approche, le temps propre d'un ***HS*** s'écrit en fait de manière exacte comme un terme exponentiel proportionnel à $-1/r$. Avec cette expression exponentielle, on constate que le temps propre de l'observateur ***HS*** qui s'approche à très courte distance d'un amas *se dilate infiniment lorsque la distance r tend vers zéro.* En Relativité Générale, on dit que le temps propre du ***HS*** semble se dilater de manière infinie lorsque le ***HS*** s'approche d'une distance limite critique r_{cr} calculée sur la base de la métrique de Schwarzschild, lorsque $t_y \to 0$, ce qui conduit à la distance critique $r_{cr} = \boldsymbol{G}_{grav}\boldsymbol{M}_0^{amas} / c_t^2$. Cette distance limite est donc plus petite que le rayon de la sphère de Schwarzschild, le point de non-retour d'un trou noir. Or, il semble assez difficile d'imaginer que le temps d'un ***HS*** semble s'arrêter lorsque le ***HS*** atteint cette dis-

Réseau Cosmologique Parfait		*Relativité Générale*
$\begin{cases} y_i = \mathrm{e}^{\frac{G_{grav}M_0^{amas}}{c_t^2 r}} x_i \\ t_y = \mathrm{e}^{\frac{G_{grav}M_0^{amas}}{c_t^2 r}} t \end{cases}$	*lois de transformation*	$\begin{cases} y_i = \left(1 + \frac{G}{c^2}\frac{M_0}{r} + \ldots\right) x_i \\ t_y = \left(1 - \frac{G}{c^2}\frac{M_0}{r}\right) t \end{cases}$
$R_{Schwarzschild} = 2\boldsymbol{G}_{grav}\boldsymbol{M}_0^{amas} / c_t^2$	*rayon de Schwarzschild*	$R_{Schwarzschild} = 2\boldsymbol{G}_{grav}\boldsymbol{M}_0^{amas} / c_t^2$
$R_{sphère\ photons} = 2\boldsymbol{G}_{grav}\boldsymbol{M}_0^{amas} / c_t^2$	*rayon de la sphère des photons*	$R_{sphère\ photons} = 3\boldsymbol{G}_{grav}\boldsymbol{M}_0^{amas} / c_t^2$
$R_{dilatation\ temps \to \infty} \to 0$	*rayon de dilatation infinie du temps*	$R_{dilatation\ temps \to \infty} \cong \boldsymbol{G}_{grav}\boldsymbol{M}_0^{amas} / c_t^2$
vecteur de courbure par flexion		*tenseur de courbure d'Einstein*
$\vec{\chi} = -\frac{4K_2/3 + 2K_1}{2(K_2+K_3)}\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\tau + \frac{1}{2(K_2+K_3)}\left(n\frac{d\vec{p}}{dt} - \overrightarrow{\mathrm{grad}}F^{déf}\right) + \frac{K_3}{K_2+K_3}\vec{\lambda}$ *champ «gravifique»* *vecteur d'énergie-impulsion* *charge de flexion*		$\boldsymbol{G} = 8\pi\boldsymbol{T}$ *tenseur d'énergie-impulsion*
divergence de l'équation de Newton: équation de mouvement pour les distorsions «gravitationnelles»		*divergence du tenseur d'énergie-impulsion: équation de mouvement gravitationnelle*
$\vec{\nabla}\vec{\chi} = \mathrm{div}\left[\frac{1}{2(K_2+K_3)}\left(n\frac{d\vec{p}}{dt} - \overrightarrow{\mathrm{grad}}F^{déf}\right) - \frac{4K_2/3+2K_1}{2(K_2+K_3)}\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\tau + \frac{K_3}{K_2+K_3}\vec{\lambda}\right] = \theta$		$\vec{\nabla} \bullet \boldsymbol{T} = 0$

Figure 8.7 *- Comportement comparé du réseau cosmologique parfait avec la relativité générale d'Einsetien*

[2] *Schwarzschild, K. (1916). On the gravitational field of a point mass according to Einstein's theory. Sitzber. Preuss. Akad. Wiss., Physik-Math. Kl., Vol. 189, pp.189-196. (translated by Helga and Roger Stuewer).*

tance critique, et il est étonnant que cette distance critique soit la moitié du rayon de Schwarzschild, et non pas simplement le rayon de Schwarzschild lui-même, ou bien alors le rayon nul comme dans notre approche.

En Relativité Générale, les trous noirs les plus simples sont caractérisés par trois rayons critiques: le *rayon de la sphère des photons* qui vaut $R_{sphère\ photons} = 3\boldsymbol{G}M / c^2$, le *rayon de l'horizon ou du point de non-retour*, appelé aussi *rayon de Schwarzschild*, qui vaut $R_{Schwrzschild} = 2\boldsymbol{G}M / c^2$ et *le rayon pour lequel la dilatation du temps de l'observateur tend vers l'infini*, qui vaut approximativement $R_{dilatation\ temps\to\infty} \cong \boldsymbol{G}M / c^2$. Le fait qu'il existe trois rayons différents pour les trous noirs en Relativité Générale est assez intriguant, tout comme d'ailleurs l'existence d'un rayon non nul pour lequel la dilatation du temps de l'observateur tend vers l'infini. C'est d'ailleurs essentiellement pour cette raison qu'on dit qu'il n'est pas possible de décrire par la Relativité Générale la physique des objets qui tombent dans un trou noir au-delà de la sphère de Schwarzschild.

Dans notre approche au contraire, les rayons de la sphère des perturbations et du point de non-retour sont tous les deux semblables au rayon de Schwarzschild ($2\boldsymbol{G}M / c^2$), ce qui est très satisfaisant pour l'esprit, car il n'existe ainsi qu'une seule limite représentant *l'horizon d'un trou noir*. D'autre part, il n'existe pas dans notre approche de rayon limite pour lequel la dilatation du temps de l'observateur tendrait vers l'infini, de sorte que notre approche n'est pas limitée pour la description d'un trou noir au-delà de la sphère de Schwarzschild. Or notre approche est équivalente à la Relativité Générale tant que le champ de gravitation est faible et satisfait la condition $\tau^{amas}_{ext\ LD}(r) < 1$. La raison en est que ce sont les deux effets expérimentalement vérifiés, à savoir la dilatation du temps et la courbure des rayonnements en champs faibles, qui ont été choisies pour rendre notre approche identique à celle de la Relativité Générale en champ gravitationnel faible. Par contre, notre approche devient différente pour les champs de gravitation forts, comme le montrent les expressions comparées des lois de transformation dans la figure 8.7, ce qui explique les différences que nous venons de décrire en ce qui concerne les différents rayons caractéristiques des trous noirs.

De l'analogie formelle entre l'équation de courbure spatiale 3D du réseau cosmologique et l'équation d'Einstein du champ de courbure 4D en relativité générale

La courbure spatiale locale du réseau cosmologique, telle que mesurée par l'observateur ***GO***, est caractérisée par *le vecteur de courbure par flexion* $\vec{\chi} = -\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{\omega} + \vec{\lambda}$, parfaitement décrit dans la figure 2.6. Il est remarquable de constater que ce vecteur de flexion peut être directement obtenu à partir de l'*équation de Newton* du réseau cosmologique (figure 3.1). On obtient ainsi la valeur du champ de flexion dans le réseau cosmologique sous la forme représentée à la figure 8.7. On en déduit par conséquent que l'existence d'une *courbure topologique locale du réseau* vue par le ***GO*** via le vecteur de flexion dépend à la fois de trois termes:

- le gradient de l'expansion volumique locale, qui n'est rien d'autre que le gradient du *champ «gravitationnel»* τ *au sein du réseau,*
- les variations temporelles de la quantité de mouvement local du réseau et le gradient de la densité d'énergie élastique $F^{él}$ stockée dans le réseau, terme qu'on pourrait qualifier de *«vecteur énergie-impulsion» dû aux singularités présentes dans le réseau,*
- la densité $\vec{\lambda}$ de charges de flexion au sein du réseau, qui reflète la présence de *singularités*

topologiques au sein du réseau, comme des dislocations et/ou des désinclinaisons.

Par contre, pour un observateur local ***HS***, à la fois *ses règles et son horloge dépendent de l'expansion volumique locale*, de sorte qu'une équation similaire à l'équation du champ de flexion devrait nécessairement devenir *une équation quadri-dimensionnelle de courbure de l'espace-temps*, que nous n'allons évidemment pas chercher à établir ici.

L'opération *consistant à prendre la divergence du champ de courbure,* à savoir $\mathrm{div}\,\vec{\chi} = \mathrm{div}\,\vec{\lambda} = \theta$, permet d'écrire une deuxième équation représentée à la figure 8.7. Cette relation montre que *la divergence du vecteur de flexion est égale à la densité de charges de courbure* dues aux singularités topologiques contenues dans le réseau, et est par conséquent nulle s'il n'existe pas de charges de courbure. De plus, dans le cas où il n'existe pas de charges de courbure, *la divergence du vecteur de flexion n'est rien d'autre que la divergence de l'équation de Newton du réseau,* c'est-à-dire l'équation de mouvement pour la partie divergente des distorsions, à savoir les distorsions «gravitationnelles» par expansion volumique.

La première relation donnant la courbure spatiale du réseau à partir de l'équation de Newton du réseau est l'analogue tridimensionnel de *l'équation quadridimensionnelle de champ d'Einstein de la Relativité Générale*[3], qui s'écrit $\boldsymbol{G} = 8\pi\boldsymbol{T}$, dans laquelle $\boldsymbol{G}$ est le fameux *tenseur de courbure d'Einstein (Einstein tensor)*, qui s'exprime en termes du *tenseur de courbure de Ricci*, correspondant à une certaine partie du *tenseur de Riemann* qui décrit les courbures de l'espace-temps $\boldsymbol{G}_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}R/2$. Quant au tenseur $\boldsymbol{T}$, c'est un *«objet géométrique»* appelé le *tenseur d'énergie-impulsion (stress-energy tensor)* qui caractérise la matière contenue dans l'espace.

Cette équation de champ d'Einstein montre comment le tenseur d'énergie-impulsion de la matière génère une courbure moyenne de l'espace-temps dans son voisinage. Elle permet entre autre de calculer le champ de courbure statique d'un objet massif, ou bien la génération d'ondes de gravitation par un objet massif mobile. De plus, elle contient aussi les équations de mouvement («équations de Newton») pour la matière dont le tenseur d'énergie-impulsion génère la courbure de l'espace-temps.

Dans le cas de l'équation de champ d'Einstein, il faut encore noter que le tenseur d'énergie-impulsion est un tenseur à divergence nulle $\vec{\nabla} \bullet \boldsymbol{T} = 0$, ce qui assure que les lois de conservation de l'énergie et du moment cinétique sont respectées. Cette équation $\vec{\nabla} \bullet \boldsymbol{T} = 0$ représente donc en fait *l'équation de mouvement de la matière* en Relativité Générale.

Il existe très clairement une analogie forte entre l'équation de champ d'Einstein $\boldsymbol{G} = 8\pi\boldsymbol{T}$ et l'équation donnant le champ de flexion $\vec{\chi}$ dans le cas du réseau cosmologique, décrite dans le tableau 8.7, car cette dernière relie aussi un «vecteur géométrique» de courbure spatiale à une sorte de «vecteur énergie-impulsion» au sein du réseau solide, qui contient à la fois les variations temporelles de la quantité de mouvement local du réseau, le gradient de l'expansion volumique locale, et le gradient de la densité d'énergie élastique $F^{él}$ stockée dans le réseau, grandeurs qui sont toutes influencées par la présence de charges de torsion ou de charges de courbure au sein du réseau. De plus, cette équation pour le champ de courbure par flexion $\vec{\chi}$ dérive directement de l'équation de Newton du réseau. Cependant, à la différence de l'équation de champ d'Einstein, qui décrit les courbures de l'espace-temps à 4 dimensions, cette équation

---

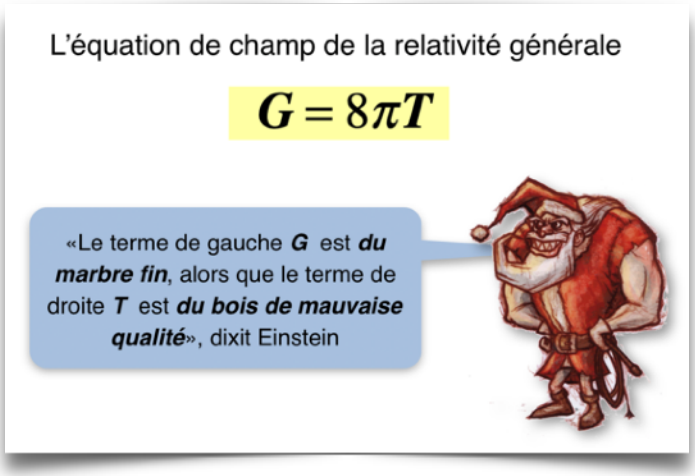
[3] *Un très bon exposé de la Relativité Générale d'Einstein peut se trouver dans:*
Ch. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, Gravitation, W.H. Freeman and Co, San Francisco 1973

est déduite par le ***GO*** qui a la chance de posséder une horloge absolue, de sorte qu'il n'existe pas de *«courbure du temps»* pour lui, et que, par conséquent, son équation de courbure est purement spatiale à 3 dimensions. Par contre, si on considérait la façon que devraient avoir les observateurs *«homo sapiens»* ***HS*** pour décrire le comportement gravitationnel qu'ils observent, *ils devraient tenir compte de la «courbure du temps»* puisque leurs horloges dépendent de l'état local d'expansion du réseau où ils se trouvent.

Dans le cas de l'équation de champ d'Einstein, l'équation $\vec{\nabla} \bullet \boldsymbol{T} = 0$ de la divergence du tenseur d'énergie-impulsion représente *l'équation des mouvements gravitationnels de la matière* en Relativité Générale, tout comme l'équation de la divergence de la courbure $\vec{\nabla}\,\vec{\chi} = \mathrm{div}\,\vec{\chi} = \mathrm{div}\,\vec{\lambda} = \theta$ représente la divergence de l'équation de mouvement de Newton du réseau, c'est-à-dire l'équation de mouvement pour les distorsions «gravitationnelles» du réseau par expansion volumique.

Mais la différence la plus importante entre les équations de champ d'Einstein et les équations du réseau cosmologique, c'est que *la notion de charges de courbure associées à des singularités topologiques n'existe pas dans les équations d'Einstein*, ce qui apparaît dans le fait que la divergence du tenseur énergie-impulsion est toujours nulle, de sorte qu'il n'existe pas d'équation similaire à l'équation $\mathrm{div}\,\vec{\chi} = \mathrm{div}\,\vec{\lambda} = \theta$ en Relativité Générale. Nous verrons dans la suite de ce livre que la notion de charges de courbure, absente dans les théories modernes de la relativité, de la physique quantique et de la physique des particules, permet d'expliquer un grand nombre de faits incompris par les théories modernes de la physique.

Il est très tentant de dire ici que *la notion de charges de courbure*, et que *l'équation géométrique pure* $\mathrm{div}\,\vec{\chi} = \mathrm{div}\,\vec{\lambda} = \theta$ répond à la question que se posait Einstein lorsqu'il disait que, dans l'équation de champ $\boldsymbol{G} = 8\pi\boldsymbol{T}$, le terme de gauche, le tenseur de courbure de Ricci, est constitué *de marbre fin*, alors que le terme de droite, le tenseur d'énergie-impulsion, est constitué *de bois de mauvaise qualité*, voulant exprimer par là que le terme de droite n'est qu'une représentation phénoménologique de la matière injectée dans l'équation de champ, qui n'est pas dérivée directement d'un principe premier comme l'est le terme de gauche. Dans notre approche par contre, le terme de droite de l'équation pour le champ de flexion $\vec{\chi}$ est bien fait *de marbre fin,* puisqu'il est dérivé directement d'un principe premier qui est *l'équation de Newton du réseau.*



De la dépendance des singularités topologiques du réseau en l'expansion du réseau

Dans le cas d'une boucle de désinclinaison vis ***(BV)***, on a vu que les dépendances en l'expansion volumique du rayon de la boucle, de son angle de torsion, de sa charge de rotation et

*La boucle de désinclinaison vis **(BV)**, source de charge électrique*

$$\begin{cases} R_{BV} = R_{BV0}\,\mathrm{e}^{\alpha_{BV}\tau} \\ \Omega_{BV} = \Omega_{BV0}\,\mathrm{e}^{\beta_{BV}\tau} \end{cases} \qquad \begin{cases} q_{\lambda BV} = q_{\lambda BV0}\,\mathrm{e}^{(2\alpha_{BV}+\beta_{BV})\tau} \\ M_0^{BV} = M_{00}^{BV}\,\mathrm{e}^{-7\tau/8} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \tau_{ext\,LD}^{BV}(r) \equiv -\dfrac{4G_{grav}}{c_t^2}\dfrac{M_0^{BV}}{r} \\ E_{dist}^{BV}(\tau^{externe}) \equiv M_0^{BV} c_t^2\,\mathrm{e}^{\tau^{externe}/8} \\ M_0^{BV} \cong \dfrac{1}{2c_t^2}\left(K_2+K_3\right)\zeta_{BV}R_{BV}^3\Omega_{BV}^2 \cong \left[\dfrac{1}{2c_{t0}^2}\left(K_2+K_3\right)\zeta_{BV}R_{BV0}^3\Omega_{BV0}^2\right]\mathrm{e}^{-7\tau_0/8} \end{cases}$$

*La boucle de dislocation coin prismatique **(BC)**, source de charge de courbure*

$$\begin{cases} R_{BC} = R_{BC0}\,\mathrm{e}^{\alpha_{BC}\tau} \\ \vec{B}_{BC} = \vec{B}_{BC0}\,\mathrm{e}^{\beta_{BC}\tau} \\ q_{\theta BC} = q_{\theta BC0}\,\mathrm{e}^{\beta_{BC}\tau} \end{cases}$$

$q_{\theta BC}$ $\begin{cases} >0 & \textit{si boucle lacunaire} \\ <0 & \textit{si boucle interstitielle} \end{cases}$

$M_{courbure}^{BC}$ $\begin{cases} >0 & \textit{si boucle lacunaire} \\ <0 & \textit{si boucle interstitielle} \end{cases}$

$$\begin{cases} \tau_{ext\,LD}^{BC}(r) \equiv -\dfrac{4G_{grav}}{c_t^2}\dfrac{M_{courbure}^{BC}+M_0^{BC}}{r} \\ E_{dist}^{BC}(\tau^{externe}) \equiv M_0^{BC} c_t^2\,\mathrm{e}^{(\alpha_{BC}+2\beta_{BC})\tau^{externe}} \\ M_0^{BC} \equiv \left(\dfrac{K_2}{K_3}\right)^2\dfrac{K_3\zeta_{BC}R_{BC}\vec{B}_{BC}^2}{c_t^2} \equiv \left[\left(\dfrac{K_2}{K_3}\right)^2\dfrac{K_3\zeta_{BC}R_{BC0}\vec{B}_{BC0}^2}{c_{t0}^2}\right]\mathrm{e}^{(\alpha_{BC}+2\beta_{BC}-1)\tau_0} \\ M_{courbure}^{BC} = -\dfrac{2\pi K_2}{5c_t^2}R_{BC}^2\vec{n}\vec{B}_{BC} = \left[-\dfrac{2\pi K_2}{5c_{t0}^2}R_{BC0}^2\vec{n}\vec{B}_{BC0}\right]\mathrm{e}^{(2\alpha_{BC}+\beta_{BC}-1)\tau_0} \end{cases}$$

*La boucle de dislocation mixte **(BM)**, source d'un moment dipolaire électrique*

$$\begin{cases} R_{BM} = R_{BM0}\,\mathrm{e}^{\alpha_{BM}\tau} \\ \vec{B}_{BM} = \vec{B}_{BM0}\,\mathrm{e}^{\beta_{BM}\tau} \end{cases} \qquad \begin{cases} \tau_{ext\,LD}^{BM}(r) \equiv -\dfrac{4G_{grav}}{c_t^2}\dfrac{M_0^{BM}}{r} \\ E_{dist}^{BM}(\tau^{externe}) \equiv M_0^{BM} c_t^2\,\mathrm{e}^{(\alpha_{BM}+2\beta_{BM})\tau^{externe}} \\ M_0^{BM} \equiv \dfrac{K_2+K_3}{4c_t^2}\zeta_{BM}R_{BM}\vec{B}_{BM}^2 \equiv \left[\dfrac{K_2+K_3}{4c_{t0}^2}\zeta_{BM}R_{BM0}\vec{B}_{BM0}^2\right]\mathrm{e}^{(\alpha_{BM}+2\beta_{BM}-1)\tau_0} \end{cases}$$

*La lacune macroscopique **(L)**, analogue d'un trou noir*

$$M_{grav}^{(L)}(\tau_0) \begin{cases} <0 & \Leftrightarrow & \tau_0 < -1 \\ >0 & \Leftrightarrow & -1 < \tau_0 < \tau_{0cr} \\ <0 & \Leftrightarrow & \tau_0 > \tau_{0cr} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_L = \sqrt[3]{\dfrac{3N_L}{4\pi n_0\,\mathrm{e}}} \\ \tau_{ext}^{(L)}(r) \equiv -\left(1+\tau_0+\tau^{externe}\right)\dfrac{R_L}{r} \equiv -\dfrac{4G_{grav}}{c_t^2}\dfrac{M_{grav}^{(L)}}{r} \\ E_{grav}^{(L)} \equiv M_{grav}^{(L)}c_t^2\left(1+\dfrac{\tau^{externe}}{(1+\tau_0)}\right) \\ M_{grav}^{(L)} \equiv \dfrac{R_\infty^2}{c_t^2}\sqrt[3]{\dfrac{6\pi^2 N_L}{n_0\,\mathrm{e}}}\left(K_0-4K_2/3-2K_1(1+\tau_0)\right)(1+\tau_0) \\ \qquad \equiv \left[mR_{\infty 0}^2\sqrt[3]{6\pi^2\,\mathrm{e}^{-1}n_0^2N_L}\right]\dfrac{\left(K_0-4K_2/3-2K_1(1+\tau_0)\right)(1+\tau_0)}{K_2+K_3}\,\mathrm{e}^{-\frac{\tau_0}{3}} \end{cases}$$

*L'interstitiel macroscopique **(I)**, analogue d'une étoile à neutrons*

$$M_{grav}^{(I)}(\tau_0) \begin{cases} >0 & \Leftrightarrow & \tau_0 < \tau_{0cr} \\ <0 & \Leftrightarrow & \tau_0 > \tau_{0cr} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_I \equiv \sqrt[3]{\dfrac{3N_I}{4\pi n}} \equiv \sqrt[3]{\dfrac{3N_I}{4\pi n_0}}\,\mathrm{e}^{\frac{\tau_0}{3}} \\ \tau_{ext}^{(I)}(r) \equiv -\dfrac{4G_{grav}}{c_t^2}\dfrac{M_{grav}^{(I)}}{r} \\ E_{grav}^{(I)} \equiv M_{grav}^{(I)}c_t^2\,\mathrm{e}^{\tau^{externe}} \\ M_{grav}^{(I)} \equiv \dfrac{N_I}{nc_t^2}\left(K_0-4K_2/3-2K_1(1+\tau_0)\right) \equiv mN_I\,\dfrac{K_0-4K_2/3-2K_1(1+\tau_0)}{K_2+K_3} \end{cases}$$

***Figure 8.8** - Dépendance des singularités topologiques du réseau en l'expansion volumique du réseau*

de sa masse d'inertie s'écrivent en introduisant des constantes α_{BV} et β_{BV}, ce qui permet de déduire plusieurs relations importantes pour la boucle de désinclinaison vis en présence d'un champ d'expansion de fond τ_0 et/ou d'un champ d'expansion extérieur $\tau^{externe}$ généré par d'autres singularités, relations qui sont reportées dans le tableau de la figure 8.8.

Dans le cas d'une boucle de dislocation coin prismatique ***(BC)***, on ne connaît pas à priori les dépendances en l'expansion volumique du rayon de la boucle, du vecteur de Burgers et de la charge de courbure. On introduit donc de nouvelles *constantes d'expansion* α_{BC} et β_{BC} de telle sorte qu'on puisse écrire les relations pour le rayon de la boucle R_{BC}, pour le vecteur de Burgers $\vec{\boldsymbol{B}}_{BC}$ et pour la charge de courbure $\boldsymbol{q}_{\theta BC}$ sous la forme représentée au tableau 8.8. Ces constantes d'expansion α_{BC} et β_{BC} ne sont pas connus. La dépendance du rayon de la boucle devrait assurément être similaire à celle de la boucle de désinclinaison vis, soit $\alpha_{BC} = 1/4$, mais elle pourrait aussi être similaire à la dépendance du pas de réseau, soit $\alpha_{BC} = 1/3$. Quant à la dépendance du vecteur de Burgers, qui doit être un vecteur du réseau, elle devrait prendre en principe la valeur $\beta_{BC} = 1/3$. Mais pour l'instant, on ne fera pas de choix de ces valeurs, et on conservera les paramètres α_{BC} et β_{BC}, car les valeurs exactes de ces paramètres ne sont pas appelés à jouer un rôle crucial pour la suite de la théorie. Les expressions de R_{BC}, de $\vec{\boldsymbol{B}}_{BC}$ et de $\boldsymbol{q}_{\theta BC}$ ainsi obtenues permettent d'écrire quatre relations importantes pour une boucle de dislocation coin prismatique en présence d'un champ d'expansion de fond τ_0 et/ou d'un champ d'expansion extérieur $\tau^{externe}$ généré par d'autres singularités, en se rappelant que la charge de courbure et la masse de gravitation associée à la charge de courbure peuvent être positives ou négatives suivant la nature de la charge, comme indiquer dans le tableau de la figure 8.8.

Dans le cas d'une boucle de dislocation mixte de glissement, on ne connaît pas non plus à priori les dépendances en l'expansion volumique du rayon de la boucle et de son vecteur de Burgers. On introduit donc des *constantes d'expansion* α_{BM} et β_{BM} de sorte à écrire les relations reportées dans la figure 8.8.

Nous avons vu, à partir de la dilatation du temps et de la courbure des rayons d'onde en champ gravitationnel faible, que les valeurs que doivent prendre les paramètres α_{BV} et β_{BV} associés aux boucles de désinclinaison vis ne peuvent pas être déterminées de manière simple et univoque, mais qu'elles doivent au moins satisfaire la relation $3\alpha_{BV} + 2\beta_{BV} = 1/8$. Pour les boucles de dislocation coin et mixte, il n'y a à nouveau pas d'effets expérimentaux connus qui pourraient permettre de déduire simplement la valeur des paramètres $\alpha_{BC}, \beta_{BC}, \alpha_{BM}, \beta_{BM}$. Les valeurs des différents paramètres $\alpha_{BV}, \beta_{BV}, \alpha_{BC}, \beta_{BC}, \alpha_{BM}, \beta_{BM}$ ne nous sont donc pas connus, hormis la relation $3\alpha_{BV} + 2\beta_{BV} = 1/8$. Mais les valeurs réelles de ces paramètres devraient fort probablement avoir des conséquences physiques qui devraient être accessibles par l'expérience.

Mais il existe encore une autre conséquence physique de ces paramètres beaucoup plus déroutante. En effet, si le rayon des boucles coin devait dépendre d'une valeur différente de 1/3, donc que $\alpha_{BC} \neq 1/3$, pour assurer l'existence de dispirations analogues aux électrons, cela signifierait que le nombre de sites lacunaires ou interstitiels de la boucle coin devrait varier si l'expansion locale change. Or, la seule possibilité pour varier ce nombre de sites est que *la boucle coin se comporte comme une source ou un puit de lacunes ou d'interstitiels en présence d'une variation de* τ. Et cet effet aurait des conséquences très étonnantes sur les équations de

$$\begin{cases} F_{grav}^{BV-BV} \cong G_{grav}\dfrac{M_{0(1)}^{BV}M_{0(2)}^{BV}}{d^2} \\ F_{grav}^{BC-BC} \cong (\alpha_{BC}+2\beta_{BC})G_{grav}\dfrac{M_{courbure(1)}^{BC}M_{0(2)}^{BC}+M_{courbure(2)}^{BC}M_{0(1)}^{BC}}{d^2}+2(\alpha_{BC}+2\beta_{BC})G_{grav}\dfrac{M_{0(1)}^{BC}M_{0(2)}^{BC}}{d^2} \\ F_{grav}^{BM-BM} \cong 2(\alpha_{BM}+2\beta_{BM})G_{grav}\dfrac{M_{0(1)}^{BM}M_{0(2)}^{BM}}{d^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{grav}^{BV-BC} \cong \dfrac{1}{2}G_{grav}\dfrac{M_{courbure}^{BC}M_{0}^{BV}}{d^2}+\left(\dfrac{1}{2}+4(\alpha_{BC}+2\beta_{BC})\right)G_{grav}\dfrac{M_{0}^{BV}M_{0}^{BC}}{d^2} \\ F_{grav}^{BV-BM} \cong \left(\dfrac{1}{2}+4(\alpha_{BM}+2\beta_{BM})\right)G_{grav}\dfrac{M_{0}^{BV}M_{0}^{BM}}{d^2} \\ F_{grav}^{BC-BM} \cong 4(\alpha_{BM}+2\beta_{BM})G_{grav}\dfrac{M_{courbure}^{BC}M_{0}^{BM}}{d^2}+4(\alpha_{BC}+2\beta_{BC}+\alpha_{BM}+2\beta_{BM})G_{grav}\dfrac{M_{0}^{BC}M_{0}^{BM}}{d^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{grav}^{BV-L} \cong \dfrac{1}{2}G_{grav}\dfrac{9+\tau_0}{1+\tau_0}\dfrac{M_{0}^{BV}M_{grav}^{(L)}}{d^2} \cong \dfrac{c_t^2}{8}(9+\tau_0)\dfrac{M_{0}^{BV}R_L}{d^2} \\ F_{grav}^{BC-L} \cong 4G_{grav}\dfrac{1}{1+\tau_0}\dfrac{M_{courbure}^{BC}M_{grav}^{(L)}}{d^2}+4G_{grav}\dfrac{1+(\alpha_{BC}+2\beta_{BC})(1+\tau_0)}{1+\tau_0}\dfrac{M_{0}^{BC}M_{grav}^{(L)}}{d^2} \\ \qquad \cong c_t^2\dfrac{M_{courbure}^{BC}R_L}{d^2}+c_t^2\left[1+(\alpha_{BC}+2\beta_{BC})(1+\tau_0)\right]\dfrac{M_{0}^{BC}R_L}{d^2} \\ F_{grav}^{BM-L} \cong 4G_{grav}\dfrac{1+(\alpha_{BM}+2\beta_{BM})(1+\tau_0)}{1+\tau_0}\dfrac{M_{0}^{BM}M_{grav}^{(L)}}{d^2} \cong c_t^2\left[1+(\alpha_{BM}+2\beta_{BM})(1+\tau_0)\right]\dfrac{M_{0}^{BM}R_L}{d^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{grav}^{BV-I} \cong \dfrac{9}{2}G_{grav}\dfrac{M_{0}^{BV}M_{grav}^{(I)}}{d^2} \cong \dfrac{3c_t^2}{4R_\infty^2}\dfrac{M_{0}^{BV}R_I^3}{d^2} \\ F_{grav}^{BC-I} \cong 4G_{grav}\dfrac{M_{courbure}^{BC}M_{grav}^{(I)}}{d^2}+4G_{grav}(1+\alpha_{BC}+2\beta_{BC})\dfrac{M_{0}^{BC}M_{grav}^{(I)}}{d^2} \\ \qquad \cong \dfrac{2c_t^2}{3R_\infty^2}\dfrac{M_{courbure}^{BC}R_I^3}{d^2}+\dfrac{2c_t^2}{3R_\infty^2}(1+\alpha_{BC}+2\beta_{BC})\dfrac{M_{0}^{BC}R_I^3}{d^2} \\ F_{grav}^{BM-I} \cong 4G_{grav}(1+\alpha_{BM}+2\beta_{BM})\dfrac{M_{0}^{BM}M_{grav}^{(I)}}{d^2} \cong \dfrac{2c_t^2}{3R_\infty^2}(1+\alpha_{BM}+2\beta_{BM})\dfrac{M_{0}^{BM}R_I^3}{d^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{grav}^{L-L} \cong \dfrac{8G_{grav}}{(1+\tau_0)}\dfrac{M_{grav(1)}^{(L)}M_{grav(2)}^{(L)}}{d^2} \cong \dfrac{c_t^4(1+\tau_0)}{2G_{grav}}\dfrac{R_{L(1)}R_{L(2)}}{d^2} \\ F_{grav}^{I-I} \cong 2G_{grav}\dfrac{M_{grav(1)}^{(I)}M_{grav(2)}^{(I)}}{d^2} \cong \dfrac{c_t^4}{18G_{grav}R_\infty^4}\dfrac{R_{I(1)}^3R_{I(2)}^3}{d^2} \\ F_{grav}^{L-I} \cong 4G_{grav}\dfrac{2+\tau_0}{1+\tau_0}\dfrac{M_{grav}^{(L)}M_{grav}^{(I)}}{d^2} \cong \dfrac{c_t^4}{6R_\infty^2}\dfrac{2+\tau_0}{G_{grav}}\dfrac{R_LR_I^3}{d^2} \end{cases}$$



Figure 8.9 *- L'ensemble des forces d'interaction gravitationnelles possibles entre les diverses singularités topologiques du réseau*

Maxwell, car en ce cas de flux divergent de lacunes ou d'interstitiels, l'équation de Maxwell $\mathrm{div}(n\vec{p}^{\,rot})=0$ devrait être remplacée par $\mathrm{div}(n\vec{p})\neq 0$, avec pour analogue $\mathrm{div}\,\vec{B}\neq 0$. Autrement dit, dans le cas où $\alpha_{BC}\neq 1/3$, *les boucles de dislocation coin se comporteraient comme des monopôles magnétiques en présence de variations de l'expansion du réseau cosmologique.* Or *cet effet devrait quant à lui être observable et mesurable par les observateurs* ***HS,*** qui devraient mesurer une très faible composante magnétique monopôle liée aux particules

contenant des boucles coin, et causée par la variation locale de l'expansion *(que les **HS** ne peuvent en principe pas mesurer).* Et cette composante monopôle des particules contenant des boucles coin devrait forcément exister *sous l'effet de l'expansion cosmologique de l'univers,* ce qui pourrait ouvrir un chapitre passionnant de notre approche.

Dans le cas d'une lacune macroscopique, on peut reprendre les relations obtenues à la figure 7.7a et les transformer de telle sorte à obtenir les diverses relations reportées dans le tableau 8.8 en présence d'un champ d'expansion de fond τ_0 et/ou d'un champ d'expansion extérieur $\tau^{externe}$ généré par d'autres singularités. On constate que la masse gravitationnelle de la lacune présente la propriété de changer de signe pour deux valeurs de l'expansion volumique de fond du réseau, et on se rappelle aussi que la lacune macroscopique est la seule singularité qui devient forcément un *trou noir* lorsque l'expansion volumique de fond du réseau satisfait la relation $\tau_0 > 1 - \tau^{externe}$.

Dans le cas d'un interstitiel macroscopique, on peut aussi reprendre les relations obtenues à la figure 7.8 et les transformer de telle sorte à obtenir les diverses relations reportées dans le tableau 8.8 en présence d'un champ d'expansion de fond τ_0 et/ou d'un champ d'expansion extérieur $\tau^{externe}$ généré par d'autres singularités. On constate que la masse gravitationnelle de l'interstitiel présente la propriété de changer de signe en fonction de la valeur de l'expansion volumique de fond du réseau.

L'ensemble des interactions gravitationnelles entre les diverses singularités du réseau

En utilisant les relations obtenues dans le tableau 8.8, on peut alors calculer les forces d'interaction gravitationnelle pouvant apparaître entre deux des singularités du réseau, en calculant l'accroissement d'énergie des deux singularités de par leur interaction, en fonction de la distance les séparant. Cet accroissement correspond donc à l'énergie gravifique d'interaction, et la dérivé de cette énergie par la distance séparant les deux singularités correspond à la force de gravitation entre les deux singularités. Comme on a décrit cinq singularités topologiques différentes dans le tableau 8.8, il est possible de calculer la force d'interaction gravifique dans 15 cas différents. En procédant à tous ces calculs longs et fastidieux, on obtient finalement l'ensemble de ces forces d'interaction gravitationnelles comme reportées dans la figure 8.9. Dans ce tableau, on constate plusieurs choses importantes:

- seule l'interaction entre les boucles de désinclinaison vis, porteuses de la charge «électrique» de rotation, *satisfait exactement la loi de gravitation de Newton*. Il faut noter que ces boucles présentent une énergie d'interaction beaucoup plus élevée que les autres types de boucles, et que *ce sont elles qui dominent par conséquent très largement les interactions gravitationnelles entre boucles*,
- toutes les autre interactions présentent une version quelque peu modifiée de l'interaction gravitationnelle. Entre les diverses boucles, les interactions dépendent toujours de la «constante» de gravitation G_{grav}, mais avec un facteur numérique additionnel qui peut contenir les paramètres inconnus $\alpha_{BC}, \beta_{BC}, \alpha_{BM}, \beta_{BM}$,
- dans le cas où une boucle de dislocation coin intervient, il existe toujours deux termes d'interaction, un dépendant de la masse de courbure $M^{BC}_{courbure}$ de la boucle coin, et l'autre dépendant de la masse d'inertie M^{BC}_0 de la boucle coin. Comme la masse de courbure de la boucle est beaucoup plus élevée que sa masse d'inertie, le terme contenant la masse de courbure domine

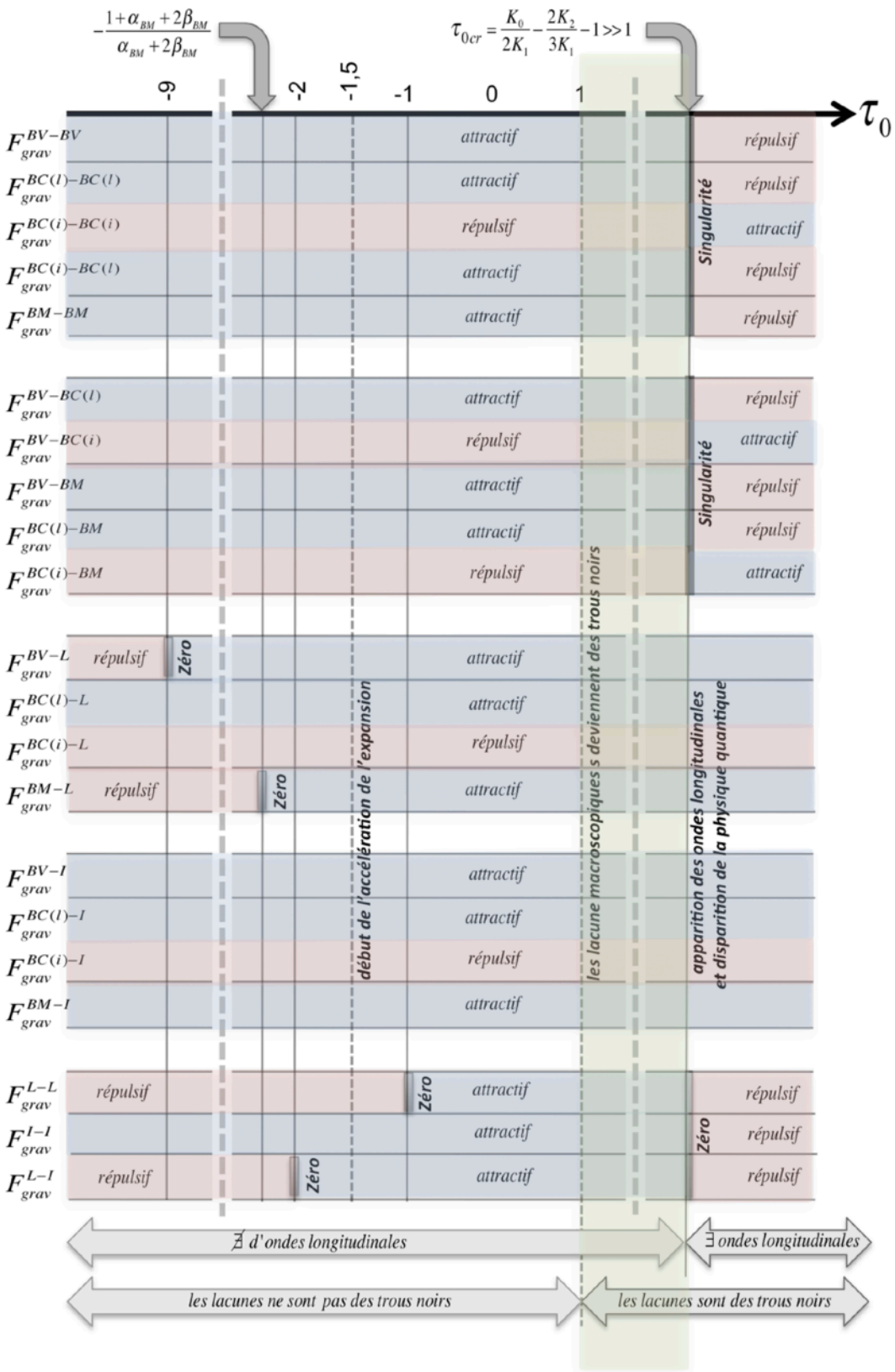


Figure 8.10 *- Comportements attractifs ou répulsifs des forces d'interaction «gravitationnelles» entre singularités en fonction de l'expansion de fond du réseau cosmologique*

largement dans l'expression de la force d'interaction. De plus, ce terme dominant peut correspondre à une force d'interaction attractive ou négative puisque la masse de courbure de la boucle coin est positive si la boucle est de type lacunaire et négative si la boucle est de type interstitiel,

- dans le cas où une lacune macroscopique ou un interstitiel macroscopique intervient, il y a deux formulations possibles de la force d'interaction gravitationnelle: la formulation qui fait intervenir les masses de gravitation $M_{grav}^{(L)}$ et $M_{grav}^{(I)}$ et qui ressemble à la formulation de la loi de Newton, mais qui présente le désavantage que les masses $M_{grav}^{(L)}$ et $M_{grav}^{(I)}$ dépendent fortement de l'expansion de fond du réseau, au point de changer de signe dans certains domaines d'expansion. C'est pourquoi on préférera utiliser la deuxième formulation qui fait intervenir les rayons R_L et R_I des singularités macroscopiques, et qui présente l'avantage d'être beaucoup plus simple à analyser en ce qui concerne le signe de l'interaction (attractive ou négative),
- sur la base de ces expressions des forces d'interaction «gravitationnelles» entre singularités, on peut déduire le comportement attractif ou répulsif de toutes les interactions du tableau 8.8 en fonction de l'évolution de l'expansion de fond τ_0 du réseau. C'est ce comportement qu'on a reporté dans la figure 8.10. Dans cette figure, on n'a pas respecté l'échelle des valeurs sur l'axe de l'expansion τ_0, surtout en ce qui concerne la valeur de τ_{0cr} qui est en fait extrêmement plus élevée ($\tau_{0cr} >> 1$) puisque $K_0 >> K_1$ dans le cas du réseau cosmologique parfait.

On constate que les interactions gravitationnelles évoluent fortement sous l'effet de l'expansion de fond du réseau cosmologique. Il y apparaît notamment des changements de signe des interactions, qui passent du mode attractif au mode répulsif ou vice-versa pour certaines valeurs d'expansion. Ces changements de signe de l'interaction correspondent soit à un *passage par zéro de la force d'interaction*, soit par l'apparition d'une *singularité de la force d'attraction*.

Il est évident que la figure 8.10 implique des conséquences très importante sur le comportement cosmologique des singularités du réseau, c'est-à-dire sur l'évolution des singularités au cours de l'expansion cosmologique du réseau. On reviendra sur ce sujet dans un prochain chapitre. Dans la figure 8.10, on a aussi reporté certains phénomènes associés à l'évolution de l'expansion de fond du réseau cosmologique, à savoir:

- tout d'abord, pour $\tau_0 = \tau_{0cr}$, le passage du domaine d'expansion sans ondes transversales, dominé par des modes propres longitudinaux localisés (sur lesquels on reviendra plus tard), au domaine d'expansion *où apparaît la réelle propagation d'ondes longitudinales*, et *où disparaît la physique quantique* comme nous le verrons par la suite,
- puis les domaines d'expansion dans lesquels les lacunes macroscopiques sont ou ne sont pas des trous noirs, avec une transition pour la valeur d'expansion $\tau_0 = 1$,
- la valeur d'expansion $\tau_0 = -3/2$ pour laquelle l'évolution du réseau cosmologique parfait (figure 3.10) passe du domaine de la fin de l'inflation (avec décroissance de la vitesse d'expansion) au domaine de l'expansion avec une vitesse d'expansion croissante (accélération de l'expansion),
- il est assez clair que le domaine qui est concerné par notre Univers actuel se situe entre les valeurs $\tau_0 = 1$ et $\tau_0 = \tau_{0cr}$, car c'est dans ce domaine qu'il n'y a pas d'ondes longitudinales et que les lacunes macroscopiques sont des trous noirs,
- on remarquera aussi que toutes les interactions qui font intervenir des boucles coin *BC(i)* de nature interstitielle sont répulsives dans le domaine entre $\tau_0 = 1$ et $\tau_0 = \tau_{0cr}$, ce qui va jouer

un rôle considérable dans l'évolution cosmologique de la matière,
- finalement, on n'a pas représenté dans la figure 8.10 les étapes de l'évolution cosmologique qui suivent la valeur critique $\tau_0 = \tau_{0cr}$, à savoir la fin de l'accélération de l'expansion, le passage par une valeur nulle de la vitesse d'expansion et finalement le retour vers une contraction du réseau cosmologique (voir figure 3.10).

Chapitre 9

La cohésion des dispirations coin-vis et la force faible

En considérant des singularités topologiques formées du couplage d'une boucle de désinclinaison vis avec une boucle de dislocation coin, qui sont appelées des *boucles de dispiration*, il apparaît *une force d'interaction similaire à un potentiel de capture,* avec *une portée très faible*, qui induit des interactions entre boucles présentant une analogie parfaite avec les *«interactions faibles»* entre particules élémentaires du Modèle Standard.

Précédemment, il est apparu la notion de *«masse de courbure»* des boucles de dislocation coin, qui correspond à la masse équivalente associée aux effets gravitationnels de *la charge de courbure de ces boucles*, et qui peut être positive dans le cas de boucles de nature lacunaire ou négative dans le cas de boucles de nature interstitielle. En fait, la charge de courbure et la masse de courbure qui lui est associée n'apparaissent dans aucune autre théorie physique, ni dans la Relativité Générale, ni dans la Physique Quantique, ni dans le Modèle Standard des particules élémentaires. Mais dans notre approche, c'est précisément cette masse de courbure qui devient responsable de l'apparition d'*une faible asymétrie* entre les particules (contenant hypothétiquement des boucles coin de nature interstitielle) et les anti-particules (contenant hypothétiquement des boucles coin de nature lacunaire), et cette faible asymétrie entre matière et antimatière sera appelée à jouer un rôle capital dans l'évolution cosmologique des singularités topologiques décrite au chapitre suivant.

Alors que le chapitre précédent présentait l'ensemble des interactions "gravitationnelles" à longue portée entre les diverses singularités topologiques du réseau cosmologique, ce chapitre s'intéresse à l*'interaction "gravitationnelle" à très courte portée* qui intervient entre une boucle de désinclinaison vis *(BV)* et une boucle de dislocation coin *(BC)* à cause de la perturbation d'expansion associée à la charge de courbure de la boucle coin et de la perturbation d'expansion à courte portée associée à la charge de rotation de la boucle vis.

On explique que cette *interaction entre charges de rotation et de courbure* correspond à *une force de répulsion à très courte portée en* $1/d^5$ *lorsque les deux boucles sont séparées*, mais qu'elle correspond à *une force de cohésion lorsque les deux boucles sont réunies sous forme d'une dispiration*.

Interactions à longue et courte portée entre une boucle de désinclinaison vis (BV) et une boucle de dislocation coin (BC)

Si une boucle de désinclinaison vis de rayon R_{BV} se rapproche suffisamment d'une boucle de dislocation coin de rayon R_{BC} , comme représenter à la figure 9.1, l'énergie d'interaction totale entre les deux boucles va faire intervenir les énergies associées aux champs gravitationnelles à longue portée, mais aussi une énergie d'interaction liée au champ de perturbation d'expansion à courte portée de la *boucle de désinclinaison vis.* En exprimant les champs à

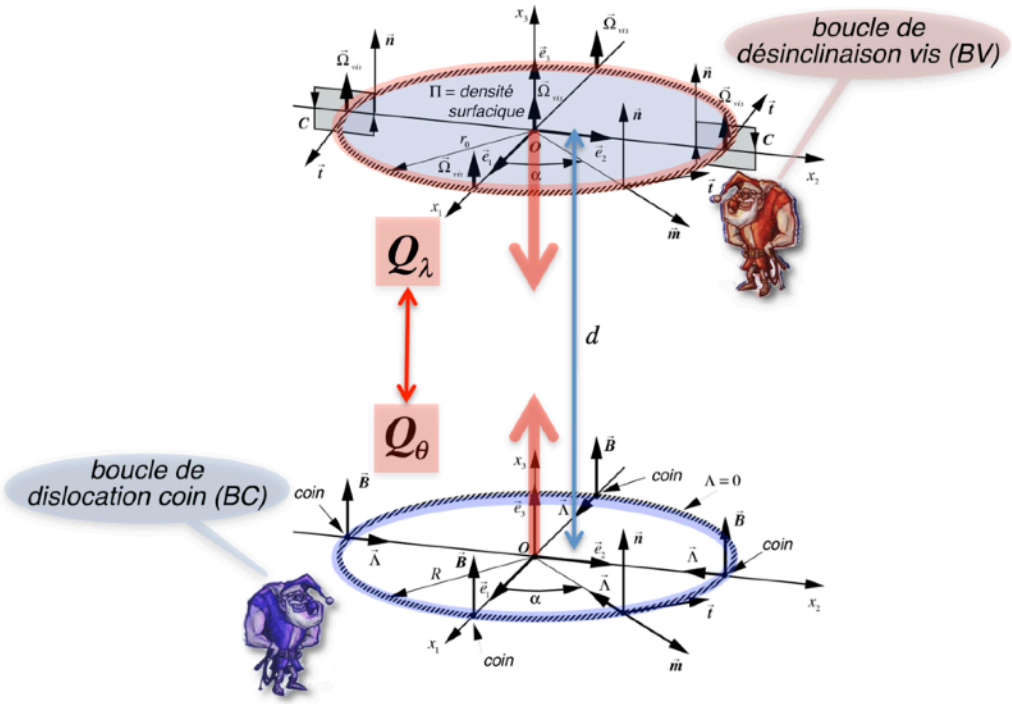


Figure 9.1 *- Interactions à longue et courte portée entre une boucle de désinclinaison vis (BV) et une boucle de dislocation coin (BC)*

longue portée en $1/r$ et à courte portée en $1/r^4$ de la boucle vis (figure 7.10), l'énergie de distorsion de la boucle de dislocation coin peut se calculer (figure 8.8), et de même en calculant le champ à longue portée en $1/r$ de la boucle coin (figure 7.11), l'énergie de distorsion de la boucle vis peut aussi se calculer (figure 8.8), de telle sorte que l'énergie totale d'interaction gravitationnelle entre les deux boucles s'écrit comme la somme de ces énergies de distorsion. En tenant compte du fait que la masse de courbure de la boucle coin est largement supérieure à sa masse d'inertie $\left|M^{BC}_{courbure}\right| >> M^{BC}_{0}$, l'énergie totale des deux boucles peut se simplifier, et on peut alors trouver l'accroissement d'énergie ΔE^{BV-BC}_{inter} par rapport à la somme des énergies des deux boucles lorsqu'elles n'interagissent pas, correspondant à l'énergie d'interaction des deux boucles. Après quelques calculs, on obtient la relation pour cet accroissement ΔE^{BV-BC}_{inter} comme exprimée à la figure 9.2.

A longue distance, c'est le terme en $1/d$ qui l'emporte, de sorte que l'énergie d'interaction est négative si $M^{BC}_{courbure} > 0$, c'est-à-dire si la boucle coin est de nature lacunaire, et elle est positive si $M^{BC}_{courbure} < 0$, c'est-à-dire si la boucle coin est de nature interstitielle (figure 9.2).

A courte distance, c'est le terme en $1/d^4$ qui l'emporte, de sorte que l'énergie d'interaction devient forcément positive (figure 9.2). Dans le cas de la boucle coin lacunaire, on a $M^{BC}_{courbure} > 0$, de sorte que l'énergie d'interaction passe par zéro pour $d = d_0$ dont la valeur est donnée dans la figure 9.2

A partir de l'accroissement d'énergie ΔE^{BV-BC}_{inter}, on peut déduire la force "gravitationnelle" d'interaction $\boldsymbol{F}^{BV-BC}_{grav}(d) = \partial \boldsymbol{E}^{BV-BC}_{inter} / \partial d$ entre les deux boucles grâce à la dérivé par rapport à la distance d. L'expression de cette force est aussi reportée dans la figure 9.2, et on constate qu'à longue distance, c'est le terme en $1/d^2$ qui l'emporte, de sorte que la force d'interaction

est négative, donc répulsive, si $M^{BC}_{courbure} < 0$, c'est-à-dire si la boucle coin est de nature interstitielle, et elle est positive, donc attractive, si $M^{BC}_{courbure} > 0$, c'est-à-dire si la boucle coin est de nature lacunaire.

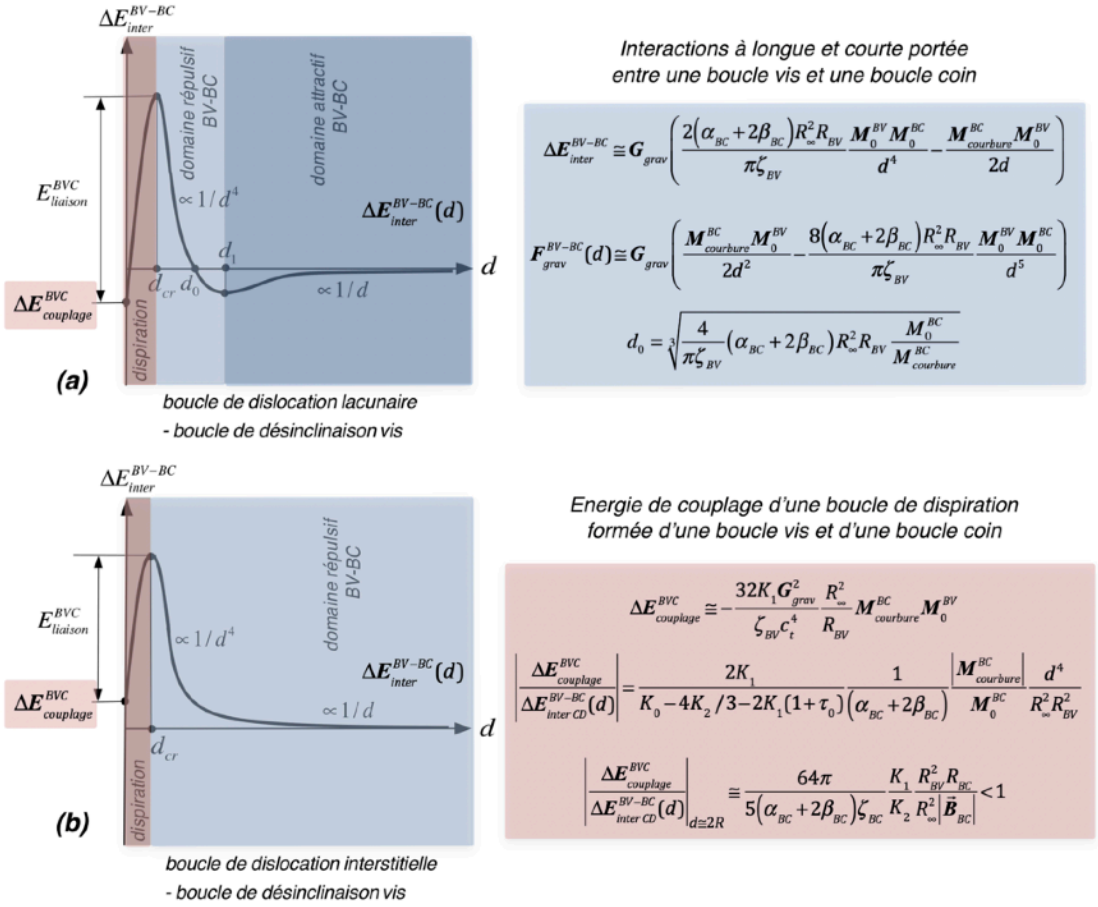


Figure 9.2 *- Potentiels d'interaction (de capture) entre une boucle de dislocation coin BC lacunaire* ***(a)*** *ou interstitielle* ***(b)*** *et une boucle de désinclinaison vis BV pour former une dispiration coin-vis BCV*

A courte distance, c'est le terme en $1/d^5$ qui l'emporte, de sorte que la force d'interaction devient forcément négative, donc répulsive. Dans le cas de la boucle coin lacunaire pour laquelle $M^{BC}_{courbure} > 0$, la force d'interaction passe par zéro pour $d_1 = d_0\sqrt[3]{4}$ et elle présente un maximum pour $d_2 = d_1\sqrt[3]{10}$.

L'énergie de couplage d'une boucle de dispiration vis-coin (BVC) formée d'une boucle vis (BV) et d'une boucle coin (BC)

Si une boucle de désinclinaison vis *(BV)* de rayon R_{BV} se combine à une boucle de dislocation coin *(BC)* de rayon $R_{BC} = R_{BV}$, on obtient une *Boucle de dispiration Vis-Coin (BVC)*. L'énergie élastique et l'énergie cinétique de cette boucle de dispiration est due au champ de rotation de la boucle vis, au champ d'expansion et de cisaillement de la boucle coin et au champ de vitesse dû aux deux boucles. Comme les divers champs des deux boucles sont tous orthogo-

naux et contenus dans le tore entourant la boucle de dispiration coin-vis, l'énergie relativiste de celle-ci est la somme des énergies relativistes *(20.47)* et *(20.48)* des deux boucles, et vaut simplement $E_{\boldsymbol{v}}^{BVC} = \left(M_0^{BV} + M_0^{BC}\right)c_t^2 / \gamma$.

Par contre, si on considère le champ externe des perturbations d'expansion associé à cette boucle de dispiration, on aura les champs à courte et longue distance de la boucle vis (figure 7.10) et les champs de la boucle coin (figure 7.11) qui vont se superposer à l'extérieur de la dispiration. L'énergie «gravitationnelle» de ce champ de perturbations peut se calculer, et on obtient alors les énergies individuelles des champs de perturbation de chacune des boucles, mais il s'y ajoute un nouveau terme de couplage entre les deux boucles, dû aux termes croisés d'interaction entre la boucle vis et la boucle coin qui interviennent dans un terme au carré $\left(\tau_{ext\,LD}^{BV}(r) + \tau_{ext\,CD}^{BV}(r) + \tau_{ext\,LD}^{BC}(r)\right)^2$. Ces termes de couplage contribuent à un accroissement d'énergie $\Delta E_{couplage}^{BVC}$ qui, en tenant compte du fait que $M_0^{BC} << \left|M_{courbure}^{BC}\right|$ et en ne conservant que le terme le plus important, est représenté par la valeur reportée dans la figure 9.2.

En fait, cette énergie est due au couplage du champ externe de perturbation d'expansion à courte portée dû à la charge de rotation de la boucle vis avec le champ externe de perturbation d'expansion dû à la charge de courbure de la boucle coin. C'est donc une interaction entre les charges de rotation et de courbure des deux boucles de la dispiration via leurs effets gravitationnels externes respectifs. On constate aussi que cette énergie de couplage est négative si $M_{courbure}^{BC} > 0$, c'est-à-dire si la boucle coin est de type lacunaire, et positive si $M_{courbure}^{BC} < 0$, c'est-à-dire si la boucle coin est de type interstitiel.

On peut maintenant comparer l'énergie d'interaction gravitationnelle à courte distance $\Delta E_{inter\,CD}^{BV-BC}(d)$ entre deux boucles distantes de d avec l'énergie de couplage $\Delta E_{couplage}^{DCV}$ au sein de la boucle de dispiration. Il vient la relation pour $\left|\Delta E_{couplage}^{BVC} / \Delta E_{inter\,CD}^{BV-BC}(d)\right|$ reportée à la figure 9.3. Pour une distance de l'ordre de $d \approx 2R_{BV}$, on a donc, si $\tau_0 << \tau_{0cr}$ et en se rappelant que $K_3 = K_0$ dans le réseau cosmologique parfait que $\left|\Delta E_{couplage}^{BVC} / \Delta E_{inter\,CD}^{BV-BC}(d)\right|_{d \cong 2R} < 1$. En effet, dans l'expression de la figure 9.2, il apparaît le rapport $R_{BV}^2 R_{BC} / R_\infty^2 \left|\boldsymbol{B}_{BC}\right|$ qui a toute les chances d'être beaucoup plus petit que l'unité, de sorte que la valeur absolue $\left|\Delta E_{couplage}^{BVC}\right|$ de l'énergie de couplage de la dispiration est assurément nettement plus petite que l'énergie d'interaction ΔE_{inter}^{BV-BC} entre les deux boucles lorsqu'elles sont séparées d'une distance $d \approx 2R_{BV}$.

On en déduit que *l'énergie potentielle d'interaction* ΔE_{inter}^{BV-BC} entre les deux boucles , en fonction de la distance d entre ces deux boucles se comporte en fait comme un *potentiel de capture* tel que celui représenté à la figure 9.2 dans le domaine "dispiration". Ce potentiel maintient liées les deux boucles au sein de la dispiration, avec une énergie de liaison $E_{liaison}^{BVC}$ correspondant à la différence d'énergie entre le maximum de l'énergie potentielle d'interaction ΔE_{inter}^{BV-BC} des boucles vis et coin séparées et l'énergie de couplage $\Delta E_{couplage}^{BVC}$ de la dispiration.

L'énergie potentielle d'interaction ΔE_{inter}^{BV-BC} représente une force répulsive en $1/d^5$ entre les deux boucles dès que celles-ci se sépare d'une distance supérieure à une certaine distance critique de l'ordre de $d_{cr} \approx 2R_{BV}$. Pour séparer les deux boucles de la dispiration, il suffit alors:
- soit d'une *fluctuation d'énergie* égale ou supérieure à l'énergie de liaison $E_{liaison}^{BVC}$ de la boucle de dispiration, de sorte à ce que les deux boucles individuelles se retrouvent à une distance $d > d_{cr}$ et se repoussent définitivement,
- soit que la boucle coin franchisse la barrière de potentiel par *effet tunnel* quantique, et que les boucles individuelles se retrouvent à une distance $d > d_{cr}$ et se repoussent définitivement.

De l'analogie avec l'interaction faible du Modèle Standard des particules élémentaires

L'interaction à courte portée que nous venons de décrire entre les charges de rotation et de courbure, respectivement d'une boucle de désinclinaison vis et d'une boucle de dislocation coin, présente une analogie remarquable avec *l'interaction faible du Modèle Standard des particules élémentaires.*

L'interaction faible du Modèle Standard est l'une des quatre forces fondamentales de la nature. Elle est responsable de la désintégration radio-active des particules élémentaires et elle affecte tous les fermions, à savoir les électrons, les neutrinos et les quarks. Dans le Modèle Standard, l'interaction faible est liée à l'échange de bosons massifs $\overline{W}^{+}$, W^{-} et Z^{0}, et elle permet d'expliquer les interactions faibles leptoniques, semi-leptoniques et hadroniques. C'est parce que cette interaction est de très courte portée et qu'elle est plus faible que l'interaction forte et que l'interaction électromagnétique qu'elle a été qualifiée d'interaction faible. D'autre part, elle a aussi la propriété de briser la symétrie de parité ***P*** et la symétrie ***CP***. Elle est aussi directement liée à la charge électrique puisque les interactions électromagnétiques et les interactions faibles ont pu être unifiées comme deux aspects d'une *interaction électrofaible*.

L'analogie entre l'interaction de courte portée entre une boucle coin et une boucle vis et l'interaction faible du Modèle Standard saute littéralement aux yeux. En effet:

- toutes deux sont à l'origine d'une liaison faible au sein des particules ou des boucles,
- les deux interactions ont une portée très faible,
- elles permettent toutes deux la décomposition d'une particule ou d'une boucle en d'autre particules ou d'autre boucles,
- la décomposition d'une particule ou d'une boucle de dispiration peut être obtenue par une fluctuation locale de l'énergie, ou un effet tunnel quantique, qui intervient évidemment de manière aléatoire, tout comme la désintégration radio-active associée à l'interaction faible est un phénomène statistique,
- l'interaction faible participe à la brisure de symétrie ***P*** et ***CP***, ce qui concorde avec le fait qu'il ait dissymétrie des interactions entre une boucle vis et une boucle coin lacunaire ou interstitielle (figure 9.2).

A titre d'exemple, considérons la désintégration faible faisant transformer le muon μ^{-} en électron e^{-} représentée à la figure 9.3. Cette interaction faible de type leptonique présente une décomposition initiale du muon μ^{-} en un neutrino muonique ν_{μ} et un boson massif W^{-}, puis la décomposition du boson massif W^{-} en un électron e^{-} et un anti-neutrino électronique $\overline{\nu}_{e}$.

Considérons alors la conjecture 8 qui stipule que «*les singularités de nature lacunaire correspondent par analogie à l'anti-matière et les singularités de nature interstitielle à la matière*». Sur cette base, supposons par exemple que la combinaison d'une boucle de désinclinaison vis BV^{-} avec une boucle de dislocation coin interstitielle $BC_{(1)}^{(i)}$ sous la forme d'une boucle de dispiration soit l'analogue de l'électron e^{-}, et imaginons que la combinaison d'une désinclinaison vis BV^{-} avec une boucle de dislocation coin interstitielle $BC_{(2)}^{(i)}$ *de topologie un peu différente* (voir chapitre 13) forme une boucle de dispiration analogue au muon μ^{-}. La désintégration faible faisant transformer le muon μ^{-} en électron e^{-} représentée à la figure 9.3(a) possèderait alors une désintégration analogue des boucles représentée à la figure 9.3(b). La dispiration initiale correspondant au muon μ^{-}, et composée du couple $BV^{-} + BC_{(2)}^{(i)}$ lié par la force

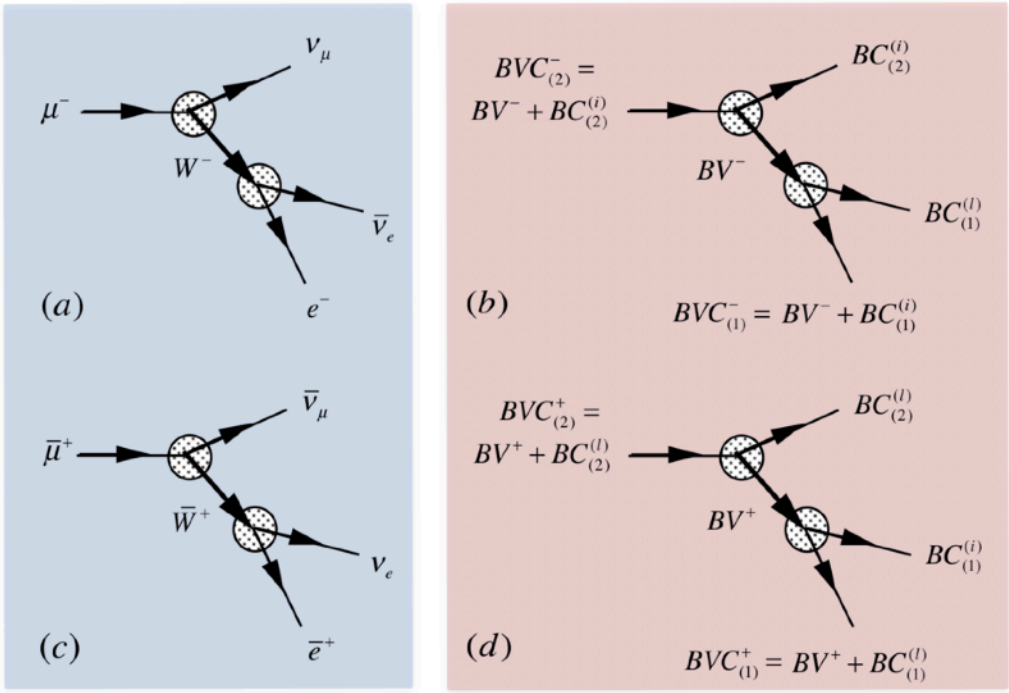


Figure 9.3 *- Analogie entre l'interaction faible leptonique* ***(a)*** *et* ***(c)*** *et les décompositions et recompositions de boucles de dispiration* ***(b)*** *et* ***(d)***

faible, se décompose en une boucle de désinclinaison vis BV^- portant la charge de rotation, et analogue au boson massif W^- portant la charge électrique, et en une boucle de dislocation coin interstitielle $BC^{(i)}_{(2)}$ analogue du neutrino muonique ν_μ. Ensuite, la boucle de désinclinaison vis BV^- se combine à une boucle de dislocation coin interstitielle $BC^{(i)}_{(1)}$ pour former une dispiration $BV^- + BC^{(i)}_{(1)}$, analogue de l'électron e^-, en émettant une boucle de dislocation coin lacunaire $BC^{(l)}_{(1)}$, anti-boucle de la boucle de dislocation coin interstitielle $BC^{(i)}_{(1)}$, et analogue de l'anti-neutrino électronique $\bar{\nu}_e$.

L'interaction faible correspondant à la transformation de l'anti-muon $\bar{\mu}^+$ en un positron $\bar{e}^+$ représentée à la figure 9.3(c) possède aussi son analogue parfait avec des boucles représenté à la figure 9.3(d). Mais cette fois, la boucle de désinclinaison vis est remplacée par l'anti-boucle BV^+ de charge de rotation opposée et les boucles coin lacunaires sont remplacées par des boucles coin interstitielles et vice-versa. Si on considère maintenant les interactions entre boucles des figures 9.3(b) et 9.3(d), on imagine immédiatement qu'il existe une dissymétrie entre ces deux réactions dues aux potentiels d'interaction légèrement différents dans le cas des boucles coin lacunaires et interstitielles (figure 9.2). Cette dissymétrie devient alors l'analogue de la violation de symétrie de parité ***P*** et de la symétrie ***CP*** dans le cas des interactions faibles. On reviendra en détail au chapitre 13 sur les structures topologiques des boucles de désinclinaison vis et des boucles de dislocation coin qui pourraient être impliquées dans les interactions faibles.

Chapitre 10

L'asymétrie matière-antimatière et son évolution cosmologique

Dans le cadre de notre analogie avec les grandes théories de la physique, on commence dans ce chapitre, *essentiellement qualitatif et prospectif*, par émettre quelques hypothèses en ce qui concerne la constitution de la matière et de l'anti-matière en supposant que particules et anti-particules sont constituées d'amas de singularités topologiques en boucles (de désinclinaison vis, de dislocation coin et de dislocation mixte) d'un réseau cosmologique parfait. La faible asymétrie existant entre matière et anti-matière est introduite en assumant que la matière est basée sur des boucles coin de nature interstitielle et que l'anti-matière est basée sur des boucles coin de nature lacunaire. En utilisant les résultats du chapitre 8, on verra que les interactions de nature gravitationnelle entre particules et anti-particules de l'Univers sont quasiment toutes attractives, tout en présentant une faible gradation des intensités d'interaction suivant le type de particules interagissant. Seules les forces qui font intervenir au moins une particule basée exclusivement sur un amas de boucles coin de nature interstitielle, qu'on interprétera comme des neutrinos, présentent quand à elles une nature répulsive.

Sur la base des comportements cosmologiques d'expansion du réseau et des interactions gravitationnelles entre singularités topologiques, on peut imaginer *un scénario très plausible d'évolution cosmologique des singularités topologiques* conduisant à la structure actuelle de notre Univers. Ce scénario se base entièrement sur le fait que, dans le cas des boucles de dislocation coin les plus simples, analogiquement similaires aux *neutrinos*, la *masse de courbure* domine la *masse d'inertie*, de sorte que les neutrinos devraient être les seules particules gravitationnellement répulsives, alors que les anti-neutrinos seraient quant à eux gravitationnellement attractifs. Cette assertion permet alors de donner une explication simple à plusieurs faits encore très mal compris dans l'évolution de la matière de l'Univers. *La formation des galaxies* pourrait correspondre à *un phénomène de précipitation* de la matière et de l'antimatière au sein d'*une mer de neutrinos répulsifs. La disparition de l'anti-matière* pourrait correspondre à *un phénomène de ségrégation* des particules et des antiparticules au sein des galaxies, due à leur légère différence de propriétés gravitationnelles, ségrégation au cours de laquelle les antiparticules se regrouperaient au centre des galaxies pour former finalement de *gigantesques trous noirs* au coeur des galaxies. Même la fameuse *«matière noire»* que les astrophysiciens ont dû inventer pour expliquer le comportement gravitationnel anormal de la périphérie des galaxies s'expliquerait alors très bien dans notre approche. En effet, la *«matière noire»* serait en fait la *mer de neutrinos répulsifs* dans laquelle auraient précipité et baigneraient les galaxies, qui, de par la force de compression qu'elle exerce sur la périphérie des galaxies, expliquerait le comportement gravitationnel anormal de celle-ci. Finalement, on montre aussi comment on peut aisément traiter la *constante de Hubble*, le *«redshift» des galaxies* et l'évolution du *fond diffus de rayonnement cosmologique* dans le cadre de notre approche.

De la constitution et de l'asymétrie de la matière et de l'anti-matière

L'existence de 15 forces d'interaction «gravitationnelles» différentes suivant la nature des singularités mises en jeu dans le tableau de la figure 8.9, ainsi que le comportement de ces forces en fonction de l'expansion de fond du réseau illustré dans la figure 8.10, permettent d'élaborer un scénario assez simple et tout à fait plausible de l'évolution cosmologique de notre Univers.

Partons de la conjecture 8, qui stipulait que les singularités de nature lacunaire correspondent par analogie à l'anti-matière et les singularités de nature interstitielle à la matière, pour introduire les hypothèses suivantes:

- les particules de matière (électron e^-, neutrino ν^0, neutron n^0, proton p^+, etc.) de l'Univers seraient constituées d'assemblages de boucles de désinclinaison vis, qui leur donnent leur charge électrique, de boucles de dislocation mixte, qui leur donnent leur champ électrique dipolaire, et de boucles de dislocation coin *de nature interstitielle*, qui leur donnent une *charge de courbure négative*,
- les particules d'anti-matière (positron $\overline{e}^+$, anti-neutrino $\overline{\nu}^0$, anti-neutron $\overline{n}^0$, anti-proton $\overline{p}^-$, etc.) de l'Univers seraient constituées d'assemblages de boucles de désinclinaison vis, qui leur donnent leur charge électrique, de boucles de dislocation mixte, qui leur donnent leur champ électrique dipolaire, et de boucles de dislocation coin *de nature lacunaire*, qui leur donnent une *charge de courbure positive*.

Si on accepte cette distinction entre particules et anti-particules, la charge de courbure positive ou négative due à la composante de boucles coin de nature interstitielle ou lacunaire, qui n'apparaît ni en Relativité Générale, ni dans le Modèle Standard des particules élémentaires, introduit une faible asymétrie entre particules et anti-particules *qui n'existe que dans notre approche*. Cette asymétrie n'est pas sans rappeler l'asymétrie observée expérimentalement entre particules et anti-particules en Physique des Particules, sans qu'on sache très bien quelle cause lui attribuée. Cette asymétrie affecte certaines propriétés des particules élémentaires (comme la violation de la symétrie ***CP***, action combinée d'une conjugaison de charge ***C*** et d'une symétrie par réflexion ***P***), mais pas la masse au repos de ces particules (liée à la non violation de la symétrie ***CPT***, action combinée d'une conjugaison de charge ***C***, d'une symétrie par réflexion ***P*** et d'une inversion du temps ***T***). Or, dans la physique actuelle, que ce soit la Physique des Particules ou la Gravitation Générale, il n'est jamais fait mention de la propriété de charge de courbure, puisque celle-ci ne peut apparaître que par l'approche des singularités topologiques de réseau que nous avons développée dans cet ouvrage. Cette propriété de charge de courbure propre aux singularités topologiques de réseau pourrait par conséquent être une excellente candidate pour expliquer l'asymétrie observée expérimentalement entre particules et anti-particules de matière.

Pour simplifier la suite de cet exposé, appelons donc dorénavant les diverses particules d'un nom générique suivant leur type:

- *particule* X ou Y une particule de matière comme un électron e^-, un muon μ^-, un tauon τ^-, un neutron n^0, un proton p^+ (ou toute autre particule élémentaire composée de quarks) qui fait intervenir des boucles de désinclinaison vis, donc des charges électriques, éventuellement des boucles de dislocation mixte en cas de champ électrique dipolaire et majoritairement des boucles de dislocation coin de nature interstitielle, donc *une charge de courbure négative*,
- *anti-particule* $\overline{X}$ ou $\overline{Y}$ une particule d'anti-matière comme un positron $\overline{e}^+$, un anti-muon $\overline{\mu}^+$,

un anti-tauon $\overline{\tau}^{+}$, un anti-neutron $\overline{n}^{0}$, un anti-proton $\overline{p}^{-}$ (ou toute autre particule composée de quarks) qui fait intervenir des boucles de désinclinaison vis, donc des charges électriques, éventuellement des boucles de dislocation mixte en cas de champ électrique dipolaire, et majoritairement des boucles de dislocation coin de nature lacunaire, donc *une charge de courbure positive*,

- *neutrino* ν^{0} une particule de matière correspondant au neutrino électronique ν_{e}, au neutrino muonique ν_{μ} ou au neutrino tauique ν_{τ}, qui ne fait pas intervenir de boucles de désinclinaison vis et de boucles de dislocation mixte, mais uniquement des boucles de dislocation coin de nature interstitielle, donc *une charge de courbure négative*,

- *anti-neutrino* $\overline{\nu}^{0}$ une particule d'anti-matière correspondant à l'anti-neutrino électronique $\overline{\nu}_{e}$, à l'anti-neutrino muonique $\overline{\nu}_{\mu}$ ou à l'anti-neutrino tauique $\overline{\nu}_{\tau}$, qui ne fait pas intervenir de boucles de désinclinaison vis et de boucles de dislocation mixte, mais uniquement des boucles de dislocation coin de nature lacunaire, donc *une charge de courbure positive*.

A ces 4 types de particules ou anti-particules, on peut, grâce aux chapitres précédents, attribuer des masses d'inertie et des masses de courbure équivalentes, qui satisfont les relations de masse indiquées dans la figure 10.1 dans le cas des particules et anti-particules, et dans le cas des neutrinos et anti-neutrinos.

Ainsi, sans connaître au préalable la constitution exacte en terme de boucles de singularités des diverses particules et anti-particules, on peut déduire grâce à ces relations entre masses d'inertie et masses de courbure, des informations très pertinentes à propos du comportement des forces d'interaction gravitationnelles entre ces diverses particules. En effet, dans le cas de l'interaction entre particules X et anti-particules $\overline{X}$, on a, grâce au tableau 10.1, les relations d'inégalité suivantes entre les forces d'interaction gravitationnelle $\boldsymbol{F}_{grav}^{X-X} < \boldsymbol{F}_{grav}^{X-\overline{X}} < \boldsymbol{F}_{grav}^{\overline{X}-\overline{X}}$. Comme la masse de courbure est beaucoup plus faible que la masse d'inertie $M_{courbure}^{\overline{X}} << M_{0}^{\overline{X}}$ dans le cas d'une particule ou d'une anti-particule qui ne soit pas un neutrino, la différence entre ces forces d'interaction reste faible, mais elle assure tout de même une asymétrie entre particules et anti-particules (gravitationnellement, les particules s'attirent un peu moins fort que les anti-particules) qui pourrait jouer un rôle important dans l'évolution cosmologique de l'Univers, comme nous le verrons dans la section suivante.

Dans le cas de l'interaction entre particules X et Y, on a les relations d'inégalité suivantes entre les forces d'interaction gravitationnelle $\boldsymbol{F}_{grav}^{X-Y} < \boldsymbol{F}_{grav}^{\overline{X}-Y} \cong \boldsymbol{F}_{grav}^{X-\overline{Y}} < \boldsymbol{F}_{grav}^{\overline{X}-\overline{Y}}$ qui montrent à nouveau que les particules s'attirent un peu moins fort que les anti-particules.

Quant aux cas qui font intervenir uniquement les neutrinos, on déduit les relations suivantes pour les forces d'interaction: $\boldsymbol{F}_{grav}^{\nu^{0}-\nu^{0}} < 0$, $\boldsymbol{F}_{grav}^{\overline{\nu}^{0}-\overline{\nu}^{0}} > 0$, $\boldsymbol{F}_{grav}^{\nu^{0}-\overline{\nu}^{0}} \cong 0$, $\boldsymbol{F}_{grav}^{\nu^{0}-\nu^{0}} = -\boldsymbol{F}_{grav}^{\overline{\nu}^{0}-\overline{\nu}^{0}}$. Autrement dit, les neutrinos se repoussent, avec une force de même ampleur que les anti-neutrinos s'attirent. Quant à l'interaction entre un neutrino et un anti-neutrino, elle est extrêmement faible puisqu'elle fait intervenir le produit $(M_{0}^{\nu^{0}})^{2}$.

Finalement, en ce qui concerne les interactions entre particules et neutrinos, on obtient les relations suivantes: $\boldsymbol{F}_{grav}^{X-\nu^{0}} < 0$, $\boldsymbol{F}_{grav}^{X-\overline{\nu}^{0}} \cong 0$, $\boldsymbol{F}_{grav}^{\overline{X}-\nu^{0}} \cong 0$, $\boldsymbol{F}_{grav}^{\overline{X}-\overline{\nu}^{0}} > 0$. Ainsi, l'interaction entre un neutrino et une particule est répulsive. Entre un anti-neutrino et une anti-particule, elle est attractive. Et entre un neutrino et une anti-particule, ou entre un anti-neutrino et une particule, l'interaction peut être légèrement positive ou négative, mais de moindre ampleur que dans les deux premiers cas.

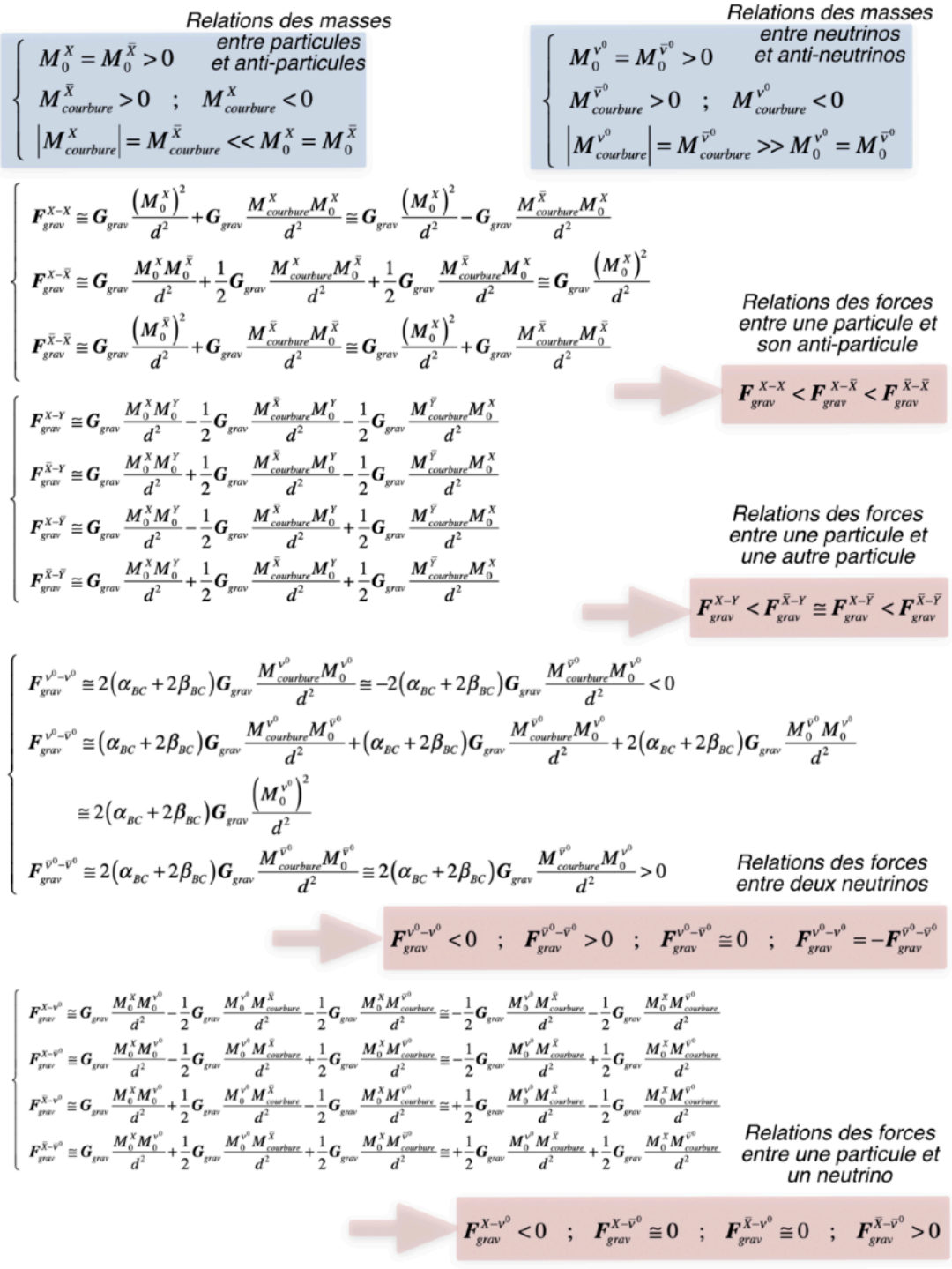


Figure 10.1 *- Relations de masses et de forces d'interaction entre particules (X ou Y), antiparticules ($\overline{X}$ ou $\overline{Y}$), neutrinos (ν^0) et antineutrinos ($\overline{\nu}^0$)*

Les effets de l'expansion cosmologique du réseau sur les interactions gravitationnelles

Avec les relations d'inégalité entre forces d'interaction gravitationnelle que nous venons d'obtenir pour les interactions entre particules, anti-particules, neutrinos et anti-neutrinos, on peut revenir à l'évolution cosmologique du réseau cosmologique parfait (figure 3.7 et 3.10), et y intégrer les comportements des forces gravitationnelles d'interaction entre particules. On obtient

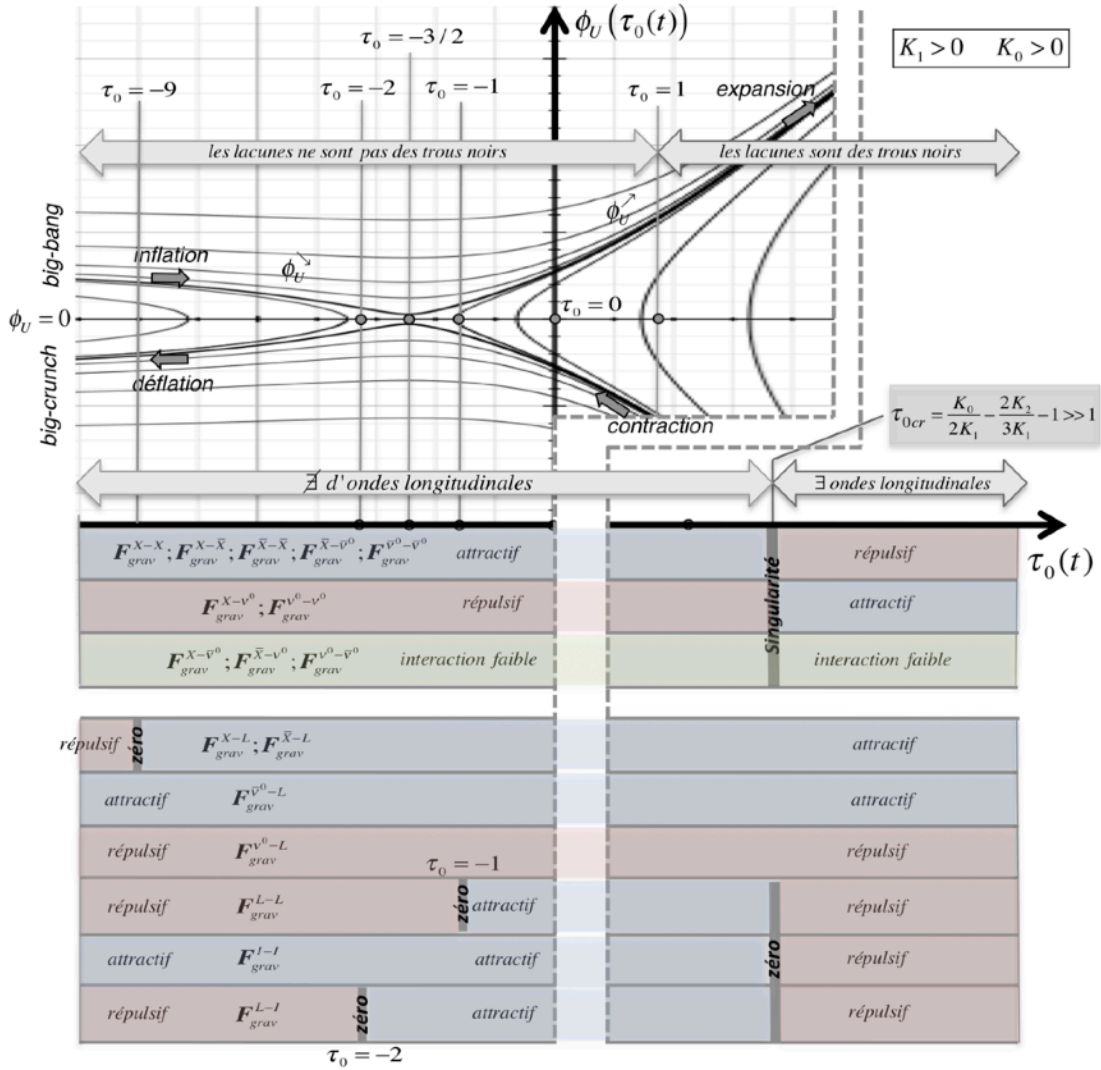


Figure 10.2 *- Comportement des forces d'interaction «gravitationnelles» en fonction de l'évolution cosmologique de l'expansion de fond du réseau*

le résultat de la figure 10.2.

Comme le montre cette figure, il apparaît une suite de valeurs caractéristiques de l'expansion $\tau_0(t)$ pour lesquelles il existe de soudaines modifications, soit du comportement de l'expansion cosmologique, soit du comportement des diverses forces d'interaction gravitationnelle. Dans cette figure, on a aussi reporté les forces d'interaction gravitationnelle faisant intervenir les lacunes macroscopiques (trous noirs dès que $\tau_0(t) \geq 1$) et les interstitiels macroscopiques (étoiles à neutrons). Parmi les valeurs caractéristiques importantes de l'expansion cosmologique du réseau, il y a:

- $\tau_0(t \to t_{init}) \to -\infty$, qui représente le *«big-bang»* initial du réseau au temps t_{init},
- $\tau_0(t) = -9$, qui représente la valeur d'expansion pour laquelle la force d'interaction entre une lacune macro et une particule ou une anti-particule passe de répulsive à attractive,
- $\tau_0(t) = -2$, qui représente la valeur d'expansion pour laquelle la force d'interaction entre une lacune macro et un interstitiel macro passe de répulsive à attractive,
- $\tau_0(t) = -3/2$, qui correspond au passage du stade de *l'inflation*, pendant laquelle la vitesse

d'expansion $\phi_U\left(\tau_0(t)\right)$ décroît, vers le stade de *l'expansion* pendant laquelle la vitesse d'expansion $\phi_U\left(\tau_0(t)\right)$ se remet à croître,

• $\tau_0(t)=-1$, qui correspond au passage du stade de répulsion entre lacunes macroscopiques au stade d'attraction entre lacunes macroscopiques,

• $\tau_0(t)=1$, qui représente la valeur d'expansion à partir de laquelle les lacunes macroscopiques deviennent des trous noirs,

• $\tau_0(t)=\tau_{0cr}$, qui représente *l'expansion critique* à partir de laquelle il apparaît des ondes longitudinales au sein du réseau au détriment des modes propres localisés de vibration de l'expansion, et qui représente aussi l'expansion critique pour laquelle plusieurs des forces d'interaction gravitationnelle changent de signe, soit en passant par une singularité infinie, soit en passant par une valeur nulle.

Au-delà de τ_{0cr}, l'évolution cosmologique du réseau passe du stade de *l'expansion*, pendant laquelle la vitesse d'expansion $\phi_U\left(\tau_0(t)\right)$ est positive, vers un stade de *contraction* pendant lequel la vitesse d'expansion $\phi_U\left(\tau_0(t)\right)$ devient négative, et qui se termine, après des stades de *contraction* et de *déflation*, par un *«big-crunch»* suivi d'un nouveau *«big-bang»* du réseau, donc par un *«big-bounce»* du réseau dû à l'énergie cinétique emmagasinée, comme le montrent bien les figures 3.7 et 3.10.

Un scénario plausible d'évolution cosmologique des singularités topologiques dans un réseau cosmologique parfait

Sur la base de la figure 10.2, un scénario plausible d'évolution des singularités topologiques du réseau cosmologique peut alors être imaginé, qui implique plusieurs étapes distincts pour arriver à l'état actuel de notre Univers:

(1) Hypothétique liquéfaction et solidification du réseau au cours du «big-bounce» et formation d'une «soupe chaude initiale» de boucles de singularités.

Dans le scénario d'un Univers «big-bounce» représenté aux figures 3.7 et 3.10, la contraction intense du réseau en fin de «big-crunch» doit assurément échauffer de manière extrême le réseau puisque sa compression devient gigantesque, ce qui pourrait amener à sa «liquéfaction». Il est évident qu'un tel phénomène, calqué sur notre connaissance de la matière usuel, n'est pas facile à imaginer, et présuppose qu'aux mailles du réseau soient associées des «particules étranges», qui seraient responsables de la masse associée au réseau (et qui correspondraient peut-être aux fameuses particules de Higgs du Modèle Standard). Pour que le réseau présente effectivement un phénomène de transition de phase par «liquéfaction», il faudrait que sa fonction d'état complète ne contienne pas seulement les termes d'énergie libre de déformation, mais aussi des termes thermiques conduisant à la transition de phase.

En supposant donc que le *«big-bang»* suivant le *«big-crunch»* se produise à partir d'un liquide très chaud de «particules étranges» massives, la phase d'inflation de l'évolution cosmologique devrait conduire à un refroidissement du liquide (à une diminution de son agitation thermique) et à une soudaine *«solidification»* du liquide sous la forme du *réseau cosmologique parfait* que nous avons introduit au chapitre 3. Au cours de cette transition de phase, il pourrait alors apparaître des *défauts de structure du réseau*, sous la forme de dislocations, de désinclinaisons, de boucles, de lacunes et d'interstitiels, et même de joints de grains, de façon très similaire à ce qu'il arrive par exemple lors de la solidification rapide d'un métal.

On pourrait parler d'une *«soupe chaude initiale»* de boucles de singularités, le terme de *soupe* incluant le fait d'une répartition initiale homogène des divers types de boucles de singularité et une mobilité très grande de ces boucles comme dans un liquide, alors que le terme *chaud* inclue la notion d'un réseau encore extrêmement chaud, autrement dit contenant une très grande quantité de *modes d'ondes transversales (photons)* et de *modes de vibrations longitudinales localisées (gravitons)*, impliquant une *très forte agitation thermique des boucles initiales*.

(2) Inflation du réseau et condensation des boucles de singularités en particules et en anti-particules.

Au cours de l'inflation du réseau cosmologique, et donc de son refroidissement, et dès que la température aura suffisamment baissé, les diverses boucles de dislocation et de désinclinaison vont se regrouper au sein de la «soupe chaude» pour former des dispirations topologiques localisées et complexes, formées de boucles de dislocation et de désinclinaison liées par la force d'interaction faible (chapitzre 9), et correspondant aux diverses particules élémentaires de matière (électron e^-, neutrino ν^0, neutron n^0, proton p^+, etc.) et d'anti-matière (positron $\overline{e}^+$, anti-neutrino $\overline{\nu}^0$, anti-neutron $\overline{n}^0$, anti-proton $\overline{p}^-$, etc.) de notre Univers. Quant à l'existence de telles combinaisons de boucles sous forme localisée, pouvant correspondre aux diverses particules élémentaires de notre Univers, elle sera discutée au chapitre 13 dans cet ouvrage.

(3) Formation des galaxies par précipitation de la matière et de l'anti-matière au sein d'une mer de neutrinos répulsifs.

Au sein de la soupe chaude, mélange initialement homogène de particules et d'anti-particules, il y a des particules et des anti-particules dont l'interaction gravitationnelle est attractive (électron e^-, neutron n^0, proton p^+, positron $\overline{e}^+$, anti-neutrino $\overline{\nu}^0$, anti-neutron $\overline{n}^0$, anti-proton $\overline{p}^-$, etc.), mais il y a aussi les divers neutrinos ν^0 dont l'interaction gravitationnelle avec les autres particules (tels que électron e^-, neutron n^0, proton p^+, positron $\overline{e}^+$, anti-neutron $\overline{n}^0$, anti-proton $\overline{p}^-$, etc.) est répulsive, ou alors quasi inexistante (avec les anti-neutrinos $\overline{\nu}^0$), et il y a évidemment aussi une mer de photons énergétiques interagissant fortement avec les particules et anti-particules chargées via le mécanisme de diffusion Compton. Cette situation liée à la composante de boucles de dislocation coin avec leur charge de courbure est tout à fait originale de notre approche, et va obligatoirement conduire à un phénomène connu, mais très difficile à expliquer à l'heure actuelle par les autres théories, à savoir *la formation initiale des galaxies*.

En effet, il est possible de faire un modèle extrêmement simplifié de la soupe chaude initiale et homogène de particules et anti-particules pour décrire la formation des galaxies. Considérons que la soupe chaude initiale forme une sorte de liquide composé des particules attractives X d'une part (électron e^-, neutron n^0, proton p^+, positron $\overline{e}^+$, anti-neutrino $\overline{\nu}^0$, anti-neutron $\overline{n}^0$, anti-proton $\overline{p}^-$, etc.) et des neutrinos ν^0 répulsifs d'autre part (neutrino électronique ν_e, neutrino muonique ν_μ et neutrino tauique ν_τ,), et essayons d'exprimer l'énergie libre d'interaction $f^{interaction}$ par particule au sein de ce mélange liquide. En introduisant les concentrations C_{ν^0} et $C_X = 1 - C_{\nu^0}$ de neutrinos ν^0 répulsifs et de particules attractives X au sein du mélange, l'énergie libre d'interaction peut s'écrire comme la somme d'un terme d'énergie interne d'interaction et d'un terme entropique de mélange, comme représenté dans la première formule de la figure 10.3, où z est le nombre de coordination moyen, qui représente le nombre moyen

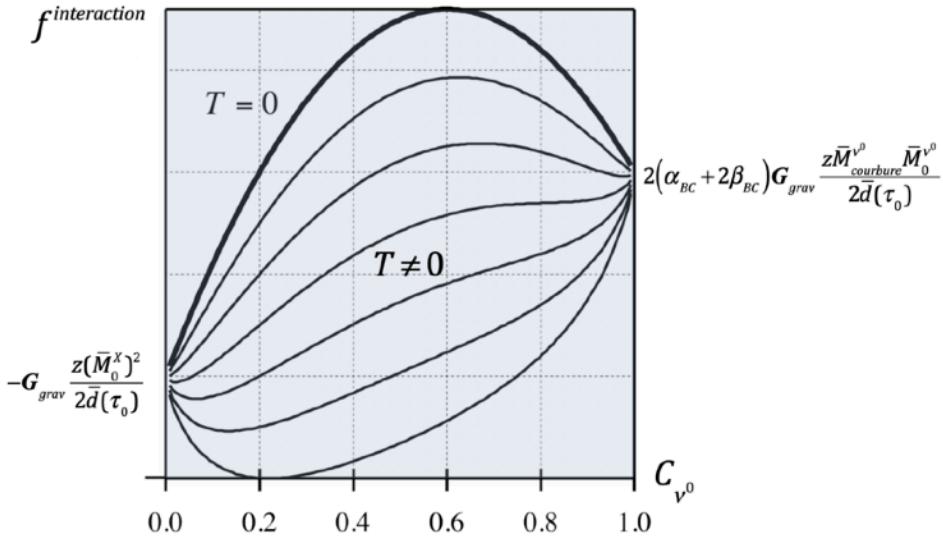


Figure 10.3 *- L'énergie libre d'interaction par particule au sein de la soupe chaude initiale de particules en fonction de la concentration C_{ν^0} de neutrinos répulsifs et pour différentes températures du réseau*

de particules voisines avec lesquelles une particule peut former une interaction de paire et où le facteur 1/2 est introduit pour ne pas compter deux fois chaque interaction[1].

En introduisant alors une valeur moyenne de la masse d'inertie des particules attractives $\bar{M}^{X}_{0} > 0$ et des neutrinos $\bar{M}^{\nu^0}_{0} > 0$, ainsi que la masse de courbure moyenne $\bar{M}^{\nu^0}_{courbure} < 0$ des neutrinos de matière, et en supposant une distance moyenne $\bar{d}(\tau_0)$ entre les particules dans la soupe chaude homogène initiale, on peut exprimer très approximativement l'énergie libre d'interaction par particule sous la forme de la deuxième relation de la figure 10.3. Si on représente cette énergie libre d'interaction en fonction de la concentration C_{ν^0} de neutrinos pour différentes températures du réseau, comme dans le diagramme de la figure 10.3, on constate qu'à haute température l'énergie libre minimum est obtenue par un mélange homogène des particules attractives X et des neutrinos répulsifs ν^0. Mais si la température du réseau baisse suffisamment, il apparaît deux minima d'énergie libre en fonction de la concentration C_{ν^0} : un minimum correspondant à une très faible concentration de neutrinos et un minimum correspondant à une très forte concentration de neutrinos. En fait, il apparaît une *transition de phase par précipitation*, qui tend à séparer les particules attractives X et les neutrinos répulsifs ν^0, comme représenté à la figure 10.4(a). Il va donc apparaître des *précipités*, sorte d'ilots constitués de particules attractives X, au sein d'une mer de neutrinos répulsifs ν^0. A

[1] *voir section 7.6 dans «Théorie eulérienne des milieux déformables: charges de dislocation et de désinclinaison dans les solides», G. Gremaud, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne 2013, ISBN 978-2-88074-964-4 (751 pages).*

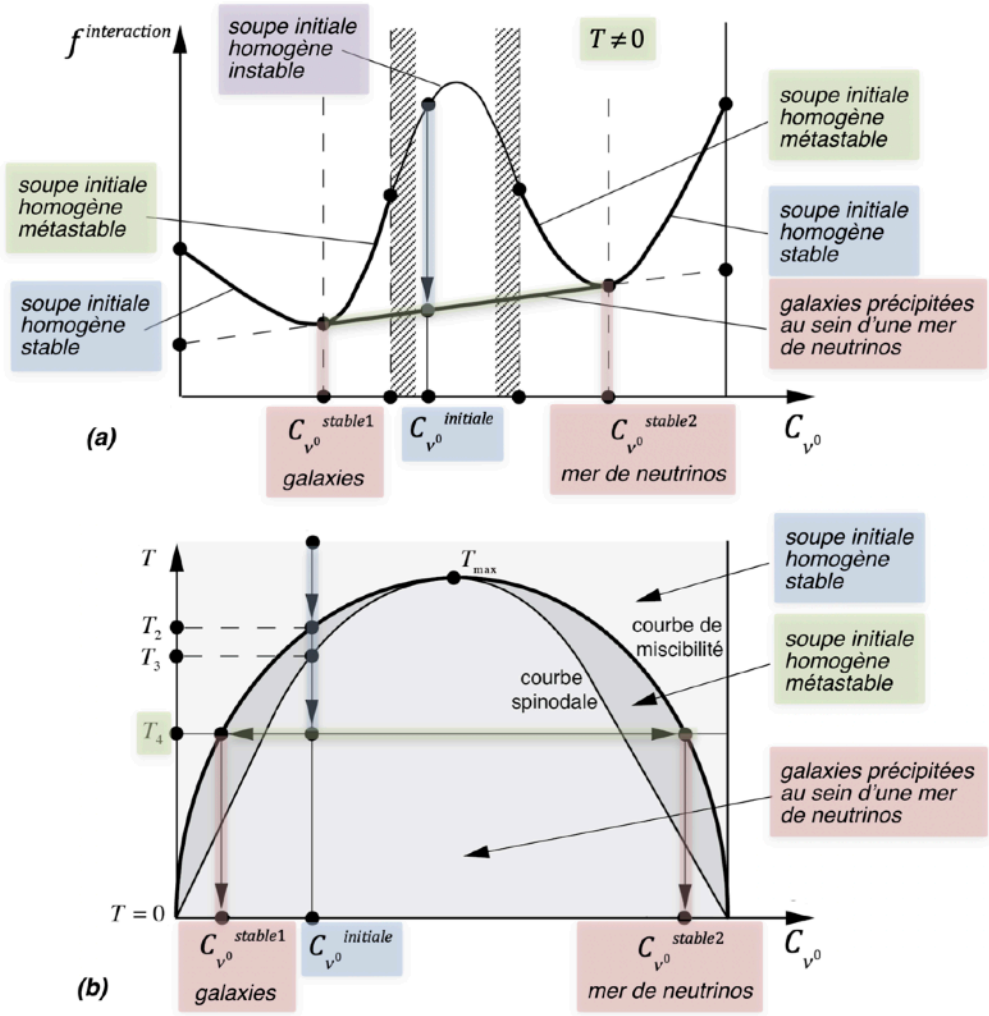


***Figure 10.4 - (a)** Précipitation des galaxies au sein de la soupe chaude initiale de concentration $C_{\nu^0}^{initiale}$ de neutrinos à une température donnée,*
***(b)** diagramme de phase de la matière dans l'Univers en fonction de la température*

faible température, les minima d'énergie libre correspondent aux concentrations $C_{\nu^0} = 0$ et $C_{\nu^0} = 1$, ce qui correspond à une séparation complète des particules attractives et des neutrinos répulsifs.

La *transition de phase par précipitation* des particules et anti-particules attractives sous forme d'amas localisés est représentable par un diagramme de phase de précipitation comme dans la figure 10.4(b), et il correspond parfaitement au phénomène de *formation des galaxies de notre Univers.* Dans ce modèle, c'est l'existence de neutrinos répulsifs qui devient le moteur de la formation des galaxies. Et il est très intéressant de noter que la répulsivité des neutrinos de matière est due exclusivement à la charge de courbure des neutrinos, concept qui n'existe pas en Relativité Générale ni dans le Modèle Standard des particules élémentaires. D'autre part, on sait déjà que la charge de courbure est aussi à l'origine de la faible asymétrie existant entre matière et anti-matière, ce qui confirme le lien fort existant entre cette asymétrie observée expérimentalement et la formation initiale des galaxies et structures de notre Univers actuel.

(4) Formation et ségrégation de la matière et de l'anti-matière au sein des galaxies.

Intéressons-nous maintenant à ce qui se passe au sein des galaxies naissantes, pendant le phénomène de précipitation des particules et anti-particules qui s'attirent. Au sein de cette phase liquide de particules qui précipite, les forces d'interaction gravitationnelle attractives présentent de faibles différences suivant qu'on a à faire à des particules ou des anti-particules. Considérons par exemple la famille des particules X et des anti-particules $\overline{X}$. Les forces d'interaction gravitationnelle entre ces particules sont exprimées dans la figure 10.1. Avec la masse d'inertie M_0^X de ces particules, on déduit, grâce à l'équation de Newton classique, l'accélération que subissent ces particules lors de leurs diverses interactions X - X , X - $\overline{X}$ et $\overline{X}$ - $\overline{X}$: $\boldsymbol{a}_{grav}^{X-X} \cong \boldsymbol{G}_{grav}\left(\boldsymbol{M}_0^X - \boldsymbol{M}_{courbure}^{\overline{X}}\right)/d^2$, $\boldsymbol{a}_{grav}^{X-\overline{X}} \cong \boldsymbol{G}_{grav}\boldsymbol{M}_0^X/d^2$ et $\boldsymbol{a}_{grav}^{\overline{X}-\overline{X}} \cong \boldsymbol{G}_{grav}\left(\boldsymbol{M}_0^X + \boldsymbol{M}_{courbure}^{\overline{X}}\right)/d^2$. On en déduit que $\boldsymbol{a}_{grav}^{X-X} < \boldsymbol{a}_{grav}^{X-\overline{X}} < \boldsymbol{a}_{grav}^{\overline{X}-\overline{X}}$, donc les anti-particules $\overline{X}$ s'attirent plus fortement que les particules X, et on doit par conséquent voir apparaître un *phénomène de ségrégation progressive* des anti-particules et des particules, au cours duquel les anti-particules auront tendance à se regrouper vers le centre de la galaxie naissante, laissant les particules dans la périphérie de la galaxie.

Il est clair que ce phénomène de ségrégation doit être accompagné d'une intense activité d'annihilation entre les particules et les anti-particules, dans une zone située autour du centre de la galaxie, et qui devrait forcément être *une source d'intense rayonnement gamma*. Mais il doit aussi y apparaître une activité de combinaisons entre particules et entre anti-particules pour former de la matière et de l'anti-matière (initialement des atomes d'hydrogène et d'anti-hydrogène et des atomes d'hélium et d'anti-hélium). Ces processus d'annihilation et de recombinaison doivent se poursuivre jusqu'à ce qu'il apparaisse une séparation effective entre un coeur de galaxie composé essentiellement d'anti-matière et une périphérie de galaxie composée essentiellement de matière. On constate à nouveau que ce *processus de ségrégation de la matière et de l'anti-matière* est à associer à la *charge de courbure des boucles de dislocation coin*, qui est une propriété exclusive de notre approche, puisque ce sont ces charges qui sont responsables de la masse équivalente de courbure $M_{courbure}^{\overline{X}}$, elle-même responsable de la faible différence d'interaction gravitationnelle attractive entre matière et anti-matière.

(5) Formation d'un fond diffus cosmologique de rayonnement.

Initialement, toutes les particules et anti-particules sont à l'équilibre thermique avec une mer de photons, via des interactions par diffusion Compton, et tant que leur température n'a pas diminué suffisamment pour former des atomes. Mais dès que la température passe en-dessous d'environ 3'000 K, il y a formation des atomes d'hélium, d'anti-hélium, d'hydrogène et d'anti-hydrogène qui assure la neutralité électrique de la matière et de l'anti-matière. A cet instant il y a aussi découplage des photons d'avec la matière et l'anti-matière neutres. L'Univers devient par conséquent transparent aux photons, qui remplissent alors tout l'espace sous la forme d'un *fond diffus cosmologique de rayonnement.* Ce fond diffus cosmologique de rayonnement a été observé et étudié expérimentalement: il est quasiment *isotrope* et présente le *spectre d'un corps noir parfait*, c'est-à-dire une *distribution de Planck de la densité d'énergie* $U(\nu)$ *de photons* (figure 10.5), centrée sur une température T qui est mesurée actuellement à la valeur de 2,7 K, avec c la vitesse de la lumière, h la constante de Planck, k la constante de Boltzmann, T la température du corps noir et ν la fréquence des photons. On reviendra dans la suite sur le processus qui conduit au «refroidissement» de ce fond diffus cosmologique de rayonnement.

(6) Effondrement gravitationnel et disparition de l'anti-matière par formation de gigantesques trous noirs au centre des galaxies.

La formation par précipitation de galaxies composées de particules et d'anti-particules attractives au sein de la mer de neutrinos répulsifs va conduire à des pressions énormes au coeur des galaxies au fur et à mesure de leur évolution. L'apparition d'un mouvement de tournoiement des galaxies permet d'équilibrer partiellement les forces d'attraction gravitationnelle au sein des galaxies et les forces de compression de la mer de neutrinos. Mais au centre même des galaxies, les forces de compression pourraient atteindre des valeurs suffisantes pour assister à un effondrement gravitationnel de leur coeur. Si un tel effondrement intervient, comme le coeur des galaxies est formé essentiellement d'anti-matière, il sera responsable de l'apparition de lacunes macroscopiques puisqu'au cours de l'effondrement les boucles de désinclinaison vis vont s'annihiler (si l'anti-matière était initialement neutre électriquement), alors que les boucles de dislocation coin lacunaires propres à l'anti-matière se combinent pour former des lacunes macroscopiques de réseau au centre des galaxies.

La lacune macroscopique créée au centre d'une galaxie par l'effondrement gravitationnel de l'anti-matière n'est en fait rien d'autre qu'une *gigantesque singularité topologique*, qui devient un *énorme trou noir* dès que l'expansion de fond du réseau dépasse l'unité ($\tau_0 \geq 1$). Ce phénomène d'effondrement gravitationnel de l'anti-matière ségrégée au coeur des galaxies expliquerait alors parfaitement, et fort simplement, les observations expérimentales de *l'existence de gigantesques trous noirs au centre de la plupart des galaxies* et de *la disparition de l'anti-matière dans notre univers actuel.*

(7) Coalescence de la matière dans les galaxies et formation des étoiles.

La matière qui compose les galaxies après l'effondrement du coeur d'anti-matière en un trou noir central va petit à petit coalescer sous l'effet de l'attraction gravifique pour former des nuages de gaz d'hydrogène et d'hélium, divers types d'étoiles et des systèmes planétaires, tels que ceux observés dans notre univers actuel.

(8) Effondrement gravitationnel des étoiles et formation des étoiles à neutrons.

Comme les galaxies sont alors constituées essentiellement de matière, basée sur des *boucles de dislocation coin de nature interstitielle*, tout effondrement gravitationnel d'une très grosse étoile sous l'effet de sa gravité propre doit conduire à une *singularité topologique localisée du type interstitiel macroscopique*, et non du type lacune macroscopique. Il ne peut par conséquent pas apparaître de *trous noirs lacunaires* après effondrement gravitationnel d'une étoile massive composée de matière.

Expérimentalement, on observe parfois et soudainement ce phénomène d'effondrement gravitationnel d'étoiles massives de matière sous la forme d'une *supernova* (d'un nuage de gaz résiduels de l'explosion initiale de l'étoile, qui s'étend à très grande vitesse), avec, au centre de la supernova, un objet relativement petit et très massif, qui devrait correspondre à une singularité interstitielle macroscopique résiduelle, qu'on qualifie communément de *pulsar* (de par ses propriétés d'émission de pulses électromagnétiques dont la fréquence correspond à la fréquence très rapide de rotation de l'objet sur lui-même) ou d'*étoile à neutrons* (de par la densité massique énorme de l'objet).

La suite de l'histoire est alors bien connue et bien décrite par les astrophysiciens, avec la formation d'atomes de masse de plus en plus grande par la fusion nucléaire de l'hydrogène et

des éléments légers au coeur des étoiles et par la dispersion de ces éléments par les supernovae, conduisant finalement à l'apparition de tous les éléments de la table de Mendeleïev et à la formation d'étoiles de plus en plus complexes, de systèmes planétaires, etc.

(9) Du futur de notre univers.

Dans le scénario de l'u*nivers «big-bounce»* représenté aux figures 3.7 et 3.10, qui correspond en fait au mieux à notre propre univers, la phase d'expansion à vitesse croissante, dans les conditions où il n'existe pas de propagation d'ondes longitudinales, se situe entre les valeurs $\tau_0 = -3/2$ et $\tau_0 = \tau_{0cr} >> 1$. Notre Univers actuel doit donc se situer dans ce domaine d'expansion de fond puisque des observations récentes ont montré que l'expansion de l'univers se fait fort probablement à vitesse croissante. On peut même dire que l'expansion de fond actuelle devrait en fait être comprise dans le domaine $1 < \tau_0 < \tau_{0cr}$, puisque des trous noirs massifs semblent bien avoir été observés au centre de la plupart des galaxies, notamment au centre de notre galaxie, la Voie Lactée.

Comme cette plage d'expansion ($1 < \tau_0 < \tau_{0cr} >> 1$) est très grande, il est difficile de savoir où se situe actuellement notre Univers et combien de temps il lui faudra pour atteindre l'expansion critique τ_{0cr}. Mais on peut par contre affirmer que lorsque celui-ci approchera la valeur critique τ_{0cr}, il apparaîtra forcément des phénomènes titanesques de remaniement des objets célestes, de la matière, des trous noirs et de la mer de neutrinos répulsifs puisqu'à ce moment on aura essentiellement que:

- la constante de gravitation G_{grav} deviendra négative en passant par une singularité à τ_{0cr},
- les modes propres de vibrations localisées disparaîtront au profit de la propagation d'ondes longitudinales, ce qui devrait en fait correspondre à la disparition de la physique quantique comme nous le verrons dans la suite de cet ouvrage.

Rien que ces deux phénomènes devraient être cataclysmiques. Mais on pourrait encore pousser plus loin en considérant les phénomènes qui devraient intervenir lors de la phase de re-contraction du réseau cosmologique, surtout lors du passage inverse par la valeur critique τ_{0cr} où la constante de gravitation redeviendrait positive et où il réapparaîtrait des modes propres de vibrations localisées à la place de la propagation d'ondes longitudinales. Ces prédictions sont très probablement du domaine du possible avec notre approche, quoiqu'assurément très difficiles et très approximatives. En fait, on nage là en pleine science-prédiction, pour ne pas dire en pleine science-fiction.

Il n'en reste pas moins que notre approche va nettement plus loin dans les explications et les prédictions que la relativité générale, et que nombre de phénomènes exotiques tels que le déplacement instantané dans l'espace et le temps via les fameux trous de ver décrits à partir de la relativité générale, qui font le bonheur des physiciens théoriciens et des écrivains de science-fiction, ne devraient être que pures élucubrations à la lumière de notre approche.

De la fameuse «matière noire» des astrophysiciens

La formation d'une *«mer de neutrinos répulsifs»* dans laquelle baignent les galaxies explique parfaitement le phénomène attribué à la *«matière noire»* par les astrophysiciens. En effet, lorsqu'on observe une galaxie et qu'on mesure expérimentalement les vitesses des étoiles la composant en fonction de leur distance au centre de la galaxie, on constate que les vitesses des étoiles situées en périphérie de la galaxie sont trop élevées par rapport aux vitesses calculées

en appliquant la loi de gravitation de Newton avec la densité de masse des étoiles (qu'on peut mesurer expérimentalement via leur brillance). Tout se passe comme s'il existait un halo de matière invisible à nos yeux aux alentours de la galaxie, qui, par son effet gravifique, force les étoiles à tourner plus vite pour compenser cet effet attractif. Cet halo de matière invisible a été appelé *matière noire* par les astrophysiciens, et la recherche de la nature même de cette matière noire est actuellement un des grands sujets de la recherche fondamentale, ayant généré pléthore d'explications diverses, mais dont aucune ne donne satisfaction.

Dans notre approche, le concept de matière noire n'est plus nécessaire, car il est simplement remplacé par le concept de *«mer de neutrinos répulsifs»* dans laquelle baignent toutes les galaxies, les amas globulaires, et les autres structures de l'Univers visible. En effet, considérons une galaxie soumise à la force répulsive de la mer de neutrinos dans laquelle elle baigne. Cette force répulsive correspond en fait à une force de compression qui s'applique sur les étoiles de la banlieue de la galaxie. Pour résister à cette force de compression, les étoiles de la périphérie de la galaxie doivent forcément tourner plus vite que ce qu'on calcule sur la base de la masse visible, de telle sorte à équilibrer la force de compression de la mer de neutrinos par une force centripète additionnelle de rotation.

De la constante de Hubble

Expérimentalement, on constate que la lumière des galaxies présente un décalage vers le rouge (redshift des raies spectrales d'émission des atomes). Ce décalage a été attribué par Hubble à la vitesse de récession apparente $\boldsymbol{v}$ des galaxies en fonction de leur éloignement d dû à l'expansion de l'Univers, effet expliqué initialement par l'effet Doppler-Fizeau dû au mouvement de fuite des galaxies dans l'espace. La relation expérimentale entre la vitesse de récession et l'éloignement d a été mesurée par Hubble, qui a trouvé que $\boldsymbol{v} = H_0 d$, où H_0 est la *constante de Hubble* qui vaut approximativement 70 (km/s)/Mpc (70 kilomètre par seconde, par mégaparsec). L'interprétation initiale de cette observation comme un effet Doppler-Fizeau dû à la vitesse d'éloignement des galaxies dans l'espace conduit en fait à ce que des galaxies qui seraient situées à des distances supérieures à 4'000 mégaparsecs s'éloigneraient de nous à des vitesses supérieures à celle de la lumière, ce qui est évidemment un non-sens d'après la relativité restreinte. La solution à ce problème peut être déduite de la relativité générale, pour laquelle l'expansion de l'univers ne doit pas s'interpréter par un mouvement des galaxies dans l'espace, mais plutôt par un gonflement de l'espace lui-même, qui implique un éloignement progressif des objets qu'il contient (un peu de même façon que dans notre approche où c'est le réseau cosmologique parfait qui s'étend).

Regardons ce qu'il en est de la constante de Hubble dans notre approche, qui se distingue très nettement de la relativité générale, ne serait-ce que pas l'existence du scalaire d'expansion volumique τ qui est directement concerné par une expansion cosmologique du réseau cosmologique parfait. Supposons donc une évolution cosmologique du réseau cosmologique parfait comme celle décrite aux figures 3.7 et 3.10. Au cours de l'évolution, supposons que le ***GO*** observe une certaine région dans le graphe 3.10, dans laquelle le réseau cosmologique est en expansion, et même en expansion à vitesse croissante. Supposons que le ***GO*** observe deux galaxies qui sont initialement distantes de d_0 à l'instant $t = 0$. Si ces galaxies *ne se meuvent pas* par rapport au réseau cosmologique en expansion, la distance d_0 initiale va évoluer au

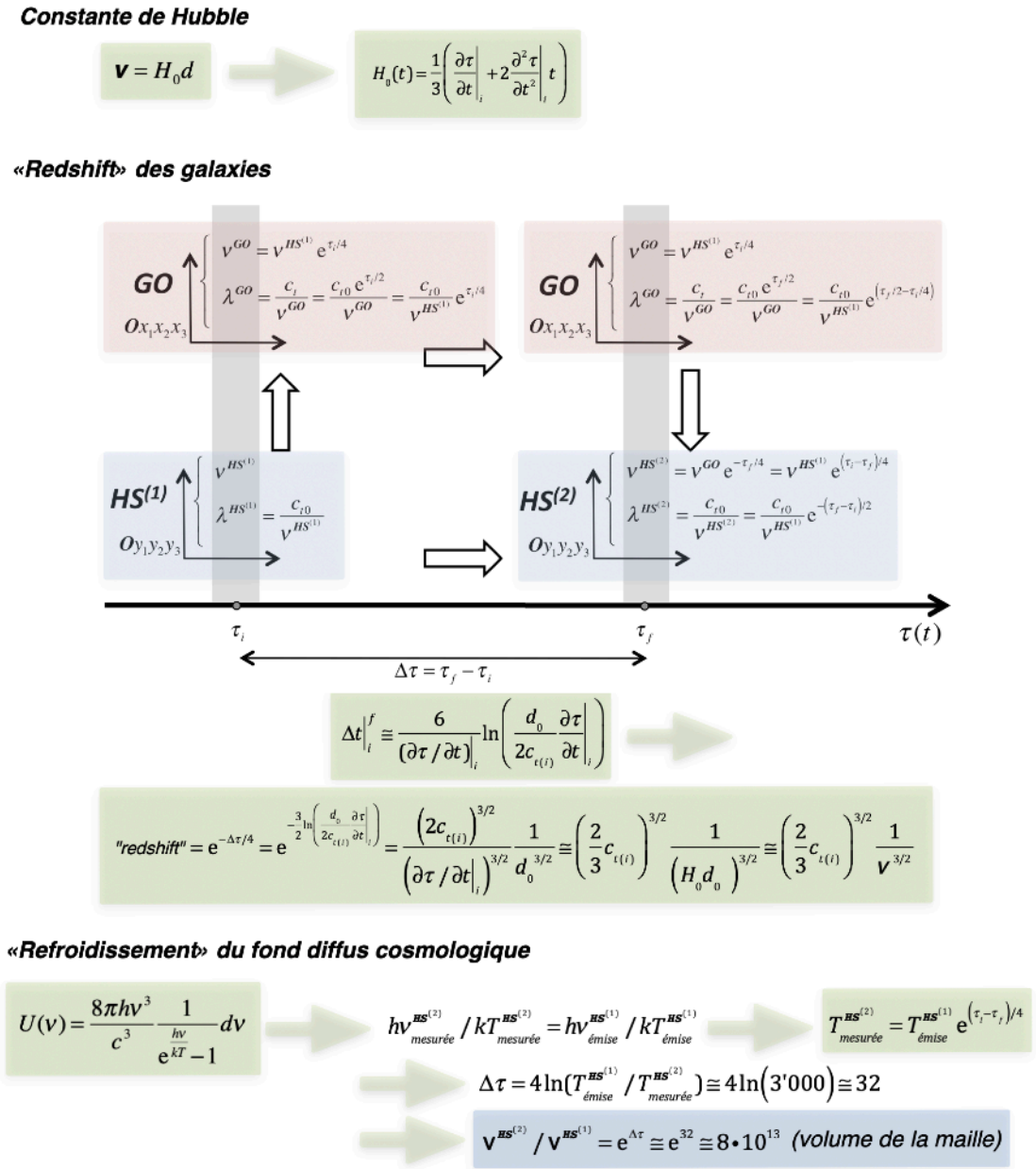


Figure 10.5 *- Constante de Hubble, «redshift» des galaxies et «refroidissement» du fond diffus cosmologique*

cours du temps, et le ***GO*** observera que la distance entre les deux galaxies va augmenter exponentiellement comme $d(t) = d_0 \exp\left[\left(\tau(t) - \tau_i\right)/3\right]$, de sorte que les deux galaxies s'éloigneront l'une par rapport à l'autre avec la vitesse relative $\boldsymbol{v}(t) = \partial d(t)/\partial t$. La valeur de cette vitesse peut être approchée par un développement de deuxième ordre de l'expansion $\tau(t)$ en le temps, ce qui permet de déduire la valeur $H_0 = \boldsymbol{v}/\boldsymbol{d}$ de la constante de Hubble reportée ci-contre. Si le ***GO*** mesure alors cette vitesse à un instant $t \neq 0$, il trouvera que la constante de Hubble devient dépendante de l'instant auquel il observe l'univers au cours de son évolution cosmologique, et notamment que celle-ci augmente si on se trouve dans un domaine où la vitesse d'expansion de l'univers s'accroît.

Du «redshift» des galaxies

Considérons maintenant deux galaxies distantes initialement de d_0 à l'instant $t = 0$ pour le ***GO***. Si, à cet instant $t = 0$, la galaxie 1 émet un signal vers la galaxie 2, le signal va parcourir une distance dx pendant le laps de temps dt tel que $dx = c_t dt$. Mais comme le réseau est en expansion, et en négligeant l'accélération de cette expansion, on a que la célérité des ondes transversales dépend de l'instant t, de sorte que $c_t(t) = c_{t(i)} \exp\left[(\partial\tau / \partial t\big|_i) t / 2 \right]$, où $c_{t(i)}$ est la vitesse des ondes transversales à l'instant $t = 0$. La distance d entre les deux galaxies sera alors parcourue en le laps de temps $\Delta t\Big|_i^f$ reporté dans la figure 10.5, qui peut se calculer approximativement grâce à la relation donnant $c_t(t)$.

Lors de la réception du signal par la galaxie 2, l'expansion de l'univers aura alors atteint une valeur τ_f valant $\tau_f \cong \tau_i + (\partial\tau / \partial t)\big|_i T$. Supposons que le signal émis dans la galaxie 1 à l'instant $t = 0$ est mesuré par un observateur local ***HS(1)*** à la fréquence $\nu_{émise}^{HS^{(1)}}$ d'une certaine raie spectrale d'un atome donné, la fréquence du signal reçu $\nu_{reçue}^{HS^{(2)}}$ et mesuré par un observateur ***HS(2)*** dans la galaxie 2 à l'instant $t = T$ sera différente à cause de l'accroissement d'expansion $\Delta\tau = \tau_f - \tau_i$ de l'Univers intervenu au cours de la propagation. Ainsi, un observateur ***HS(2)*** situé dans la galaxie 2 pourra comparer la fréquence $\nu_{reçue}^{HS^{(2)}}$ de ce signal reçu avec la fréquence $\nu_{émise}^{HS^{(2)}}$ de la même raie spectrale du même atome émise dans son propre laboratoire, et il appellera *«redshift» de la galaxie 1* le rapport entre ces deux fréquences: $redshift = \nu_{reçue}^{HS^{(2)}} / \nu_{émise}^{HS^{(2)}}$. Pour calculer ce redshift, il faut représenter schématiquement comment sont reliées les valeurs physiques mesurées par l'observateur ***HS(1)*** dans la galaxie 1 à l'instant $t = 0$ avec les mêmes valeurs physiques mesurées par le ***GO*** à l'instant $t = 0$ et à l'instant $t = T$ ainsi que par l'observateur ***HS(2)*** dans la galaxie 2 à l'instant $t = T$. Pour cela, on se rappelle que les laps de temps Δt_y mesurés par un ***HS*** dans son référentiel propre $Oy_1y_2y_3$ sont perçus par le ***GO*** dans son référentiel local $Ox_1x_2x_3$ comme des laps de temps Δt reliés par l'expression $\Delta t_y^{HS} = \Delta t^{GO} \, e^{\tau/4}$ dans laquelle τ est l'expansion du réseau à l'endroit où se trouve ***HS***. Cette expression permet aussi de relier aussi les mesures de fréquence faites par un ***HS*** et par le ***GO*** sous la forme $\nu_y^{HS} = \nu^{GO} \, e^{-\tau/4}$. Avec cette relation, on peut représenter schématiquement dans la figure 10.5 comment se comportent les mesures de fréquences et de longueurs d'onde faites au cours de l'expérience de transmission du signal entre les galaxies 1 et 2.

On constate alors que le «redshift» mesuré par l'observateur ***HS(2)*** est relié très simplement l'accroissement d'expansion $\Delta\tau = \tau_f - \tau_i$ de l'Univers intervenu au cours de la propagation puisque $"redshift" = \nu_{émise}^{HS^{(1)}} \, e^{(\tau_i - \tau_f)/4} / \nu_{émise}^{HS^{(2)}} = e^{-\Delta\tau/4}$. En calculant la valeur de $\Delta\tau$ grâce à l'expression du laps de temps $\Delta t\Big|_i^f$ utilisé par la lumière pour parcourir la distance séparant les deux galaxies, on obtient l'expression reportée dans la figure 10.5 pour le «redshift» mesuré par l'observateur ***HS(2),*** qui dépend à la fois de la vitesse instantanée d'expansion $\partial\tau / \partial t\big|_i$ et de la distance initiale d_0 entre les deux galaxies. Mais on peut aussi relier le «redshift» à la constante de Hubble instantanée H_0 ou à la vitesse relative ***V*** de récession des galaxies comme reporté ci-dessous.

Le «redshift» observé par l'observateur ***HS(2)*** sera donc proportionnel à $1 / d_0^{3/2}$ ce qui signifie que le rapport des fréquences est d'autant plus petit que la distance initiale d_0 entre les galaxies est grande, et donc que le «décalage vers le rouge» de la raie spectrale augmente avec l'accroissement de la distance initiale d_0. Le «redshift» est aussi proportionnel à $1 / \left(H_0\right)^{3/2}$, ce

qui signifie qu'il diminue si la constante de Hubble augmente. Et finalement il est aussi proportionnel à $1/\boldsymbol{v}^{3/2}$. Or la vitesse d'éloignement réciproque de deux galaxies n'est pas limitée par la vitesse des ondes transversales dans notre approche puisque cette vitesse est associée à *la vitesse du réseau dans l'espace absolu du* ***GO,*** qui satisfait *une dynamique purement newtonienne*. Ainsi, le «redshift» mesuré peut tendre vers 0 si la vitesse de récession $\boldsymbol{v}$ d'expansion tend vers l'infini.

A noter encore que ces calculs ont été faits en faisant deux suppositions restrictives:
- qu'on se trouve dans une région limitée dans le graphe 3.10 dans laquelle le réseau cosmologique est en expansion, et qui peut être approchée par un développement au deuxième ordre de l'expansion $\tau(t)$ en le temps. Pour des phénomènes qui s'étaleraient sur des temps beaucoup plus longs, les calculs se compliqueraient singulièrement puisqu'il faudrait alors connaître exactement la fonction $\tau(t)$ de l'expansion cosmologique du réseau.
- que les galaxies *ne se meuvent pas* par rapport au réseau cosmologique en expansion. Si tel n'était pas le cas, par exemple à cause des interactions gravitationnelles entre les galaxies, il faudrait ajouter au «redshift» dû à l'expansion du réseau un effet Doppler-Fizeau dû *aux déplacements des galaxies par rapport au réseau*, tel que celui décrit dans la figure 6.12.

Du mécanisme de «refroidissement» du fond diffus cosmologique

Le fond diffus cosmologique de rayonnement est observé actuellement comme un *spectre de corps noir parfait*, suivant très précisément la *distribution de Planck de la densité d'énergie* $U(\nu)$ *de photons* (figure 10.5), centrée sur une température T valant 2,7 K. On suppose que ce rayonnement est fossile du big-bang, qui s'est formé lors du découplage des photons d'avec les particules lors de la formation des atomes neutres d'hélium et d'hydrogène, et que, par conséquent, il a été émis initialement avec une température de l'ordre de 3'000 K. On peut alors se demander quel est le mécanisme de «refroidissement» de ce rayonnement à la lumière de notre approche. Pour cela, il suffit de regarder la figure 10.5. Si on suppose que le découplage photon-matière est intervenu lorsque l'Univers possédait une expansion τ_i et que l'expansion actuelle de l'Univers est τ_f, la fréquence d'émission du rayonnement diffus est donné par $\nu_{émise}^{HS^{(1)}}$ et la fréquence observé actuellement par un observateur $\boldsymbol{HS^{(2)}}$ vaut $\nu_{mesurée}^{HS^{(2)}} = \nu_{émise}^{HS^{(1)}} \mathrm{e}^{(\tau_i - \tau_f)/4}$. D'après la distribution de Planck (figure 10.5), il existe le rapport suivant $h\nu_{mesurée}^{HS^{(2)}} / kT_{mesurée}^{HS^{(2)}} = h\nu_{émise}^{HS^{(1)}} / kT_{émise}^{HS^{(1)}}$ entre la fréquence du rayonnement du corps noir et sa température de couleur, mesurées aux expansions τ_f et τ_i. On en déduit donc que $T_{mesurée}^{HS^{(2)}} = T_{émise}^{HS^{(1)}} \mathrm{e}^{-\Delta\tau/4}$, de sorte qu'une valeur numérique de la variation d'expansion du réseau entre le moment du découplage photon-matière et l'heure actuelle peut se calculer comme $\Delta\tau = 4\ln(T_{émise}^{HS^{(1)}} / T_{mesurée}^{HS^{(2)}}) \cong 4\ln(3'000) \cong 32$. Cette augmentation d'expansion correspond en fait à *une augmentation du volume* $\mathbf{v}$ *de la maille élémentaire du réseau* valant approximativement $\mathbf{v}^{HS^{(2)}} / \mathbf{v}^{HS^{(1)}} = \mathrm{e}^{\Delta\tau} \cong \mathrm{e}^{32} \cong 8 \cdot 10^{13}$, qui doit assurément avoir lieu lors de la phase d'inflation du réseau cosmologique (figure 3.10).

On constate donc que le «refroidissement» apparent du fond de rayonnement diffus cosmologique est un effet direct de l'expansion du réseau, qui modifie énormément les règles et les horloges des référentiels locaux $\boldsymbol{O}y_1y_2y_3$.

Il est intéressant aussi de constater que, pour le ***GO***, la fréquence $\nu_{mesurée}^{GO}$ du fond de rayonnement diffus ne change pas au cours de l'expansion puisqu'elle vaut toujours la même

valeur qu'au moment de son émission $\nu^{GO}_{mesurée} = \nu^{HS^{(1)}}_{émise}\, e^{\tau_i/4}$. Mais par contre, pour le ***GO***, c'est la longueur d'onde $\lambda^{GO}_{mesurée}$ qui va évoluer avec l'expansion, puisque celle-ci est alors égale à $\lambda^{GO}_{mesurée} = c_t / \nu^{GO}_{mesurée} = c_{t0}\, e^{\tau(t)/2} / \nu^{GO}_{mesurée} = c_{t0}\, e^{\tau(t)/2-\tau_i/4} / \nu^{HS^{(1)}}_{émise}$. Les points de vue des observateurs locaux ***HS(i)*** et de l'observateur externe ***GO*** sont donc très différents, et cela est dû au fait que la vitesse des ondes transversales de rotation (vitesse de la lumière) est une constante universelle valant toujours c_{t0} pour les observateurs ***HS(i)*** quelle que soit l'état d'expansion du réseau dans lequel ils sont placés, alors que la célérité des ondes transversales de rotation $c_t = c_{t0}\, e^{\tau(t)/2}$ varie énormément en fonction de l'expansion instantanée $\tau(t)$ du réseau pour l'observateur externe ***GO.***

Chapitre 11

La physique quantique

Dans la figure 7.0, nous avons vu que, lorsque la densité de masse d'une singularité ou d'un amas de singularités dépasse une certaine valeur critique, il n'existe plus de solutions statiques pour le champ des perturbations internes d'expansion*, ce qui signifie que ces perturbations internes doivent forcément devenir des perturbations dynamiques.* Intuitivement, on pressent que l'existence de telles solutions dynamiques de la deuxième équation partielle de Newton (figure 5.1) pourrait bien être liée à l'apparition de la physique quantique, c'est-à-dire à l'existence de fluctuations temporelles localisées du champ d'expansion du réseau cosmologique parfait lorsque celui-ci ne présente pas de propagation d'ondes longitudinales dans le domaine $\tau_0 < \tau_{0cr}$. Nous allons montrer dans ce chapitre qu'une fonction d'onde, déduite directement de la deuxième équation partielle de Newton des perturbations d'expansion du réseau est effectivement intimement liée aux singularités topologiques mobiles du réseau, que celles-ci soient des amas de boucles élémentaires ou des boucles élémentaires isolées.

On parviendra ainsi à donner une *interprétation «ondulatoire»* tout-à-fait classique et somme toute assez simple de la physique quantique: *la fonction d'onde quantique représenterait en fait l'amplitude et la phase des fluctuations gravitationnelles couplées aux singularités topologiques*. Cette interprétation implique alors que le carré de l'amplitude de la fonction d'onde normalisée est bel et bien liée à la probabilité de présence de la singularité topologique qui lui est associée. Dans la foulée, on retrouvera aussi *le principe d'incertitude de Heisenberg, les notions de bosons, de fermions et d'indiscernabilité, le principe d'exclusion de Pauli,* ainsi que la voie vers une compréhension physique de phénomènes intriguants tels que *l'intrication quantique (entanglement) et la décohérence quantique.*

En reprenant la figure 7.0, on déduit donc que la valeur critique de la densité de masse à partir de laquelle les perturbations d'expansion deviennent dynamiques n'est rien d'autre que *la limite de décohérence quantique de cette singularité ou de cet amas de singularités.*

Equation d'ondes relativiste des fluctuations du champ gravitationnel d'expansion au-delà de la limite de décohérence quantique

Au-delà de la *limite de décohérence quantique*, c'est-à-dire pour des valeurs de la densité de masse d'une singularité ou d'un amas de singularités supérieures à la densité de masse critique (figure 7.0), supposons l'existence de fluctuations longitudinales dynamiques dans le réseau cosmologique. Ces fluctuations doivent évidemment satisfaire la version dynamique de la seconde équation partielle de Newton de la figure 5.1. On obtient au premier ordre en $\tau^{(p)}$, en tenant compte aussi de l'équation géométrocinétique pour $\tau^{(p)}$, et en émettant les hypothèses que $\tau_0 << \tau_{0cr}$, $K_2 << K_0$ et $2K_1(1+\tau_0) << K_0$, l'équation gérant les fluctuations gravitationnelles $\tau^{(p)}$, représentée dans la figure 11.1.

Cette équation est parfaitement réaliste, en ce sens qu'elle découle de l'équation de Newton du réseau. Cependant elle ne peut pas être résolue sous cette forme car elle nécessiterait de connaître la fonction $F_{dist}^{ch}(\vec{r},t)+F_{pot}^{ch}(\vec{r},t)$ qui est associée à la singularité topologique, et qui dépend notamment de la trajectoire de la singularité au sein du réseau, trajectoire que l'on ne connaît pas à priori. On peut donc dire que cette fonction $F_{dist}^{ch}(\vec{r},t)+F_{pot}^{ch}(\vec{r},t)$ est en fait *une variable cachée du problème*. Il faudra donc, comme on l'a déjà fait au chapitre 7 dans le cas statique en introduisant une valeur moyenne $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ du champ interne statique, trouver ici aussi *un subterfuge* pour trouver une forme de solution à cette équation dynamique.

Proposons d'abord une solution simple, localisée et indépendante du temps de cette équation pour la fonction d'onde $\psi_{localisée}\left(\vec{r}\right)$, en supposant que celle-ci soit une simple décroissance exponentielle avec des portées $\delta_1,\delta_2,\delta_3$ dans les trois directions de l'espace, et que la pulsation ω_f est une constante réelle indépendante du temps et de l'espace (figure 11.1). En introduisant cette solution dans l'équation d'onde que nous venons d'établir, on obtient la relation devant exister entre la pulsation ω_f de la fluctuation et les portées $\delta_1,\delta_2,\delta_3$ de ces fluctuations. Il apparaît alors une fluctuation gravitationnelle localisée $\underline{\tau}_{localisée}^{(p)}$ qui correspond à un régime vibratoire localisé, non amorti, de pulsation ω_f et qui décroît symétriquement et exponentiellement au voisinage de l'origine, avec des portées spatiales valant δ_1, δ_2 et δ_3 selon les 3 axes, qui sont corrélées entre elles et qui décroissent avec la fréquence de pulsation.

On en déduit donc que, dans un réseau cosmologique parfait satisfaisant les hypothèses que nous avons émises, il peut parfaitement exister des fluctuations stables et localisées de vibrations de l'expansion volumique. On reviendra plus en détail sur ce sujet au chapitre 14.

Imaginons qu'aux singularités topologiques mobiles au sein du réseau, telles que des amas de boucles élémentaires ou des boucles élémentaires isolées telles que décrites dans les chapitre précédents, soient aussi associées des fluctuations gravitationnelles longitudinales dynamiques, qui devraient évidemment satisfaire la version dynamique de la seconde équation partielle de Newton au voisinage de la singularité topologique.

On sait que, lorsque la densité d'énergie d'une singularité est plus faible que la valeur critique de la limite de décohérence quantique, la deuxième équation partielle de Newton fait apparaître des perturbations gravitationnelles statiques du champ d'expansion au sein même des amas immobiles, perturbations qui dépendent directement de l'énergie élastique de distorsion de ces singularités. Et au chapitre 7, on a montré que ce champ interne de perturbation d'expansion possède une valeur moyenne $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ qui est directement responsable d'un champ gravitationnel externe statique de perturbations de l'expansion, sous la forme $\tau_{ext\,LD}^{amas}(r)\cong -4\boldsymbol{G}_{grav}\boldsymbol{M}_0^{amas}/c_t^2 r$, *qui dépend lui aussi de l'énergie élastique de distorsion de la singularité ou de l'amas de singularités immobile* via le paramètre $4\boldsymbol{G}_{grav}/c_t^2$.

D'autre part, lorsque la densité d'énergie d'une singularité est *plus élevée que la valeur critique de la limite de décohérence quantique*, les perturbations gravitationnelles ne peuvent être que dynamiques, et doivent satisfaire alors la relation de Newton reportée à la figure 11.1, qui elle aussi dépend des densités d'énergie élastique et d'énergie potentielle de la singularité.

Il y a par conséquent de fortes présomptions pour que, au-delà de la limite de décohérence quantique, le champ des perturbations gravitationnelles dynamiques $\tau^{(p)}$ de l'expansion à l'extérieur d'une singularité mobile puisse être représentée par *un subterfuge consistant à imaginer une allure similaire à celle donnée dans le cas des fluctuations gravitationnelles isolées de la*

figure 11.1, mais qui cette fois dépende aussi de l'énergie de distorsion élastique de la singularité, mais probablement aussi de l'énergie associée au mouvement de la singularité. Or nous savons qu'une singularité topologique en mouvement dans le réseau est entièrement caractérisée par une *énergie relativiste totale* $E_{\boldsymbol{v}}$ et une *quantité de mouvement relativiste totale* $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$.

Par conséquent, la pulsation $\underline{\omega}_f$ des fluctuations d'expansion qui lui sont associées devrait assurément dépendre aussi de l'énergie relativiste $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ de la singularité et de sa quantité de mouvement relativiste $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$. Imaginons donc qu'aux singularités topologiques mobiles au sein du réseau, telles que des amas de boucles élémentaires ou des boucles élémentaires isolées telles que décrites dans les chapitre précédents, soient aussi associées des fluctuations gravitationnelles longitudinales dynamiques, qui devraient évidemment satisfaire la version dynamique de la seconde équation partielle de Newton à l'extérieur de la singularité topologique.

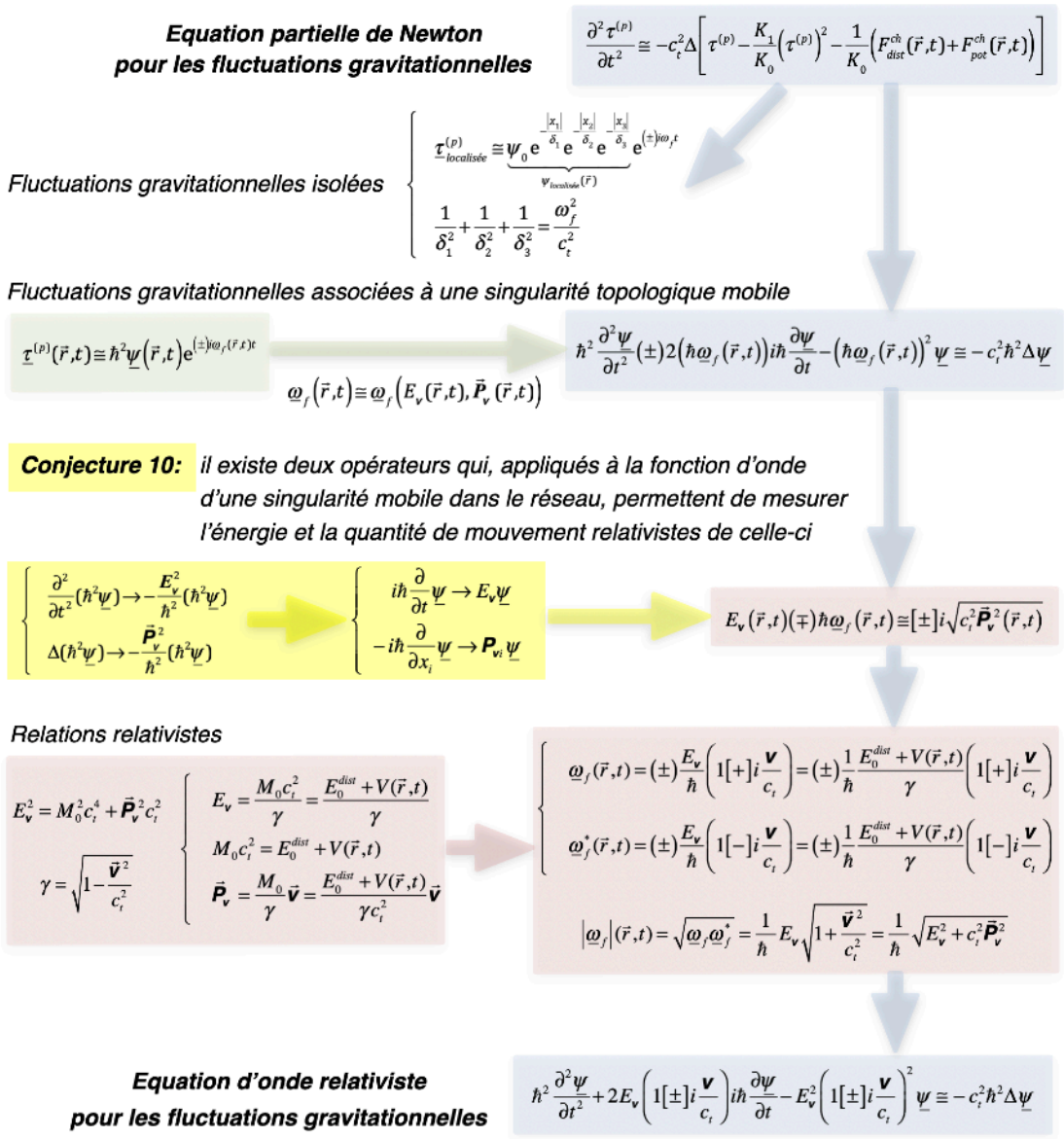


Figure 11.1 *- De l'équation partielle de Newton pour les fluctuations gravitationnelles à l'équation d'onde relativiste pour les fluctuations associées à une singularité mobile*

On peut donc émettre à priori l'hypothèse qu'il devrait exister une relation pour $\underline{\omega}_f$ de la forme suivante $\underline{\omega}_f \cong \underline{\omega}_f\left(E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t), \vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)\right) = \underline{\omega}_f(\vec{r},t)$. La pulsation $\underline{\omega}_f$ des fluctuations d'expansion devrait par conséquent dépendre du temps et de l'espace environnant de la singularité topologique, via la dépendance temporelle et spatiale de l'énergie $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ et de la quantité de mouvement $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ de la singularité mobile.

On peut proposer une solution de perturbations gravitationnelles de pulsation complexe $\underline{\omega}_f$, qu'on écrira par commodité en formulation complexe sous la forme $\underline{\tau}^{(p)} \cong \hbar^2 \underline{\psi}\, \mathrm{e}^{(\pm) i \underline{\omega}_f t}$, où $\hbar^2$ est une constante arbitraire pour l'instant, $\mathrm{e}^{(\pm) i \underline{\omega}_f t}$ correspond à *l'oscillation de la fluctuation* et la *fonction d'onde complexe* $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ contient les informations de *phase et d'amplitude de cette oscillation*. En introduisant cette solution dans l'équation de Newton des fluctuations du réseau, on obtient *une équation d'ondes pour la fonction complexe* $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ sous la forme reportée dans la figure 11.1.

Si la fréquence $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ des fluctuations gravitationnelles dépend effectivement de $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ et de $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$, ces deux grandeurs doivent aussi être contenues implicitement dans les comportements temporel et spatial de la fonction d'onde complexe $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ associée à la singularité mobile. Or, cette fonction d'onde $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ associée à l'équation d'onde de la figure 11.1 rappelle en fait la fonction d'onde apparaissant en physique quantique, et la physique quantique dit qu'il est possible de définir *des opérateurs* permettant de mesurer $E_{\boldsymbol{v}}$ et $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$ à partir de la fonction d'onde quantique $\underline{\psi}(\vec{r},t)$.

Par analogie avec la physique quantique, nous allons donc *conjecturer à priori des opérateurs aux propriétés similaires:* ce sera la conjecture 10 de notre approche, reportée dans la figure 11.1. En fait, nous allons émettre l'hypothèse que la dérivé seconde par rapport au temps de l'enveloppe $\hbar^2\underline{\psi}$ des oscillations de $\underline{\tau}^{(p)}$ est directement corrélée avec le carré de *l'énergie relativiste totale* $E_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité, et que le laplacien (la dérivé seconde par rapport à l'espace) de l'enveloppe $\hbar^2\underline{\psi}$ des oscillations de $\underline{\tau}^{(p)}$ soit directement corrélée avec le carré de *la quantité de mouvement relativiste totale* $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$. Dans les relations associées à cette conjecture, on a introduit, comme en physique quantique, une constante $\hbar$ permettant de normaliser les dérivés partielles de la fonction d'onde à des termes énergétiques (et qui n'est, dans le cas de la physique quantique, rien d'autre que *la constante de Planck).* Il est assez simple de vérifier que ces opérateurs, appliqués une seule fois de suite sur la fonction d'onde, fournissent les opérateurs usuels de la physique quantique, comme illustré dans la figure 11.1.



Max Planck (1858-1947)

La conjecture 10 que nous avons supposée ici a une signification physique qu'on peut expliciter de manière très simple. En effet, supposons que l'enveloppe $\hbar^2\underline{\psi}$ des oscillations de $\underline{\tau}^{(p)}$ soit de type oscillatoire, de la forme $\hbar^2\underline{\psi} = \hbar^2\psi_0 \sin(\Omega t - kx)$. En ce cas, la conjecture 10 implique simplement que la pulsation $\Omega = 2\pi f = \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{v}} / \hbar$ de l'enveloppe est proportionnelle à *l'énergie relativiste totale* $E_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité et que le nombre d'onde de l'enveloppe $k = 2\pi / \lambda = \left|\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}\right| / \hbar$ est proportionnel à *la quantité de mouvement relativiste* $\left|\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}\right|$ de la singularité, avec un facteur de proportionnalité égal à l'inverse de la constante de Planck.

Grâce à la constante arbitraire $\hbar^2$ introduite dans la solution pour $\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)$, l'équation d'onde pour $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ est alors directement composée de termes correspondant à des carrés d'énergie. On en déduit que chaque terme de cette équation doit représenter le produit du carré d'une énergie par la fonction d'onde sans dimension $\underline{\psi}(\vec{r},t)$. On en déduit en particulier que le terme $\hbar\omega_f$ a *la dimension d'une énergie.*

D'autre part, l'opérateur dérivé seconde du temps fournit le carré de *l'énergie relativiste totale* $E_{\boldsymbol{v}}$ qu'aurait la singularité à l'endroit où on applique l'opérateur, et l'opérateur laplacien fournit le carré de *la quantité de mouvement relativiste totale* $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$ qu'aurait la singularité à l'endroit où on applique l'opérateur. De cette définition des opérateurs dérivé seconde et laplacien, on déduit les opérateurs fournissant directement l'énergie totale de la singularité et les composantes de la quantité de mouvement de la singularité en un endroit donné.

Nantis de ces opérateurs *"conjecturées à priori»* en se basant sur la physique quantique, nous pouvons essayer de les appliquer à la relation d'onde déduite de la deuxième équation partielle de Newton. On obtient ainsi la relation qui devrait exister entre *l'énergie relativiste* $E_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité, *l'énergie de mouvement* $\sqrt{c_t^2\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}^{\,2}}$ de la singularité et *la pulsation* $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ *des fluctuations gravitationnelles associées à la singularité,* qui devient maintenant vraiment *un nombre complexe, sous la forme* $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)(\mp)\hbar\underline{\omega}_f(\vec{r},t)\cong[\pm]i\sqrt{c_t^2\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}^{\,2}(\vec{r},t)}$. Il faut noter ici que les doubles signes $(\mp)$ et $[\pm]$ apparaissant dans cette relation sont indépendants l'un de l'autre car le premier $(\mp)$ provient de l'expression $\underline{\tau}^{(p)}\cong\hbar^2\underline{\psi}\,\mathrm{e}^{(\pm)i\underline{\omega}_f t}$ et le second s'introduit en prenant la racine carré de $-c_t^2\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}^{\,2}(\vec{r},t)$.

Dans le cas d'une singularité qui se déplace *à vitesse relativiste*, celle-ci doit satisfaire les principales relations relativistes obtenues au chapitre 6 et reportées dans la figure 11.1, notamment l'importante relation $E_{\boldsymbol{v}}^2=M_0^2c_t^4+\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}^{\,2}c_t^2$ qui fait le lien entre *l'énergie relativiste totale* $E_{\boldsymbol{v}}$*, la quantité de mouvement relativiste* $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$ *et la masse au repos de la singularité* M_0. Ces expressions relativistes conduisent à la relation donnant *la pulsation* $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ *complexe* des fluctuations gravitationnelles associées à une singularité topologique, soit une boucle élémentaire, soit un amas de boucles élémentaires liées entre elles, se déplaçant à vitesse $\boldsymbol{v}$. La pulsation relativiste complexe de $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ présente par conséquent deux solutions conjuguées reportées dans la figure 11.1. Il est intéressant de constater qu'on retrouve bien une expression justifiant l'hypothèse que nous avions émise, à savoir que $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ est une fonction directe de $E_{\boldsymbol{v}}$ *et de* $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$. En effet, en effectuant le produit des deux valeurs conjuguées de la pulsation, on constate que c'est la norme $\left|\underline{\omega}_f\right|(\vec{r},t)=(\underline{\omega}_f\underline{\omega}_f^*)^{1/2}$ de la pulsation complexe $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ qui est une fonction simple et directe des grandeurs $E_{\boldsymbol{v}}$ et $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité.

L'équation d'ondes pour $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ possède alors *deux versions relativistes* reportées dans la figure 11.1, à cause du double signe $[\pm]$ qui apparaît dans $(1[\pm]i\boldsymbol{v}/c_t)$. Par contre, dans cette expression de l'équation d'ondes, le double signe $(\mp)$ n'apparaît plus.

Perturbations gravitationnelles d'une singularité massive à vitesse relativiste

Reprenons l'équation d'onde relativiste de la figure 11.1 et essayons d'en trouver une solution pour une singularité assez massive qui se déplacerait *quasi-librement à vitesse relativiste* $\boldsymbol{v}$ *plus ou moins constante* dans la direction $\boldsymbol{O}x_2$, ce qui implique que $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ *varie assez lentement dans le temps et l'espace.* Sous cette hypothèse que l'énergie totale relativiste de la singularité ne varie que lentement dans le temps et l'espace, on peut admettre que la fonction

$\hbar^2\underline{\psi}(\vec{r},t)$, qui représente l'amplitude et la phase de l'oscillation à pulsation $\omega_f(\vec{r},t)$ est en fait une fonction de la position x_2 le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_2$. Posons donc une solution ondulatoire simple de l'équation d'onde relativiste le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_2$, qui ne dépende pas explicitement du temps, du type $\underline{\psi}(\vec{r},t) \cong \psi_0 \, e^{i\underline{k}(\vec{r},t)x_2}$, où le nombre d'onde complexe $\underline{k}(\vec{r},t)$ varie lui aussi très lentement dans le temps et l'espace. En injectant cette solution dans *l'équation d'onde relativiste*, on obtient l'expression de la figure 11.2 pour la valeur du nombre d'onde complexe $\underline{k}$ et on constate que $\underline{k}(\vec{r},t)$ dépend en fait de $\vec{r}$ et t uniquement de par la dépendance de l'énergie relativiste $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ en $\vec{r}$ et t, ce qui permet d'exprimer la fonction d'onde $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ ainsi que les fluctuations d'expansion associées à la singularité relativiste. En y introduisant la valeur de $\omega_f(\vec{r},t)$ obtenue dans la figure 11.1, on obtient deux solutions qui ont réellement une signification physique parmi quatre solutions possibles, de sorte que, finalement, la solution pour $\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)$ peut s'écrire sous la forme représentée dans la figure 11.2. On peut dès lors expliciter les fluctuations réelles d'expansion d'une singularité relativiste, en prenant la partie réelle $\tau^{(p)}_{réel}(\vec{r},t)$ de cette expression.

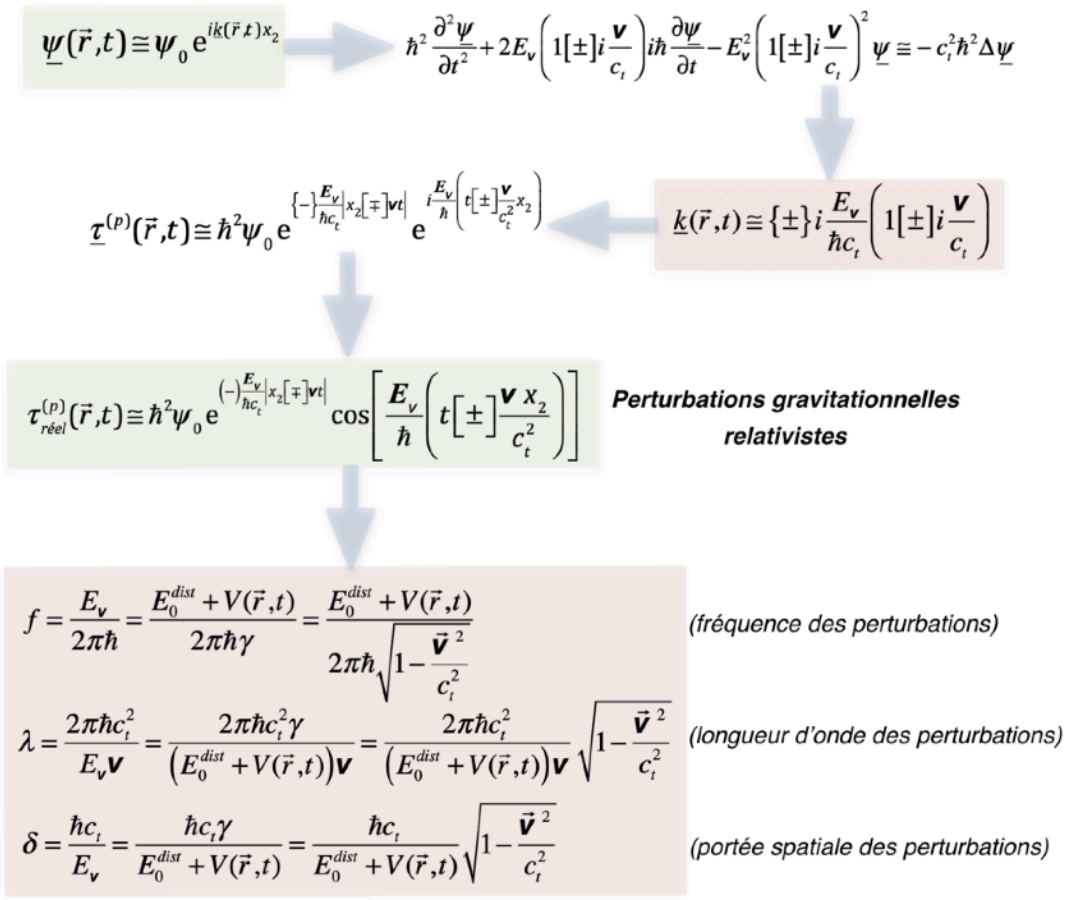


Figure 11.2 *- Perturbations gravitationnelles associées à une singularité massive se déplaçant à vitesse relativiste*

On constate que cette fonction $\tau^{(p)}_{réel}(\vec{r},t)$ représente le produit d'oscillations dans le temps et d'oscillations dans l'espace. Les oscillations dans le temps présentent une fréquence f et

les oscillations dans l'espace une longueur d'onde λ. On constate que la fréquence f des oscillations temporelles est une fonction croissante de la vitesse $\boldsymbol{v}$ et de l'énergie relativiste $E_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité, et qu'elle tend vers une valeur infinie pour $\boldsymbol{v} \to c_t$. Elle dépend indirectement de la position $\vec{r}$ de la singularité et du temps t via la dépendance du potentiel $V(\vec{r},t)$ en ces grandeurs. Quand à la longueur d'onde λ des oscillations spatiales, elle diminue en fonction de la vitesse $\boldsymbol{v}$ et de l'énergie relativiste $E_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité, et elle tend vers 0 pour $\boldsymbol{v} \to c_t$. Elle est elle aussi modulée dans l'espace et le temps via le potentiel $V(\vec{r},t)$.

L'amplitude de ces oscillations temporelles et spatiales est modulée par une enveloppe exponentiellement décroissante de part et d'autre de la position moyenne $x_2(t) = [\pm]\boldsymbol{v}t$ de la singularité (qui se déplace donc dans la direction de l'axe $\boldsymbol{O}x_2$ ou en sens opposé selon le signe + ou -). La vitesse de décroissance de l'enveloppe $e^{(-)|x_2[\mp]\boldsymbol{v}t|/\delta}$ est liée à *une portée* δ *de l'enveloppe des oscillations*, qui diminue lorsque la vitesse $\boldsymbol{v}$ de la singularité augmente et lorsque son énergie relativiste $E_{\boldsymbol{v}}$ augmente, et elle tend vers 0 pour $\boldsymbol{v} \to c_t$. Elle est, elle aussi, modulée dans l'espace et le temps via le potentiel $V(\vec{r},t)$ que subit la singularité. Tout ceci implique que les fluctuations gravitationnelles associées à l'énergie relativiste totale de la singularité sont de très courtes portées et deviennent assurément négligeables pour des singularités massives, telles que des amas de boucles élémentaires liées. Par exemple, pour un électron à vitesse non-relativiste, la portée des perturbations gravitationnelles associées à son énergie de repos E_0^{dist} est déjà minuscule, de l'ordre de $2 \cdot 10^{-12}\ m$.

Finalement, on constate que les fluctuations dynamiques d'expansion associées à la singularité relativiste sont contractées selon l'axe $\boldsymbol{O}x_2$ du mouvement de la singularité, en fonction de la vitesse $\boldsymbol{v}$ de la singularité, comme on le voit bien sur la longueur d'onde λ des oscillations spatiales et sur la portée δ de l'enveloppe des oscillations. Ces effets *correspondent strictement à l'effet relativiste de contraction des règles* d'un amas mobile de singularités décrit au chapitre 6.

Equation de Schrödinger des perturbations gravitationnelles d'une singularité massive se déplaçant à vitesse non-relativiste dans un potentiel variable

Le traitement de la section précédente s'applique aux perturbations gravitationnelles associées à une singularité massive qui se déplace à des vitesses relativistes et qui n'est pas soumise à un potentiel suffisamment fort pour influencer sa trajectoire. Mais pour une singularité microscopique (une boucle de désinclinaison ou de dislocation par exemple) en régime non-relativiste $|\boldsymbol{v}| << c_t$, et soumise à un potentiel $V(\vec{r},t)$ suffisamment important pour influer sur sa trajectoire, on peut se demander ce que devient son équation d'onde. Pour cela, réécrivons l'équation d'onde relativiste obtenue dans la figure 11.1 en faisant disparaître les termes en $\boldsymbol{v}/c_t$ très petits. C'est la première étape représentée dans la figure 11.3.


Erwin Schrödinger (1887-1961)

Puis en utilisant la conjecture 10, l'équation d'onde peut se transformer sous une *«forme réduite»* ne contenant plus que la dérivé première du temps. Mais l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ de la singularité non-relativiste peut s'exprime comme

$E_{\boldsymbol{v}} = M_0 c_t^2 / \gamma \cong M_0 c_t^2$ ou comme $E_{\boldsymbol{v}} = \left(E_0^{dist} + V(\vec{r},t)\right)/\gamma \cong E_0^{dist} + V(\vec{r},t)$, ce qui permet de ré-écrire approximativement l'équation d'onde sous une troisième forme, que nous appellerons *l'équation d'onde non-relativiste.* Cette équation d'onde admet alors deux solutions distincts pour les perturbations gravitationnelles $\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)$ qui se distinguent par le signe du vecteur tournant.

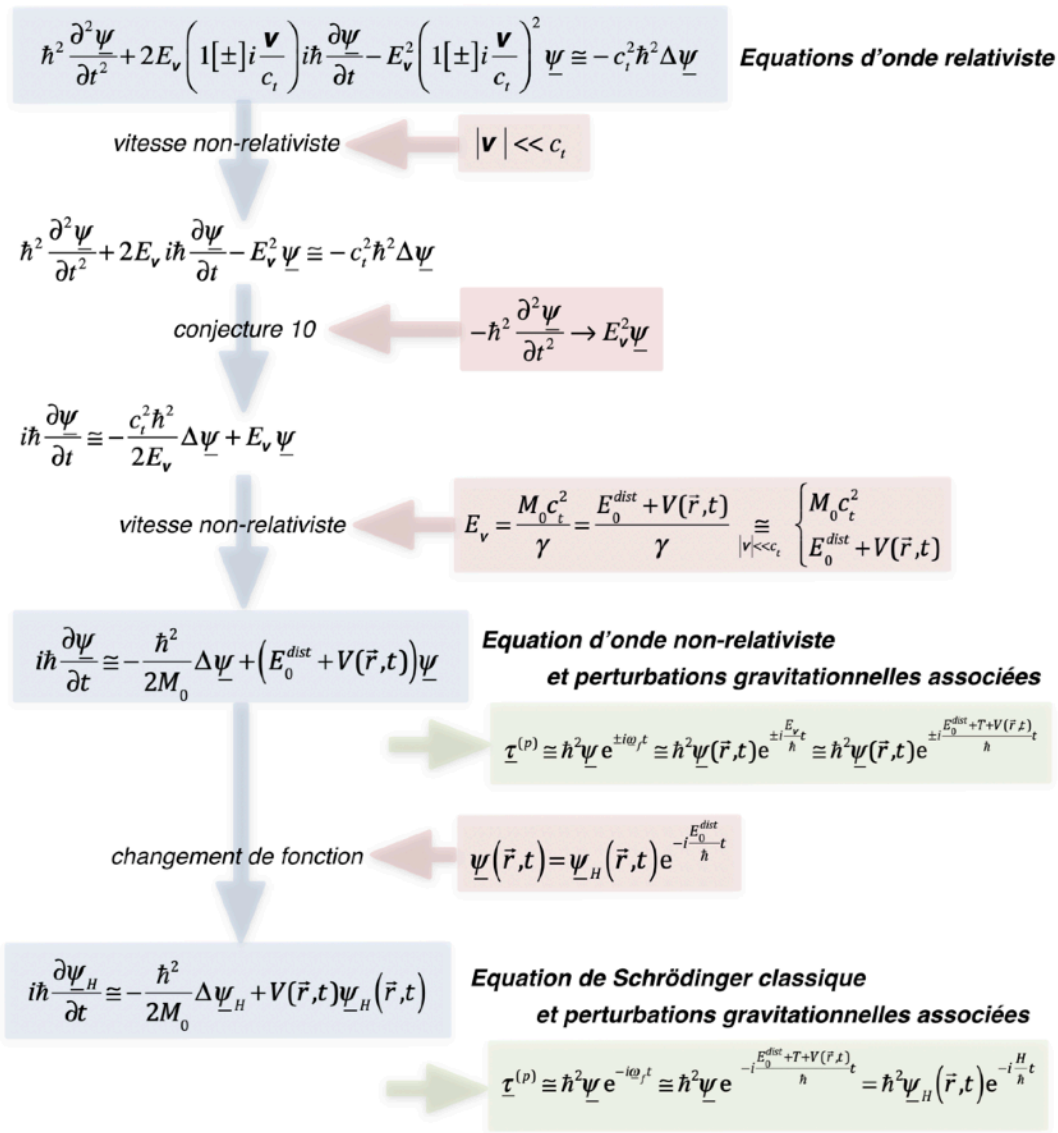


Figure 11.3 *- Equation d'onde non-relativiste et équation de Schrödinger dans le cas de perturbations gravitationnelles associées à une singularité massive se déplaçant à vitesse non-relativiste*

Sous cette forme, l'équation d'onde non-relativiste ressemble beaucoup à l'équation de Schrödinger de la physique quantique, et on peut montrer qu'il est possible de trouver cette équation. En effet, effectuons un changement d'équation d'ondes en introduisant une fonction d'onde $\underline{\psi}_H(\vec{r},t)$ telle qu'elle donne la fonction d'onde initiale $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ lorsque multipliée par le facteur $\exp(-iE_0^{dist} t/\hbar)$. On obtient alors une équation d'onde non-relativiste qui est très

connue, puisque c'est la fameuse *équation de Schrödinger de la physique quantique*.

En résolvant cette équation d'onde pour une singularité de masse M_0 soumise à un potentiel $V(\vec{r},t)$, on déduit la fonction d'onde $\underline{\psi}_H(\vec{r},t)$ qui permet de retrouver directement les perturbations gravitationnelles $\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)$ associées à cette singularité grâce à la relation reportée dans la figure 11.3. Mais à la différence de l'équation d'onde non-relativiste qui la précède, cette équation, à cause du changement de la fonction d'onde $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ pour $\underline{\psi}_H(\vec{r},t)$ ne donne qu'une seule solution pour les perturbations gravitationnelles $\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)$.

La fonction d'onde $\underline{\psi}_H(\vec{r},t)$ fournie par l'équation de Schrödinger est directement liée à *l'hamiltonien de la singularité*, à savoir à la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle, puisqu'en utilisant les opérateurs définis par la conjecture 10 dans l'équation de Schrödinger, on obtient directement la relation $E_{\underline{\psi}_H} \cong \vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}^{\,2}/2M_0 + V(\vec{r},t) = T + V(\vec{r},t) = H$.

L'équation d'onde que nous avons obtenue pour $\underline{\psi}_H(\vec{r},t)$ correspond en tout point, très exactement, à l'équation de Schrödinger dépendante du temps de la physique quantique *pour une particule non-relativiste*, à condition d'admettre que la constante universelle $\hbar$ que nous avons conjecturées soit effectivement *la constante de Planck* $\hbar$ *de la physique quantique*. Cette similitude parfaite n'est évidemment pas fortuite et permet <u>*pour la première fois*</u> de donner une interprétation très compréhensible de la physique quantique, en disant que «*l'équation de Schrödinger est une équation d'onde déduite de la deuxième équation partielle de Newton d'un réseau cosmologique parfait, dans le domaine* $\tau_0 << \tau_{0cr}$*, qui permet de calculer l'enveloppe* $\underline{\psi}_H(\vec{r},t)$ *des fluctuations gravitationnelles dynamiques* $\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)$ *associées à une singularité topologique de masse* M_0 *et soumise à un potentiel* $V(\vec{r},t)$ *».*

L'équation d'onde stationnaire d'une singularité placée dans un potentiel statique

Si le potentiel dans lequel est placée la singularité topologique est un potentiel statique $V(\vec{r})$, le terme de gauche de l'équation d'onde non-relativiste reportée dans la figure 11.4 est un opérateur donnant l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité, qui doit évidemment être une constante puisque la singularité se déplace dans un potentiel statique. En utilisant la conjecture 10 pour faire disparaître la dérivé temporelle, on obtient une équation d'onde indépendante du temps.

On retrouve là l'expression de *l'équation de Schrödinger stationnaire* de la physique quantique, qui est, comme on le sait de la physique quantique, un *problème aux valeurs propres*, ce qui signifie que l'hamiltonien, c'est-à-dire la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique associées au mouvement de la singularité, donnée par $H = E^{cin} + V = E_{\boldsymbol{v}} - E_0^{dist}$, est une constante pouvant prendre *diverses valeurs propres* H_n suivant le potentiel $V(\vec{r})$, de sorte que la fonction d'onde présente des *états propres* $\underline{\psi}_n$ satisfaisant *l'équation de Schrödinger aux valeurs propres* reportée dans la figure 11.4.

Sur la base de la solution $\underline{\psi}_n(\vec{r})$ de l'équation d'onde, on déduit la véritable grandeur physique, à savoir *les perturbations d'expansion stationnaires* associées à la singularité plongée dans le potentiel stationnaire $V(\vec{r})$, données grâce à la relation de la figure 11.3 par l'expression $\underline{\tau}_n^{(p)}(\vec{r},t) \cong \hbar^2 \underline{\psi}_n(\vec{r}) \exp\left(\pm i(E_0 + H_n)t/\hbar\right)$, et c'est la partie réelle de $\underline{\tau}_n^{(p)}(\vec{r},t)$ qui représentera les réelles perturbations stationnaires d'expansion. Cette solution pour les perturbations gravitationnelles stationnaires se présente alors sous la forme d'oscillations de pulsation

fixe $\left|\omega_f\right| = (E_0 + H_n)/\hbar$ dépendante de l'énergie propre H_n, oscillations qui sont modulées par une enveloppe stationnaire $\hbar^2 \underline{\psi}_n(\vec{r})$ dépendante du potentiel $V(\vec{r})$ via l'équation d'onde stationnaire de Schrödinger.

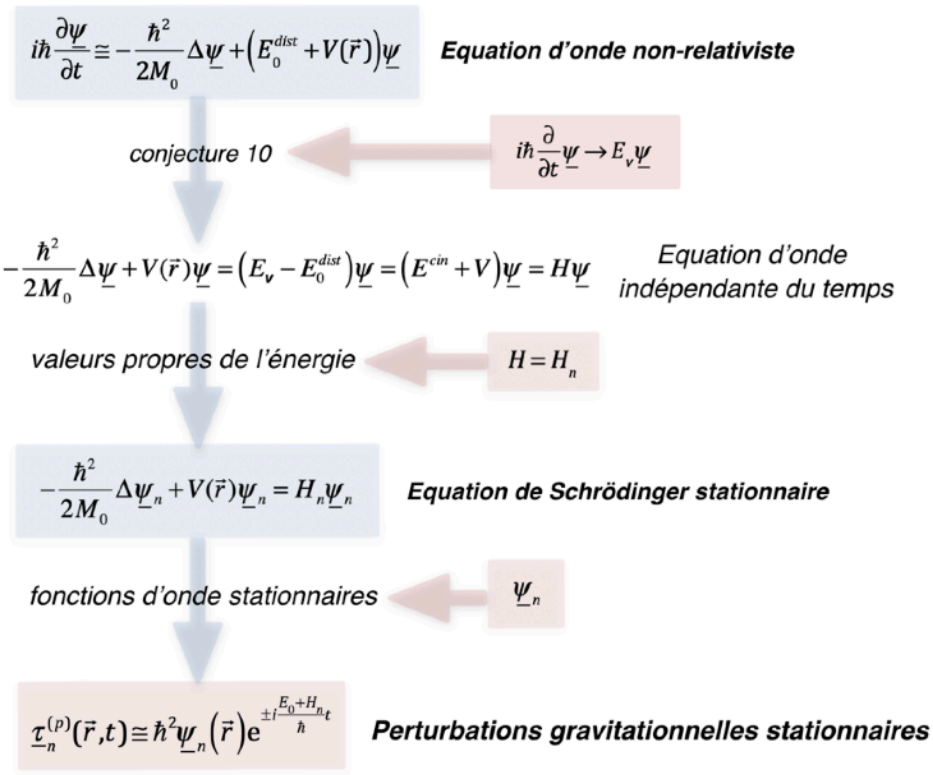


Figure 11.4 *- Equation d'onde stationnaire de Schrödinger à valeurs propres pour une singularité massive placée dans un potentiel statique*

De l'interprétation de la fonction d'onde des fluctuations gravitationnelles

On connaît bien la puissance de l'équation de Schrödinger dynamique (figure 11.3) et de l'équation de Schrödinger stationnaire (figure 11.4) en physique quantique. Nombre de conséquences liées aux équations de Schrödinger sont évidemment directement applicables dans le cas de notre approche.


Werner Heisenberg (1901-1976)

Par exemple, les *commutateurs d'opérateurs* et les *principes d'incertitude de Heisenberg* se déduisent directement à l'aide de la conjecture 10. Ainsi, l'opérateur quantique de quantité de mouvement $\hat{p}_k = -i\hbar\partial/\partial\xi_k$ ne commute pas avec l'opérateur de position $\hat{\xi}_k = \xi_k$ d'une particule, car le commutateur $\left[\hat{p}_k, \hat{\xi}_k\right] = \hat{p}_k \bullet \hat{\xi}_k - \hat{\xi}_k \bullet \hat{p}_k = -i\hbar$ n'est pas nulle. De même, l'opérateur d'énergie $\hat{E} = i\hbar\partial/\partial t$ ne commute avec l'opérateur de temps $\hat{t} = t$ puisque le commutateur $\left[\hat{E}, \hat{t}\right] = \hat{E} \bullet \hat{t} - \hat{t} \bullet \hat{E} = i\hbar$ n'est pas nul. Ces deux relations de commutation sont des expressions du *principe d'incertitude de*

Heisenberg, qui dit que les mesures de certaines paires d'observables se perturbent mutuellement, de sorte que les incertitudes de mesure $\Delta\xi_k$, Δp_k , Δt , ΔE , … sont liées entre elles par des relations d'incertitude.

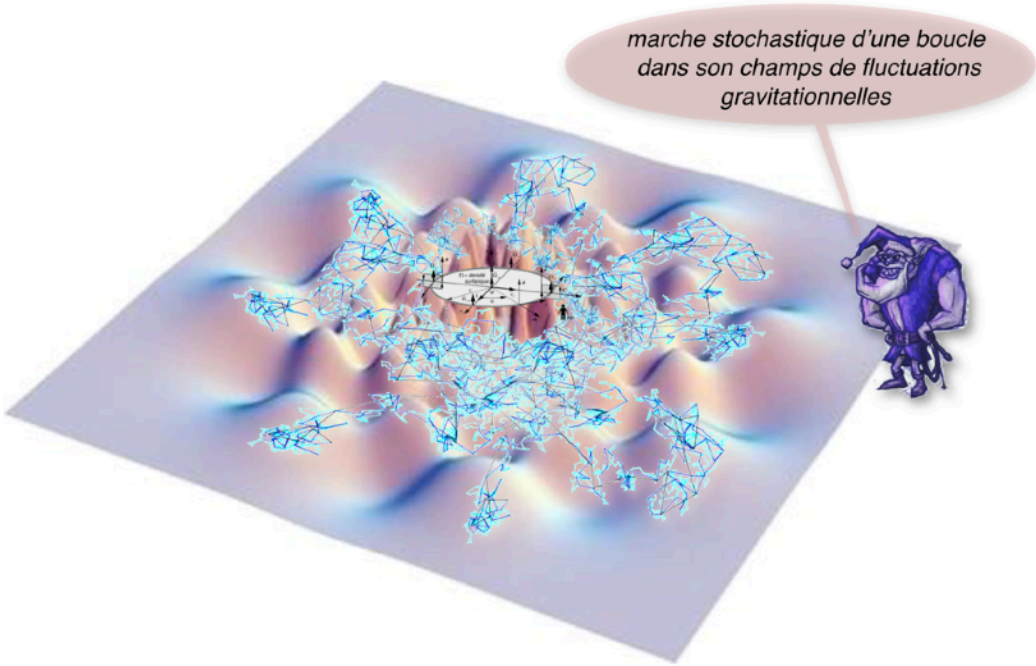
Un autre exemple est le calcul des *états propres stationnaires d'une particule* dans différents types de potentiels (oscillateur harmonique, oscillateur anharmonique, particule dans une boîte, rotation de deux particules liées, particule dans un potentiel central, etc.), ou le calcul de la *densité des états dans l'espace de phase,* et bien d'autres encore qui ne sont pas du ressort de ce livre, mais que l'on trouve dans tous les livres traitant de la physique quantique.

De cette correspondance parfaite entre notre approche des perturbations gravitationnelles associées aux singularités topologiques mobiles et l'équation d'onde de Schrödinger de la physique quantique, expérimentalement très bien vérifiée, on déduit que notre conjecture 10 s'avère *à posteriori* absolument fondée. Par conséquent, notre interprétation *«classique»* de la physique quantique, à savoir que la physique quantique découle de la deuxième équation partielle de Newton du réseau cosmologique, est assurément juste, de sorte que l'équation de Newton du réseau cosmologique semble de plus en plus jouer un rôle capital *au coeur de toutes les théories connues de l'Univers.*

Quant bien même les fonctions d'onde complexes $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ n'apporte aucune indication quant à la position ou à la trajectoire de la singularité, on peut tout de même leur trouver une interprétation physique très intéressante. Comme ces fonctions d'onde correspondent à une *représentation complexe de l'amplitude et de la phase des fluctuations gravitationnelles de pulsation* $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ *associées à la singularité,* il est tout-à-fait logique et probable que si, localement, il n'existe pas de fluctuations gravitationnelles, c'est-à-dire si la fonction d'onde $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ est très petite en certains endroits de l'espace, il n'y aura pratiquement aucune chance d'y trouver la singularité topologique, alors que si ces fluctuations deviennent maximum en certains autres endroits, il y a de très fortes chances d'y trouver la singularité topologique.

On en arrive donc à une interprétation très intéressante de cette fonction d'onde complexe $\underline{\psi}(\vec{r},t)$: elle doit assurément être associée à la probabilité de présence de la singularité topologique à laquelle sont associées les fluctuations gravitationnelles $e^{i\omega_f t}$. La fonction $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ est en fait un objet mathématique complexe représentant l'amplitude et la phase des fluctuations gravitationnelles $e^{i\omega_f t}$, alors qu'une probabilité de présence est un objet mathématique scalaire positif dont la somme sur tout l'espace doit être égale à 1. Par conséquent, une possibilité d'extraire une valeur quantitative de probabilité de présence de la singularité topologique à partir de la fonction $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ est d'utiliser le fait que le carré d'une fonction oscillante présente bien un scalaire positif. Dans le cas d'une grandeur complexe comme $\underline{\psi}(\vec{r},t)$, c'est le produit $\underline{\psi}(\vec{r},t)\bullet\underline{\psi}^*(\vec{r},t)$ de la fonction complexe $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ par son complexe conjugué $\underline{\psi}^*(\vec{r},t)$ qui représente le carré de l'amplitude de la fonction. Il suffit donc de normaliser le produit $\underline{\psi}(\vec{r},t)\bullet\underline{\psi}^*(\vec{r},t)$ pris sur une portion de l'espace ΔV par ce produit pris sur tout l'espace V susceptible de contenir la singularité pour obtenir la probabilité P de trouver la singularité dans la portion d'espace ΔV , comme illustré dans la figure 11.5. On retrouve par conséquent l'interprétation usuelle simple de la fonction d'onde en physique quantique, tout en lui donnant ici une explication conceptuelle.

Le fait que la fonction d'onde complexe $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ permette de déduire, non pas la position des singularités en un instant donné, mais leur probabilité de présence en un endroit donné et à



Probabilité de présence de la singularité

$$P = \iiint_{\Delta V} \underline{\psi}(\vec{r},t) \bullet \underline{\psi}^{*}(\vec{r},t)\, dV \Big/ \iiint_{V} \underline{\psi}(\vec{r},t) \bullet \underline{\psi}^{*}(\vec{r},t)\, dV$$

Figure 11.5 *- Illustration de la «marche stochastique» d'une boucle de singularité dans son champs stationnaire de perturbations gravitationnelles*

un instant donné, signifie aussi que les équations d'onde qui permettent de calculer $\underline{\psi}(\vec{r},t)$, ou $\underline{\psi}_n(\vec{r})$ dans le cas stationnaire, et qui ne sont en fait rien d'autre que des émanations *de l'équation de Newton du réseau* appliquée aux fluctuations gravitationnelles, sont en même temps *une nouvelle forme d'équations de la dynamique des singularités topologiques microscopiques* au sein du réseau.

Comme les mouvements microscopiques exactes des singularités topologiques ne sont pas accessibles et prédictibles via leur fonction d'onde complexe $\underline{\psi}(\vec{r},t)$, mais que seule la probabilité de présence des singularités soumises à un potentiel $V(\vec{r},t)$ ou $V(\vec{r})$ peut être obtenue, les mouvements réels des singularités microscopiques au sein du réseau cosmologique doivent probablement être des mouvements stochastiques et chaotiques.

On peut imaginer par exemple que des fluctuations gravitationnelles aléatoires (voir chapitre 14), mais de pulsations différentes de la pulsation $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ associée à la singularité topologique, et qui apparaîtraient et disparaîtraient au voisinage de la singularité, puissent venir bousculer suffisamment celle-ci en lui fournissant des impulsions aléatoires. Ces impulsions contribueraient alors à des mouvements stochastiques de la singularité. Mais comme la marche stochastique de la singularité doit aussi être fortement couplée avec ses fluctuations gravitationnelles propres à fréquence $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$, cette marche stochastique devrait présenter une distribution statistique de présence qui se manifesterait via la probabilité de présence déduite de la

fonction d'onde.

Il existe en fait deux phénomènes physiques observables qui présentent des analogies fortes avec une telle «marche stochastique» des singularités topologiques:

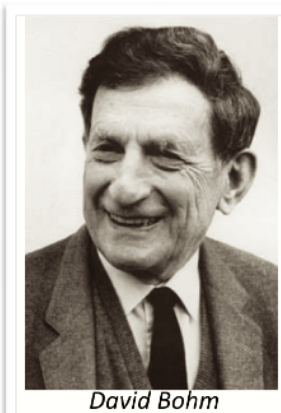
- dans les solides, les dislocations peuvent présenter une marche stochastique microscopique sous l'effet des fluctuations thermiques aléatoires (dues aux phonons) qui peuvent les bousculer. Il apparaît alors un mouvement stochastique des dislocations, appelé *mouvement brownien*, tel que décrit par exemple dans l'article *«overview on dislocation-point defect interaction: the brownian picture of dislocation motion»*[1] .

- des expériences macroscopiques assez récentes réalisées au laboratoire avec des gouttelettes rebondissantes sur une surface liquide vibrée présentent des résultats assez étonnants. Les gouttelettes se déplacent aléatoirement sur la surface liquide, raison pour laquelle elles ont été qualifiées de "gouttes marcheuses" [2]. Cette "marche" est attribuée à une interaction résonnante de la goutte avec son propre champ ondulatoire[3]. La mesure de la probabilité de distribution de la goutte sur une surface liquide limitée peut alors présenter une régularité présentant des similitudes étonnantes avec la probabilité de présence de particules microscopiques quantiques confinées dans un puits de potentiel[4].



Louis de Broglie (1892-1987)

En fait, l'interprétation de la physique quantique qui ressort de notre approche se rapproche assez de *l'interprétation de Bohm, dans sa version stochastique,* introduite en 1954 comme un développement de *la théorie de l'onde pilote* de Louis de Broglie de 1927. En effet, dans notre théorie, la fonction d'onde $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ est bien un champ réel et objectif, correspondant à l'enveloppe des fluctuations gravitationnelles de l'expansion volumique du réseau cosmologique associées aux singularité topologiques, alors que les singularités topologiques sont aussi, quant à elles, des particules réels (des boucles de dislocation ou de désinclinaison) qui possèdent à tout instant des coordonnées dans l'espace et une quantité de mouvement donnée. Ce sont bien là effectivement les principales idées de l'interprétation de Bohm. Et l'image du monde véhiculée par notre approche est clairement indéterministe comme l'est l'image bohmienne de la physique quantique, au sens que nous n'avons pas d'accès direct aux positions des singularités, mais seulement aux notions de probabilités qu'on déduit de la fonction d'onde,



David Bohm (1917-1992)

---

[1] *G. Gremaud, Materials Science and Engineering A 370 (2004) 191-198*

[2] *Stéphane Perrard: "Une mémoire ondulatoire: états prores, chaos et probabilités", thèse de doctorat, 2014, Université Paris Diderot (https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01158368)*

[3] *D. M. Harris, J. Moukhtar, E. Fort, Y. Couder, J. W. M. Bush: "Wavelike statistics from pilot-wave dynamics in a circular corral" Physical Review E, 88, 011001(R), 2013*

[4] *R. Brady, R. Anderson: "Why bouncing droplets are a pretty good model of quantume mechanics", University of Cambridge Computer Laboratory, 2014 (arXiv:1401.4356v1)*

qui ne sont que le reflet de notre ignorance de l'histoire sous-jacente qui détermine le cours des événements pour les singularités topologiques microscopiques.

Superposition de singularités topologiques, bosons, fermions et principe d'exclusion

On peut légitimement se demander ce que devient le champ des fluctuations gravitationnelles lorsque deux singularités topologiques sont voisines l'une de l'autre. Imaginons qu'on considère deux singularités *(a)* et *(b)* qui évoluent dans le même espace, et donc dans le même potentiel $V(\vec{r})$. Recherchons la fonction d'onde stationnaire de superposition, c'est-à-dire la façon d'écrire les perturbations d'expansion volumique dues aux deux singularités à la fois. En supposant qu'à l'état de superposition stationnaire, les équations de Schrödinger stationnaires restent valables pour les deux singularités (figure 11.6), essayons de combiner ces deux relations, en multipliant la première par $\underline{\psi}_m(\vec{r}_b)$ et la deuxième par $\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)$, et en sommant le tout. On obtient une nouvelle équation qui n'est rien d'autre que l'équation de Schrödinger pour la fonction d'onde de superposition $\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)\underline{\psi}_m(\vec{r}_b)$. On en déduit par conséquent que les perturbations oscillatoires de l'expansion volumique dues à la superposition des deux singularités s'écrivent comme un produit des deux fonctions d'onde multiplié par les oscillations

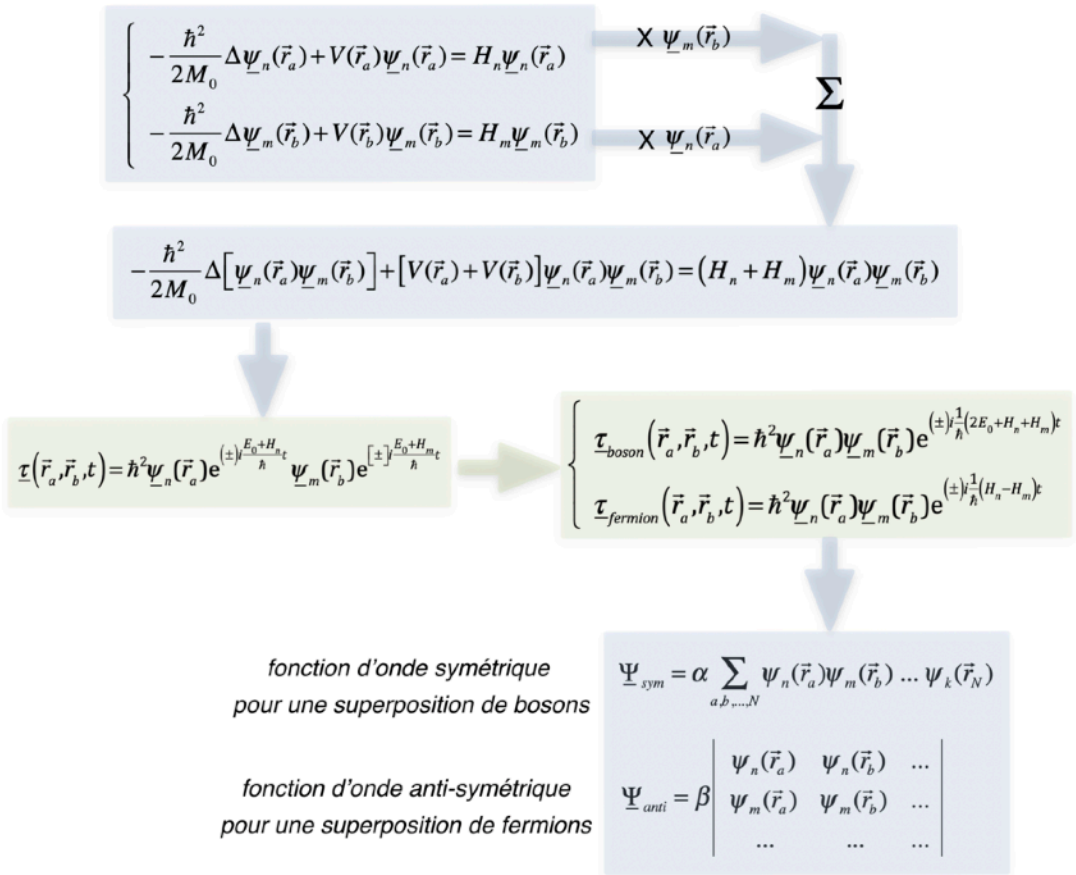


Figure 11.6 *- Equation stationnaire pour la superposition de singularités topologiques, fluctuations gravitationnelles des bosons et des fermions et fonctions d'onde symétrique et anti-symétrique*

$\exp\left(\pm i(E_0+H_n)t/\hbar\right)$ et $\exp\left(\pm i(E_0+H_m)t/\hbar\right)$. On constate qu'il y a alors deux types de superpositions possibles, suivant les signes des exposants des exponentielles, qui présentent des fréquences d'oscillation globales très différentes, liées à la somme et à la différence des énergies des singularités, à savoir $\exp\left(\pm i(2E_0+H_n+H_m)t/\hbar\right)$ et $\exp\left(\pm i(H_n-H_m)t/\hbar\right)$.

Par analogie avec la physique quantique, on appellera *bosons* les singularités correspondant à la première solution de superposition, dont la pulsation vaut $\left(2E_0+H_n+H_m\right)/\hbar$, car les deux singularités peuvent occuper le même niveau d'énergie sans disparition des perturbations oscillatoires de l'expansion. Quant aux singularités qui correspondent à la deuxième solution de pulsation $\left|H_n-H_m\right|/\hbar$, on les appellera des *fermions* car elles ne peuvent pas être superposées dans le même niveau d'énergie puisqu'en ce cas les perturbations gravitationnelles oscillatoires de l'expansion disparaissent.



Wolfgang Pauli (1900-1958)

Cette constatation sur la manière qu'ont les singularités de se superposer fait donc directement apparaître le fameux *principe d'exclusion de Pauli:* les singularités qui se combinent selon la deuxième possibilité, à savoir les *fermions*, ne peuvent pas se retrouver dans le même état énergétique.

En physique quantique usuelle, où on ne décrit que les fonctions d'onde, et où on ignore la signification physique réelle de ces fonctions d'onde en terme d'amplitude et de phase de perturbations gravitationnelles oscillatoires, on peut faire apparaître cette différence entre bosons et fermions directement dans la fonction d'onde de superposition $\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)\underline{\psi}_m(\vec{r}_b)$. Pour cela, on constate que pour une même valeur de l'énergie E du système, il y a deux solutions possibles de l'équation pour la fonction d'onde $\underline{\Psi}$ de superposition, qui correspondent simplement à échanger les deux singularités identiques, soit $\underline{\Psi}=\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)\underline{\psi}_m(\vec{r}_b)$ et $\underline{\Psi}=\underline{\psi}_n(\vec{r}_b)\underline{\psi}_m(\vec{r}_a)$. Or, une des propriétés fondamentales des équations différentielles linéaires et homogènes est que toute combinaison linéaire de solutions particulières de ce type d'équations est aussi une solution, de sorte que la solution la plus générale de l'équation de Schrödinger peut s'écrire sous la forme d'une superposition $\underline{\Psi}=\alpha\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)\underline{\psi}_m(\vec{r}_b)+\beta\underline{\psi}_n(\vec{r}_b)\underline{\psi}_m(\vec{r}_a)$. Cette expression semblerait indiquer qu'il existe un grand nombre d'états stationnaires pour un système de deux singularités. Cependant, il faut maintenant tenir compte du fait que, à cause du principe d'incertitude lié aux commutateurs des opérateurs, les singularités identiques perdent leur individualité. On dit que des singularités identiques sont *indiscernables*, ce qui signifie tout simplement qu'il n'est pas possible de suivre la trajectoire d'une singularité donnée au cours du temps. Si on considère la fonction d'onde $\underline{\Psi}$ du système, nous savons que $\underline{\Psi}^2$ détermine la probabilité de trouver les deux singularités dans une certaine portion d'espace. Si on échange les deux singularités, il est clair que $\underline{\Psi}^2$ doit rester inchangée. Par contre, la phase de $\underline{\Psi}$ peut être modifiée par cet échange, de sorte que $\underline{\Psi}\rightarrow\underline{\Psi}e^{i\eta}$. Si on procède à un deuxième échange des singularité, on a évidemment $\underline{\Psi}\rightarrow\underline{\Psi}e^{2i\eta}$ et on se retrouve dans l'état initial $\underline{\Psi}$, de sorte que $e^{2i\eta}=1$. Pour satisfaire cette dernière condition, il suffit en fait que $e^{2i\eta}=+1$ ou $e^{2i\eta}=-1$.

Dans le cas où la fonction d'onde $\underline{\Psi}$ se transforme en $\underline{\Psi}\rightarrow+\underline{\Psi}$ au cours de l'échange des deux singularités, la fonction d'onde est dite *symétrique*, et les singularités sont appelées

des *bosons*. La fonction d'onde s'écrit $\underline{\Psi} = \alpha\left(\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)\underline{\psi}_m(\vec{r}_b) + \underline{\psi}_n(\vec{r}_b)\underline{\psi}_m(\vec{r}_a)\right)$, où α est un facteur de normalisation.

Si la fonction d'onde $\underline{\Psi}$ se transforme en $\underline{\Psi} \rightarrow -\underline{\Psi}$, la fonction d'onde est dite *antisymétrique*, et les singularités sont appelées des *fermions*. La fonction d'onde $\underline{\Psi}$ s'écrit avec un facteur de normalisation β comme $\underline{\Psi} = \beta\left(\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)\underline{\psi}_m(\vec{r}_b) - \underline{\psi}_n(\vec{r}_b)\underline{\psi}_m(\vec{r}_a)\right)$.

L'indiscernabilité des deux singularités ressort alors clairement des deux expressions précédentes de la fonction d'onde $\underline{\Psi}$. On constate aussi que, pour la fonction d'onde antisymétrique, il n'est pas possible que les deux singularités soient dans le même état puisque $\underline{\Psi}$ serait alors nulle: ceci est bien l'expression mathématique au niveau de la fonction d'onde elle-même, du *principe d'exclusion de Pauli,* qui dit que deux fermions ne peuvent occuper le même état simultanément parce que les perturbations gravitationnelles disparaissent en ce cas.

Dans le cas d'un système de N singularités identiques, les concepts précédents se généralisent facilement. Dans le cas de bosons, la fonction d'onde symétrique $\underline{\Psi}_{sym}$ du système s'écrit sous la forme $\underline{\Psi}_{sym} = \alpha\sum\psi_n(\vec{r}_a)\psi_m(\vec{r}_b)\ldots\psi_k(\vec{r}_N)$, où la somme porte sur les permutations possibles de tous les états différents du système. Si le système possède n_1 singularités à l'état d'énergie n, n_2 singularités à l'état d'énergie m, n_3 singularités à l'état d'énergie k, etc., le nombre de termes composant la fonction d'onde $\underline{\Psi}_{sym}$ est donné par toutes les permutations possibles, à savoir $P = N!/\left(n_1!n_2!n_3!\ldots\right)$.

Dans le cas de fermions, la fonction d'onde antisymétrique $\underline{\Psi}_{anti}$ du système peut s'écrire sous la forme d'un déterminant, comme représenté dans la figure 11.6. En effet, la permutation de deux colonnes d'un déterminant change le signe du déterminant, ce qui assure l'anti-symétrie de la fonctions d'onde $\underline{\Psi}_{anti}$ sous l'échange de deux des singularités. D'autre part, on sait aussi qu'un déterminant est nul si deux lignes sont identiques, ce qui correspond ici à l'expression du *principe d'exclusion de Pauli*, à savoir qu'un état donné ne peut être occupé par plus d'un fermion.

De la démystification de la physique quantique

Il est tout-à-fait remarquable que la fonction d'onde associée aux perturbations gravitationnelles de l'expansion volumique soit parfaitement similaire à la fonction d'onde quantique d'une particule, et qu'elle satisfasse une équation d'onde identique à l'équation de Schrödinger. Cela mérite évidemment une discussion plus approfondie.

Nous avons montré dans ce chapitre *qu'au-delà de la limite de décohérence quantique*, c'est-à-dire pour des singularités dont la densité de masse est supérieure à une certaine valeur critique (figure 7.0), il est possible de lier à cette singularité une équation d'onde relativiste (figure 11.1) déduite par un «subterfuge» à partir de la deuxième équation partielle de Newton (figure 5.1). Cette équation a permis de décrire *les fluctuations «gravitationnelles» dynamiques d'expansion* associées à une singularité massive se mouvant à des vitesses relativistes au sein du réseau (figure 11.2). Quant à l'équation d'onde non-relativiste d'une singularité liée par un potentiel*,* elle est absolument identique à l'*équation de Schrödinger* de la physique quantique (figure 11.3) puisque leurs interprétations respectives en terme de probabilité de présence d'une particule sont *identiques*.. Les passages clefs utilisés pour aboutir à l'équation de Schrödinger d'une singularité à partir de la deuxième équation partielle de Newton pour les perturbations gravitationnelles d'expansion sont, premièrement *la conjecture 10* postulant *la signification phy-*

sique des opérateurs de temps et d'espace appliqués à la fonction d'onde, et deuxièmement *la "réduction" de l'équation d'onde* permettant de passer de l'équation d'onde du deuxième degré en les dérivés spatiales vers l'équation d'onde du premier degré en les dérivés spatiales, en utilisant encore ici *la conjecture 10*. Ce sont ces deux passages clefs qui ont permis d'établir une théorie physique tout-à-fait similaire à la physique quantique pour décrire les comportements microscopiques des singularités topologiques au sein d'un réseau cosmologique ne présentant pas d'ondes longitudinales.

Mais il manque encore dans notre approche une explication physique approfondie de ces deux passages clefs et leur raison d'être. Notamment, on peut légitimement se poser la question de savoir pourquoi la constante de Planck existe, d'où vient sa valeur, et si celle-ci est réellement une constante universelle ou si elle est déductible à partir des autres constantes apparaissant dans notre approche. Une réponse à ces questions permettrait une compréhension encore plus approfondie et définitive de la physique quantique.

Mais dans notre approche, la fonction d'onde complexe $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ et l'équation d'onde de Schrödinger sont tout de même physiquement démystifiées, puisqu'elles y deviennent les expressions mathématiques de l'enveloppe et de la phase des fluctuations vibratoires de l'expansion du réseau, donc des fluctuations gravitationnelles corrélées avec les singularités topologiques.

De cette interprétation tout-à-fait innovante de la physique quantique, la possibilité d'avoir des singularités de type *«bosons»* et de type *«fermions»*, le fait qu'il y ait *indiscernabilité* entre les singularités topologiques lorsqu'elles contribuent au même champ de fluctuations gravitationnelles corrélées, et le fait que les singularités de type «fermions» doivent satisfaire *un principe d'exclusion* similaire au principe d'exclusion de Pauli est probablement le point le plus remarquable et le plus étonnant de nos calculs, car il démystifie un côté qui a toujours été des plus obscurs en physique quantique.

Finalement, il est tout aussi remarquable de constater que toutes ces propriétés, comme par exemple les *propriétés de superposition* (la symétrie de la fonction d'onde $\underline{\Psi}_{sym}$ des singularités de type «bosons» et l'anti-symétrie de la fonction d'onde $\underline{\Psi}_{antisym}$ des singularités de type «fermions», l'indiscernabilité des singularités topologiques et le principe d'exclusion) sont des conséquences directes du fait que *les fluctuations gravitationnelles associées à une ou plusieurs singularités doivent satisfaire la deuxième équation partielle de Newton du réseau cosmologique*.

En fait, l'image d'un champ de fluctuations gravitationnelles vibratoires corrélé avec une singularité topologique possède une potentialité énorme pour expliquer simplement des phénomènes quantiques observés et/ou calculés, mais restant encore très mystérieux dans le cadre de la physique quantique usuelle. Il suffit de penser aux quelques exemples suivants:

- le concept de dualité onde-corpuscule de la physique quantique, qui trouve ici une explication immédiate et simple puisque la particule est la singularité topologique, et que l'onde est le champ des fluctuations gravitationnelles qui lui est corrélé,
- les expériences d'interférences quantiques obtenues par le passage de particules au travers de deux fentes, mais en ne laissant passer qu'une seule particule à la fois, qui peuvent très bien s'expliquer maintenant par le fait que chaque singularité topologique ne peut effectivement passer que par une seule des fentes, mais que le champ des fluctuations gravitationnelles qui

lui est associé franchit quant à lui les deux fentes, d'où la possibilité d'une interférence de ces fluctuations à la sortie des deux fentes, entraînant par leur couplage avec la singularité une modification de la trajectoire de celle-ci, et finalement une distribution statistique des points d'impact successifs des particules sur l'écran placé après les deux fentes,

- le principe d'incertitude de Heisenberg, qui est évidemment satisfait dans notre approche puisqu'elle admet *à fortiori* la même interprétation des opérateurs agissant sur la fonction d'onde que la physique quantique, et satisfait donc toutes les relations de la physique quantique classique. Les relations d'incertitude sont alors directement liées à l'existence des perturbations gravitationnelles corrélées à la singularité,

- les expériences très mystérieuses d'intrication quantique (entanglement) et de décohérence quantique, puisqu'on peut très bien imaginer que l'intrication est le fait pour deux ou plusieurs singularités topologiques de posséder en commun un seul champ de fluctuations gravitationnelles, auquel cas le fait d'agir sur une seule des singularités va modifier ce champ commun de fluctuations gravitationnelles, ce qui va forcément agir sur les autres singularités qui participent à l'intrication, et qui peut aussi provoquer *la décohérence quantique*, autrement dit le découplage des singularités topologiques impliquées dans le champ commun de fluctuations gravitationnelles.

Einstein disait *«Dieu ne joue pas aux dés»* en parlant de la physique quantique, voulant dire par là que la physique quantique de son époque n'était pas une théorie complète, et qu'il devait forcément exister une explication rationnelle et pragmatique à l'aspect probabiliste de la théorie quantique. Cette opinion d'Einstein a été fortement discutée, pour ne pas dire vertement critiquée. Il a bien été démontré qu'il ne pouvait pas exister de variables cachées locales pour expliquer la physique quantique, mais par contre rien n'empêche qu'il puisse exister des variables cachées non locales, et c'est précisément le cas des fluctuations gravitationnelles corrélées aux singularités topologiques. Force est donc de constater ici qu'Einstein avait en effet raison, et qu'il existe bel et bien une explication tout à fait rationnelle de la physique quantique.

Il y a d'ailleurs une note fortement ironique dans la fameuse sentence d'Einstein, puisque la physique quantique s'expliquerait par des fluctuations gravitationnelles du champ d'expansion volumique et par un mouvement stochastique des singularités topologiques interagissant avec ces fluctuations gravitationnelles, qui sont bien des ingrédients avec lesquels Dieu, s'il existait, *pourrait* jouer aux dés, et que, oh comble de l'ironie, c'est précisément Einstein lui-même qui est à la base des explications de la Gravitation Générale et du Mouvement Brownien, ce qui lui a d'ailleurs valu le prix Nobel de physique.

Ainsi, notre explication de la physique quantique donne raison à Einstein, et montre que celle-ci est l'expression de fluctuations gravitationnelles à très petites échelles dans un réseau cosmologique sans propagation d'ondes longitudinales. Par conséquent, toutes les tentatives modernes de *quantifier la gravitation* sont forcément vouées à l'échec puisque la physique quantique est précisément l'expression des fluctuations gravitationnelles dynamiques à l'échelle microscopique.

Chapitre 12

Le spin des boucles topologiques

Dans ce chapitre, on va s'intéresser à trouver la solution de la deuxième équation partielle de Newton au sein même du tore entourant une boucle de désinclinaison vis. Au coeur même d'une boucle de singularité topologique, on démontre qu'*il ne peut pas exister de solutions statiques à la deuxième équation partielle de Newton* pour les fluctuations gravitationnelles longitudinales. Il devient par conséquent impératif de trouver une solution dynamique à cette équation, et la solution dynamique la plus simple qu'il soit possible d'envisager est que *la boucle tourne sur elle-même*, dans un mouvement de rotation quantifié de la boucle autour d'un de ses axes. En résolvant ce mouvement de rotation avec la deuxième équation partielle de Newton, qui n'est en ce cas dynamique rien d'autre que l'équation de Schrödinger, on obtient la solution quantifiée des fluctuations gravitationnelles internes à la boucle, qui est en fait *le spin de la boucle*, qui peut prendre plusieurs valeurs différentes (1/2, 1, 3/2, etc.) et qui est parfaitement similaire au spin des particules du Modèle Standard. Si la boucle est composée d'une boucle de désinclinaison vis, il apparaît aussi *un moment magnétique* de la boucle, proportionnel au célèbre *magnéton de Bohr*.

On montre que, dans le cas de notre approche, ce mouvement de rotation est bien réel, et qu'il n'enfreint aucunement la relativité restreinte, au contraire de ce que croyaient initialement les pionniers de la physique quantique. En effet, l'argument des pionniers de la physique quantique était que le spin d'une particule ne peut en aucun cas être une rotation réelle de la particule sur elle-même à cause d'une vitesse équatoriale de rotation supérieure à la célérité de la lumière . Cet argument est balayé dans notre approche par le fait que l'expansion statique au voisinage du coeur de la boucle est très élevée, ce qui conduit à des célérités de la lumière au voisinage du coeur de la boucle beaucoup plus élevées que la vitesse équatoriale de rotation de la boucle.

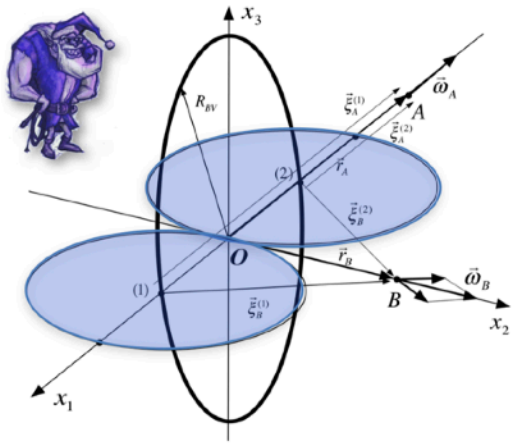
Dans cette argumentation sur la nécessité absolue d'un spin des boucles de singularité pour satisfaire la deuxième équation partielle de Newton, seule la valeur exacte du spin d'une boucle, à savoir les valeurs 1/2 ou 1, ne trouve pas pour l'instant d'explication simple.

De la non-existence d'un champ interne de perturbations statiques de l'expansion au sein d'une boucle de désinclinaison vis (BV)

Nous avons déjà calculé les champs externes statiques de perturbations gravitationnelles d'expansion d'une boucle de désinclinaison vis (figure 7.10), et nous avons vu que ces champs sont responsables des effets d'attraction gravitationnelle à longue distance de la boucle via *la force de gravitation* (chapitre 8), mais aussi des effets de couplage à courte distance avec d'autres boucles via *la force faible* (chapitre 9).

Par contre, nous ne nous sommes pas encore penchés sur le cas du champ des perturba-

tions de l'expansion au voisinage immédiat de la boucle de désinclinaison vis. Ce champ doit être calculé au sein du tore entourant la boucle de désinclinaison vis. En utilisant une version statique simplifiée de la deuxième équation partielle de Newton de la figure 5.1, dans laquelle on introduit la densité d'énergie de distorsion $F_{dist}^{BV}(\vec{\xi})$ associée aux champs de rotation et de cisaillement de la pseudo-dislocation vis, on obtient une équation du deuxième degré dont la solution $\tau_{int}^{BV}(\vec{\xi})$ au sein du tore est reportée la figure 12.1 , et dans laquelle $\vec{\xi}$ représente le vecteur lieu repérant un point sur une section du tore par rapport au centre de cette section.



Solution statique $$\tau_{int}^{BV}(\vec{\xi}) = \frac{4K_2/3 + 2K_1(1+\tau_0) - K_0}{2K_1}\left[-1 + \sqrt{1 - \frac{K_1(K_2+K_3)}{\left(4K_2/3 + 2K_1(1+\tau_0+) - K_0\right)^2}\frac{\boldsymbol{q}_{\lambda BV}^2}{2\pi^4 R_{BV}^2}\frac{1}{\xi^2}}\right]$$

Condition d'existence d'une solution statique $$\xi > \xi_{cr} = \sqrt{\frac{K_1(K_2+K_3)}{2\pi^4\left(4K_2/3 + 2K_1(1+\tau_0+) - K_0\right)^2}}\frac{|\boldsymbol{q}_{\lambda BV}|}{R_{BV}} \cong \frac{1}{\pi^2}\sqrt{\frac{K_1}{2K_0}}\frac{|\boldsymbol{q}_{\lambda BV}|}{R_{BV}}$$

Conjecture 11: K_1 *satisfait la relation suivante dans le réseau cosmologique parfait*

$$K_1 > K_{1cr} = K_0\frac{2\pi^4 R_{BV}^2}{\boldsymbol{q}_{\lambda BV}^2} \quad \Rightarrow \quad \textit{pas de solution statique possible}$$

Figure 12.1 *- Non-existence de solutions statiques pour les perturbations gravitationnelles internes à une boucle de désinclinaison vis*

Pour que cette équation ait une solution réelle, il faudrait que l'argument de la racine soit positif, donc que la distance $\vec{\xi}$ au coeur de la boucle satisfasse la condition d'existence reportée dans la figure 12.1, qui revient à dire que la distance $|\vec{\xi}|$ doit être supérieure à une certaine valeur critique ξ_{cr} pour qu'une solution statique existe. Si cette distance critique s'avère supérieure au rayon de la boucle R_{BV} , il est clair qu'une solution statique devient impossible. Il est assez facile alors de montrer que la condition pour laquelle $\xi_{cr} > R_{BV}$ est en fait une condition sur la valeur du module K_1, qui s'exprime comme $K_1 > K_{1cr} = 2\pi^4 K_0 R_{BV}^2 / \boldsymbol{q}_{\lambda BV}^2$, et qui signifie

que si K_1 est supérieur à la valeur critique K_{1cr}, il ne peut pas exister de solution statique pour les perturbations gravitationnelles au sein du tore entourant la boucle de désinclinaison.

Il est intéressant de faire intervenir ici des valeurs numériques qu'on peut tirer du monde réelle, en utilisant par exemple l'analogie avec les électrons, à savoir que, pour ceux-ci, on a une charge électrique valant $\left|\boldsymbol{q}_{\lambda BV}\right| = \boldsymbol{q}_{électron} = 1.6 \cdot 10^{-19}\left[C\right]$, un rayon estimé de l'ordre de $10^{-18}\left[m\right]$ et que les modules élastiques $K_3 = K_0$ sont en fait les analogues de la constante diélectrique du vide, de sorte que $K_3 = K_0 = 1/\varepsilon_0^{diélectrique} = 1.1 \cdot 10^{11}\left[m/F\right]$, la condition $K_1 > K_{1cr}$ impliquerait alors que $K_{1cr} = K_0 2\pi^4 R_{BV}^2 / q_{\lambda BV}^2 \cong 10^{-21}$.

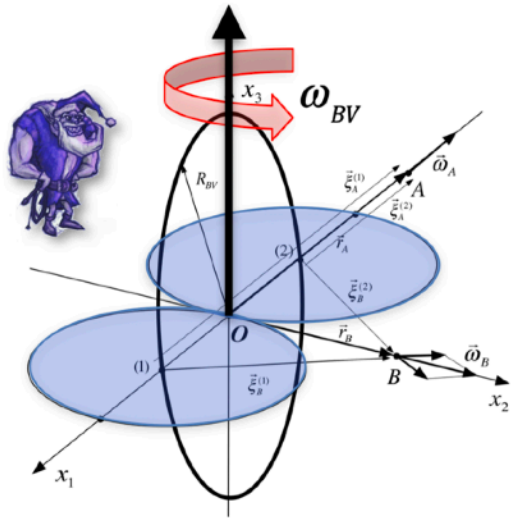
La condition que le module K_1 soit supérieur à la valeur critique $K_{1cr} \cong 10^{-21}$ à de fortes chances d'être remplie en présence d'une boucle de désinclinaison vis, ce qui est fortement conforté par l'application numérique obtenue grâce à l'analogie avec les électrons du monde réel. Admettons donc une nouvelle conjecture, la conjecture 11, qui stipule que K_1 satisfait bien la relation $K_1 \geq K_{1cr} = K_0\ 2\pi^4\ R_{BV}^2 / \boldsymbol{q}_{\lambda BV}^2$ dans le réseau cosmologique parfait.

En admettant cette conjecture, le champ de perturbations «gravitationnelles» au sein du tore entourant la boucle de désinclinaison vis ne peut pas être une solution de l'équation statique, et doit par conséquent devenir un champ de perturbations «gravitationnelles» internes *dynamiques*, solution de la deuxième équation partielle de Newton de la figure 5.1. Mais autour de la boucle, cette équation de Newton pour les perturbations dynamiques n'est rien d'autre que l'équation de Schrödinger stationnaire de la figure 11.4. Il faut donc trouver un mouvement de la boucle qui ne soit pas une translation de celle-ci, mais un mouvement confiné au même endroit de l'espace. Or, le seul mouvement possible de la boucle qui soit confiné au même endroit de l'espace est en fait *une rotation de celle-ci sur elle-même*.

Rotation classique d'une boucle de désinclinaison vis (BV)

Considérons donc une boucle de désinclinaison vis de rayon R_{BV} comme représentée à la figure 12.2, et imaginons que celle-ci puisse tourner autour d'un axe de direction $\vec{e}_{axe}$ contenu dans le plan de la boucle avec *une pulsation* ω_{BV}, ce qui n'est pas impossible puisque la boucle correspond en fait à *une pseudo-dislocation vis*. Si on traite d'abord ce problème de façon classique, on peut utiliser des coordonnées polaires pour définir *le moment cinétique* $\vec{L}_{BV}$ de la boucle autour de son axe de rotation, en supposant la masse de la boucle distribuée uniformément sur la surface de la boucle, comme illustré dans la figure 12.2. Comme on ne connaît en fait qu'approximativement la distribution réelle de la masse au voisinage de la boucle, on va introduire un facteur numérique δ_1 de correction tel que $\delta_1 \cong 1$ dans le calcul de $\vec{L}_{BV}$, comme représenté à la figure 12.2.

On peut alors introduire *le moment d'inertie de la boucle* autour de l'axe de rotation en utilisant la relation connue $\vec{L}_{BV} \cong I_{BV}\omega_{BV}\vec{e}_{axe}$. Comme une boucle de désinclinaison vis possède aussi une *charge de rotation* $\boldsymbol{q}_{\lambda BV}$, analogue à la charge électrique, elle possède aussi un *«moment magnétique»* $\vec{\mu}_{BV}$ dans la direction de l'axe rotation qui est défini dans la figure 12.2, *en supposant la charge répartie sur le contour de la boucle.* Comme on ne connaît qu'approximativement la distribution de la charge au voisinage de la boucle, on va là aussi introduire un facteur numérique δ_2 de correction tel que $\delta_2 \cong 1$. Et on trouve alors une relation directe entre le «moment magnétique» $\vec{\mu}_{BV}$ et le moment cinétique $\vec{L}_{BV}$ de cette boucle, qui s'appelle *le*



Moment cinétique $(\delta_1 \cong 1)$

$$\vec{L}_{BV} = \delta_1 \oint \vec{r} \wedge \vec{v}\, dm = \delta_1 \vec{e}_{axe} \int_0^{R_{BV}} 4 \int_0^{\pi/2} \underbrace{r\cos\theta}_{|\vec{r}|} \underbrace{r\cos\theta\, \omega_{BV}}_{|\vec{v}|} \underbrace{\frac{\delta_1 M_0^{BV}}{\pi R_{BV}^2} rd\theta dr}_{dm} = \delta_1 \frac{M_0^{BV} R_{BV}^2}{4} \omega_{BV} \vec{e}_{axe} \cong I_{BV} \omega_{BV} \vec{e}_{axe}$$

$$\Rightarrow \quad I_{BV} = \delta_1 \frac{M_0^{BV} R_{BV}^2}{4} \quad \textit{(moment d'inertie)}$$

Moment magnétique $(\delta_2 \cong 1)$

$$\vec{\mu}_{BV} = \delta_2 \frac{1}{2} \oint \vec{r} \wedge \vec{v}\, d\boldsymbol{q} = \delta_2 \vec{e}_{axe} 2 \int_0^{\pi/2} \underbrace{R_{BV}\cos\theta}_{|\vec{r}|} \underbrace{R_{BV}\cos\theta\, \omega_{BV}}_{|\vec{v}|} \underbrace{\frac{\boldsymbol{q}_{\lambda BV}}{2\pi} d\theta}_{dq} = \delta_2 \frac{R_{BV}^2 \boldsymbol{q}_{\lambda BV}}{4} \omega_{BV} \vec{e}_{axe} \cong g_{BV} \frac{\boldsymbol{q}_{\lambda BV}}{2M_0^{BV}} \vec{L}_{BV}$$

$$\Rightarrow \quad g_{BV} = 2\frac{\delta_2}{\delta_1} \cong 2 \quad \textit{(rapport gyromagnétique)}$$

Energie cinétique

$$E^{cin}_{rotation\,BV} = \delta_1 \frac{1}{2} \oint \vec{v}^2\, dm = \delta_1 \int_0^{R_{BV}} 2 \int_0^{\pi/2} \underbrace{r^2 \cos^2\theta\, \omega^2}_{\vec{v}^2} \underbrace{\frac{M_0^{BV}}{\pi R_{BV}^2} rd\theta dr}_{dm} = \delta_1 \frac{M_0^{BV} R_{BV}^2}{8} \omega_{BV}^2 \cong \frac{2\vec{L}_{BV}^2}{\delta_1 M_0^{BV} R_{BV}^2} \cong \frac{\vec{L}_{BV}^2}{2I_{BV}}$$

Figure 12.2 *- Solution classique de rotation de la boucle de désinclinaison vis: moment cinétique, moment magnétique et énergie cinétique*

rapport gyromagnétique g_{BV} qui vaut à peu près $2\delta_2 / \delta_1 \cong 2$.

On peut encore calculer l'*énergie cinétique* $E^{cin}_{rotation\,BV}$ associée à ce mouvement de rotation autour de l'axe de rotation, comme reporté dans la figure 12.2. Avec le facteur correctif δ_1 sur la distribution de la masse au sein de la boucle, on obtient une valeur de l'énergie qui est directement reliée avec le moment cinétique et le moment d'inertie puisque $E^{cin}_{rotation\,BV} \cong \vec{L}_{BV}^2 / (2I_{BV})$.

De la quantification du moment cinétique de la boucle vis

En admettant que la boucle de désinclinaison vis (BV) tourne effectivement sur elle-même, ce mouvement microscopique de rotation va induire un champ de fluctuations gravitationnelles dans le voisinage de la boucle, dépendant de la deuxième équation partielle de Newton de la figure 5.1. Or nous avons vu au chapitre précédent qu'en l'absence d'un potentiel variable dans le temps, la deuxième équation partielle de Newton conduit à l'équation de Schrödinger station-

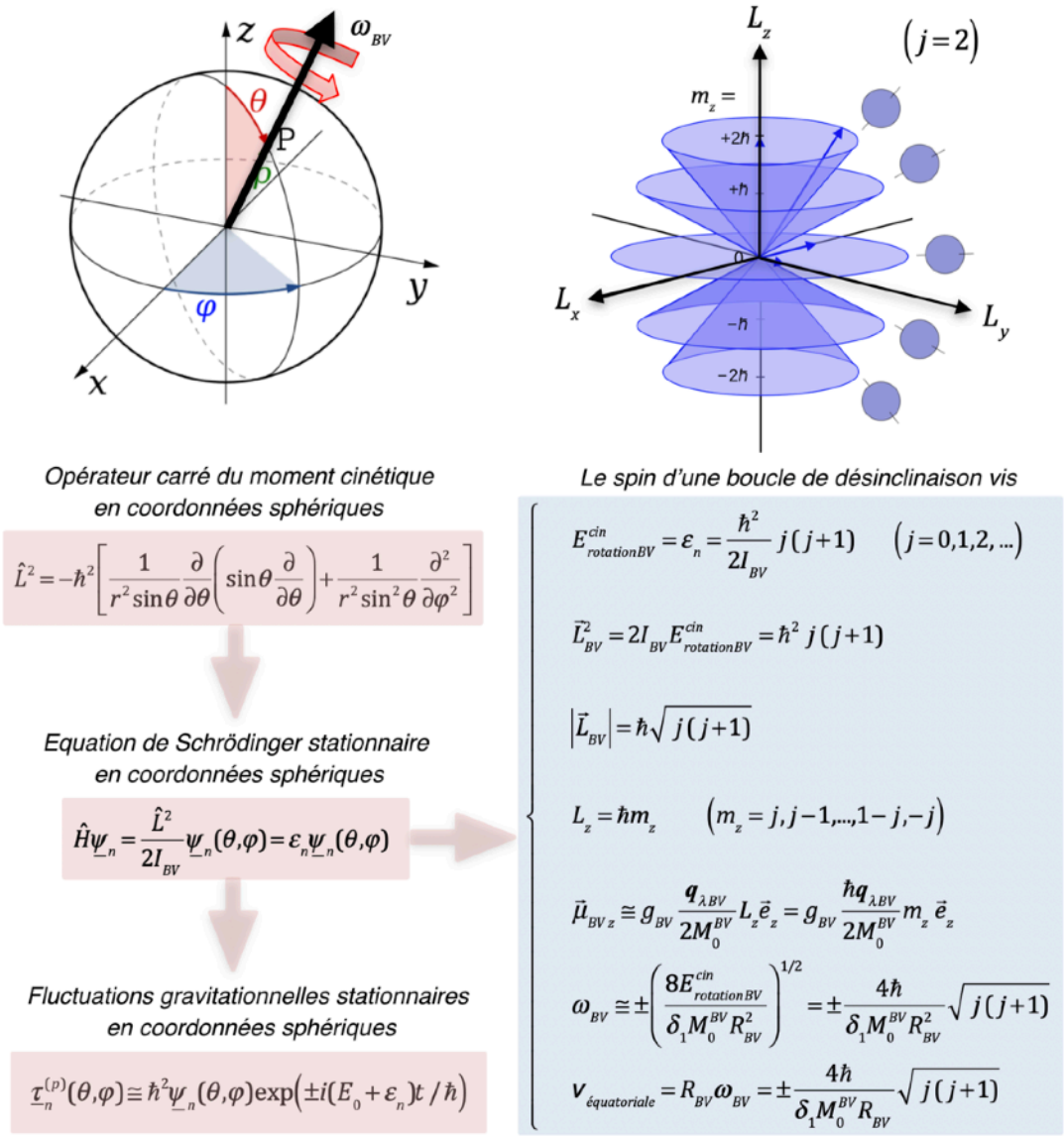


Figure 12.3 - *Solution quantique de rotation de la boucle de désinclinaison vis: niveaux d'énergie de rotation quantifiés et nombre quantique magnétique* m_z

naire de la figure 11.4. Le traitement du mouvement de rotation d'un objet microscopique autour d'un axe par l'équation de Schrödinger stationnaire est succinctement résumé à la figure 12.3.

Pour une particule soumise à une rotation, il est préférable de décrire l'opérateur $\hat{H}$ lié à l'hamiltonien classique en coordonnées sphériques (θ,φ). En l'absence d'un potentiel, cet opérateur $\hat{H}$ est lié à l'opérateur carré du moment cinétique $\hat{L}^2$ par la dernière relation obtenue dans la figure 12.2. Avec l'expression de cet opérateur en coordonnées sphériques, on déduit l'équation de Schrödinger stationnaire en coordonnées sphériques, dont les solutions stationnaires possèdent des niveaux d'énergie de rotation quantifiés $\varepsilon_j = \hbar^2 j(j+1)/(2I_{BV})$. Pour chaque valeur de l'énergie ε_j correspondant à une vitesse angulaire donnée, il y a $2j+1$ états propres différents correspondant classiquement à des orientations différentes de l'axe de rotation. On dit que l'état d'énergie ε_j est $2j+1$ fois dégénéré. C'est le *nombre quantique*

magnétique m_z qui caractérise la quantification de la projection du moment cinétique selon un certain axe z, il peut prendre les $2j+1$ valeurs suivantes $m_z = j, j-1, ..., 1-j, -j$, de sorte que la projection L_z du moment cinétique sur un axe Oz prend les valeurs $L_z = \hbar m_z$. Hormis l'énergie cinétique et le moment cinétique de la boucle, on déduit encore le *moment magnétique quantifié de la boucle* selon l'axe Oz, qui dépend directement du nombre quantique magnétique m_z, qui dépend aussi du *facteur de Landé* g_{BV} de la boucle vis, qui est à peu près égal à 2 dans le cas de la boucle de désinclinaison vis, mais qui dépendrait de la distribution de la masse et de la charge dans le cas d'autres types de singularités topologiques. On constate que, dans l'expression *du moment quantifié,* on retrouve alors la valeur du fameux *magnéton de Bohr,* à savoir $\hbar \boldsymbol{q}_{\lambda BV} / 2M_0^{BV}$.

Finalement, la résolution de l'équation stationnaire de Schrödinger dans ce cas permet de déduire les fonctions d'onde propres $\underline{\psi}_n(\theta,\varphi)$ corrélées aux différents niveaux d'énergie ε_n, et de les utiliser pour obtenir les perturbation gravitationnelles stationnaires $\underline{\tau}_n^{(p)}(\theta,\varphi)$ dans le voisinage immédiat de la boucle sous la forme $\underline{\tau}_n^{(p)}(\theta,\varphi) \cong \hbar^2 \underline{\psi}_n(\theta,\varphi) \exp\left(\pm i(E_0 + \varepsilon_n)t / \hbar\right)$.

De l'interprétation tout-à-fait classique du spin d'une particule

En physique quantique, le spin d'une particule chargée comme l'électron a bien été attribué initialement à une rotation propre de la particule. Cependant, le fait que l'électron soit considéré comme une particule sphérique, qui plus est extrêmement petite, a fait douter de cette interprétation «classique» du spin. Mais l'argument le plus fort pour renoncer à cette interprétation «classique», bien que les effets du spin comme le moment magnétique de l'électron correspondent rigoureusement à une rotation propre de la particule sur elle-même, est le fait qu'un calcul de la vitesse équatoriale de rotation de l'électron donne une vitesse largement supérieure à la vitesse de la lumière, ce qui ne cadre pas du tout avec la théorie de la Relativité Restreinte.

Mais il en va tout autrement dans notre approche. En effet, essayons de calculer la vitesse équatoriale dans le cas de la boucle de désinclinaison vis, qui s'obtient à partir de son rayon R_{BV} et de la pulsation ω_{BV} de son mouvement de rotation comme $\boldsymbol{v}_{équatoriale} = R_{BV}\omega_{BV}$. Pour déterminer la pulsation ω_{BV} de la rotation, on égale l'énergie cinétique classique de rotation de la boucle à son énergie cinétique déterminée via l'équation de Schrödinger, et il vient les expressions pour ω_{BV} et $\boldsymbol{v}_{équatoriale}$ reportées dans la figure 12.3. Numériquement, utilisons les valeurs connues de l'électron, à savoir sa masse $M_0^{BV} \equiv M_0^{électron} = 9{,}1 \bullet 10^{-31}\left[kg\right]$, son rayon approximatif de l'ordre de $10^{-18}\left[m\right]$, la valeur de δ_1 voisine de 1, la valeur de la constante de Planck $\hbar \equiv 6{,}6 \bullet 10^{-34}\left[m^2 kg / s\right]$, et son spin connu de $j = 1/2$, et il vient alors la vitesse équatoriale $\boldsymbol{v}_{équatoriale} \cong 2{,}5 \bullet 10^{15}\left[m / s\right]$. On retrouve bien que la vitesse équatoriale de rotation de la boucle est largement supérieure à la vitesse de la lumière au sein du réseau, à savoir $c_{t0} \equiv c = 3{,}3 \bullet 10^8\left[m / s\right]$, comme l'avaient trouvé les pionniers de la physique quantique.

Mais il intervient dans notre théorie un fait complètement nouveau, qui est l'expansion volumique statique énorme au voisinage immédiat de la boucle tournante. En effet, exprimons l'expansion volumique statique à la limite du tore où les perturbations d'expansion peuvent devenir statiques. A cette limite, l'expansion volumique statique est maximum, et elle est donnée par la solution unique de l'équation pour $\tau_{int}^{BV}(\vec{\xi})$ de la figure 12.1 lorsque le terme sous la racine est nulle, et on obtient que $\tau_{statique\,max}^{BV} = \left[K_0 - 4K_2/3 - 2K_1(1+\tau_0)\right]/(2K_1) \cong K_0/(2K_1)$. On en déduit par conséquent que la vitesse réelle des ondes transversales dans le voisinage immédiat

de la boucle vaut en fait $c_t\big|_{limite} \cong c_{t0}\, e^{\tau^{BV}_{statique\,max}/2} \cong c_{t0}\exp(K_0/4K_1)$. Par conséquent, la vitesse $c_t\big|_{limite}$ est assurément très supérieure à $c_{t0} \equiv c = 3{,}3\bullet 10^8\,[m/s]$ puisque $K_0/K_1 >> 1$. En fait, il suffit que $c_t\big|_{limite} \cong c_{t0}\exp(K_0/4K_1) > \boldsymbol{v}_{équatoriale} \cong 2{,}5\bullet 10^{15}[m/s]$ pour que la vitesse équatoriale de rotation de la boucle soit possible. On peut essayer de déterminer quelle est la valeur limite du module K_1 pour que la rotation de la boucle soit possible. On obtient très facilement qu'il faut simplement que $K_1/K_0 < 1{,}6\bullet 10^{-2}$. Or cette condition est toujours satisfaite puisque on a, d'après la conjecture 6, que $K_1/K_0 << 1$. On est donc assuré que, *dans notre approche,* le mouvement de rotation de la boucle sur elle-même est non seulement parfaitement possible, mais qu'il est surtout <u>*obligatoire*</u> puisque c'est la seule solution possible à la deuxième équation partielle de Newton.

On en conclue donc qu'il existe à nouveau une explication tout à fait «classique» de la notion de spin d'une particule, en tant que réel mouvement quantifié de rotation de la boucle autour d'un axe, qui n'enfreint aucunement les principes de la relativité restreinte. Cette explication enlève d'une part tout le côté mystérieux de la notion de spin en physique quantique, et explique d'autre part parfaitement l'existence d'un moment magnétique de spin quantifié de l'électron, associé directement à la rotation réelle de la boucle chargée.

Du problème de la valeur du spin d'une boucle topologique

Si l'existence d'une rotation propre des boucles est une nécessité dans notre approche pour satisfaire la deuxième équation partielle de Newton au voisinage immédiat de la boucle, il est encore une question à laquelle nous n'avons pas de réponse: quelle valeur faut-il attribuer au spin de la boucle?

Autrement formulée, cette question revient à rechercher la valeur à attribuer au nombre quantique azimutal j qui caractérise la quantification de l'énergie de rotation et du moment cinétique de la boucle, ainsi que de son moment magnétique (figure 12.3).

Expérimentalement, on sait que le spin de l'électron vaut $j = 1/2$ et que le spin du boson intermédiaire W^- vaut $j = 1$. Mais la raison profonde pour laquelle ces particules possèdent ces valeurs particulières reste très mystérieuse. Dans notre approche, il en va de même: hormis le fait que les spin $j = 1/2$ et $j = 1$ sont les plus faibles, et donc correspondent aux énergies cinétiques les plus basses possibles, aucun argument raisonnable ne permet pour l'instant de faire un choix de la valeur de j à choisir pour une boucle de désinclinaison vis. Regardons par conséquent l'effet d'un spin $j = 1/2$ ou d'un spin $j = 1$ sur une boucle de désinclinaison vis.

- Boucle de désinclinaison vis de spin 1/2

Considérons une boucle de désinclinaison vis de spin $j = 1/2$. Quelle que soit la direction de l'axe de rotation, il ne peut alors y avoir que deux états propres de la boucle, correspondant à une rotation dextrogyre ou lévogyre de la boucle autour de l'axe de rotation, puisque l'état de dégénérescence de l'énergie est en ce cas de $2j+1 = 2$. L'énergie cinétique et le moment cinétique de la boucle valent donc en ce cas $E^{cin}_{rotation\,BV} = 3\hbar^2/(8I_{BV})$ et $\left|\vec{L}_{BV}\right| = \hbar\sqrt{3}/2$. Quant au nombre quantique magnétique m_z, il peut prendre les deux valeurs $m_z = \pm 1/2$ de sorte que la projection L_z du moment cinétique sur un axe Oz prend les valeurs $\pm\hbar/2$. On retrouve donc ici exactement la notion de spin d'une *particule de spin 1/2*. Le *moment magnétique de la boucle* selon l'axe Oz s'écrit alors $\vec{\mu}_{BV\,z} \cong \pm g_{BV}\hbar\boldsymbol{q}_{\lambda BV}\vec{e}_z/(4M_0^{BV})$ avec $g_{BV} \cong 2$.

- Boucle de désinclinaison vis de spin 1

Considérons maintenant une boucle de désinclinaison vis de spin $j=1$. Quelle que soit la direction de l'axe de rotation, il ne peut alors y avoir que trois états propres de la boucle, correspondant à une rotation dextrogyre, à une rotation lévogyre, ou à aucune rotation de la boucle autour de son axe de rotation, puisque l'état de dégénérescence de l'énergie vaut en ce cas de $2j+1=3$. L'énergie cinétique et le moment cinétique de la boucle valent $E^{cin}_{rotation\,BV}=\hbar^2/I_{BV}$ et $\left|\vec{L}_{BV}\right|=\hbar\sqrt{2}$ respectivement. Quant au nombre quantique magnétique m_z, il peut prendre les trois valeurs suivantes $m_z=-1,0,+1$ de sorte que la projection L_z du moment cinétique sur un axe Oz prend les valeurs 0 et $\pm\hbar/2$. On retrouve donc ici exactement la notion de spin d'une *particule de spin 1*. Le *moment magnétique de la boucle* selon l'axe Oz s'écrit alors $\vec{\mu}_{BV\,z}\cong 0,\pm g_{BV}\hbar\boldsymbol{q}_{\lambda BV}\vec{e}_z/(2M_0^{BV})$ avec $g_{BV}\cong 2$.

Du lien existant entre les notions de bosons, de fermions et de spin

La question de savoir si une boucle de singularité topologique se comporte comme un fermion ou un boson en cas de superposition de plusieurs boucles (voir chapitre 11) et la question de la valeur du spin d'une boucle de singularité topologique sont assurément liés très intimement. En effet, nous savons de la physique quantique que les fermions ont un spin de 1/2 et que les bosons ont un spin de 1. De la physique quantique, on sait aussi que la composante de spin de la fonction d'onde Ψ de deux particules est symétrique lorsque les spins des deux particules sont parallèles, et antisymétrique si les spins sont anti-parallèles, et on a donc les possibilités suivantes pour la fonction d'onde Ψ de deux particules:

• *Fermions:* fonction d'onde antisymétrique $\Rightarrow$ spins parallèles et composante spatiale antisymétrique, ou spins anti-parallèles et composante spatiale symétrique.

• *Bosons:* fonction d'onde symétrique $\Rightarrow$ spins parallèles et composante spatiale symétrique, ou spins anti-parallèles et composante spatiale antisymétrique.

Il serait très intéressant de creuser ce problème, et de voir quelle interprétation topologique lui donner dans le cadre de notre approche des boucles topologiques. Nous reviendrons sur ce problème dans le chapitre 13 traitant du modèle standard des particules.

Des conséquences très importantes de l'existence du spin sur le comportement cosmologique du réseau

Le fait qu'il existe un spin des particules a des conséquences très importantes quant au comportement cosmologique du réseau. En effet, comme la présence du spin implique *(i)* que $K_1>K_{1cr}$, avec $K_{1cr}\cong 10^{-21}$ pour l'électron, et *(ii)* que $K_1/K_0<1{,}6\bullet 10^{-2}$, on déduit que $K_1>0$, de sorte que l'expansion du réseau *ne peut pas être infinie* et que l'on se trouve forcément dans un des cas d'univers oscillant entre big-bang et big-crunch. En ajoutant à cette condition sur K_1 les conditions tirées de la conjecture 6, notamment que $K_0=K_3>>K_1>0$, on déduit que le seul comportement admissible pour l'évolution cosmologique du réseau correspond aux figures 3.8(g) et 3.10.

Chapitre 13

Le Modèle Standard des particules et la Force Forte

On a montré précédemment que le réseau cosmologique parfait présente des analogies fortes avec toutes les grandes théories de la physique moderne, à savoir les équations de l'électromagnétisme, la relativité restreinte, la relativité générale, les trous noirs, la cosmologie, l'énergie noire et la physique quantique, y compris la notion de spin et de moment magnétique, et qu'il peut exister trois types de boucles de singularités topologiques de base possédant respectivement les attributs d'une charge électrique, d'un moment dipolaire électrique ou d'une charge de courbure par flexion (qui est l'apanage exclusif de notre approche du réseau cosmologique parfait, et qui explique assez simplement plusieurs phénomènes mystérieux à l'heure actuelle, comme la force faible de couplage de deux boucles topologiques, la masse noire, les trous noirs galactiques et la disparition de l'anti-matière).

Dans ce chapitre, on va s'attacher à trouver et décrire les ingrédients qui pourraient expliquer, sur la base des boucles de singularités topologiques de base, l'existence du modèle standard actuel des particules élémentaires. Autrement dit, on va essayer de trouver quelles mécanismes pourraient générer les familles de particules fondamentales comme les leptons et les quarks, quelles pourraient être les origines de l'existence de trois générations de ces particules élémentaires, et d'où pourrait provenir la force forte à comportement asymptotique qui lie ensemble les quarks pour former des baryons et des mésons.

Ce chapitre n'a pas du tout la prétention de fournir une théorie élaborée ou une solution définitive et quantitative pour expliquer le modèle standard de la physique des particules, mais plutôt de montrer par quelques arguments spécifiques que c'est assurément le choix d'une *structure microscopique particulière du réseau cosmologique parfait* qui pourrait apporter une réponse aux diverses questions qui se posent concernant le modèle standard. Ce chapitre va donc apporter quelques éléments de réflexion en montrant qu'il peut apparaître dans un solide de structure bien choisie toute une «zoologie» de boucles de singularités topologiques qui peuvent posséder un étrange air de famille avec les particules élémentaires du modèle standard. Il permettra aussi de présenter des comportements très similaires au comportements des particules élémentaires, comme la présence d'une force forte asymptotique pouvant participer à un couplage entre des boucles topologiques.

Le Modèle Standard actuel des particules élémentaires

A l'heure actuelle, la physique des particules explique la structure intime de la matière à l'aide d'un modèle appelé *Modèle Standard des particules élémentaires* (figure 13.1). Ce modèle fait apparaître des *fermions,* des particules de matière qui présentent deux familles assez différentes, la famille des *leptons* et la famille des *quarks*, ainsi que trois types d'interactions qui peuvent intervenir entre ces fermions: l'interaction électromagnétique, l'interaction faible et l'interaction forte.

Les interactions entre les *fermions* de matière interviennent par l'échange de particules appelées *bosons de jauge*, correspondant aux quanta des champs quantiques d'interaction concernés. L'interaction électromagnétique fait appel au *photon* γ , l'interaction faible à trois bosons de jauge Z^0 , W^+ et W^- , et l'interaction forte à 8 bosons de jauge appelés *gluons*.

Quant à la masse des particules, elle est introduite dans le modèle standard par une nouvelle interaction associée au champ quantique de Higgs, dont la particule médiatrice est appelée *boson de Higgs*.

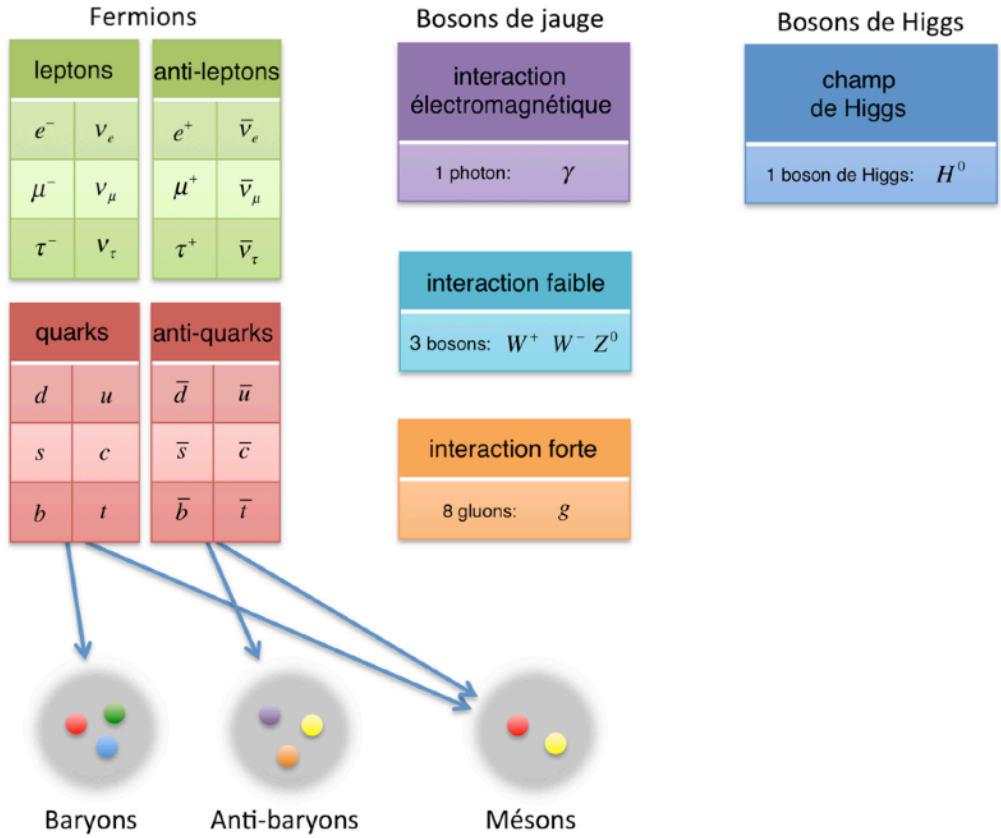


Figure 13.1 *- Les particules du Modèle Standard*

Les leptons et les quarks

La famille des *leptons* (figure 13.1) est composée de trois générations de deux types de particules: trois particules électriquement neutres appelées *neutrino électronique* (ν_e), *neutrino muonique* (ν_μ) et *neutrino tauique* (ν_τ), et trois particules électriquement chargées, appelées *électron* (e^-), *muon* (μ^-) *et tau* (τ^-). Chacune de ces six particules possède en principe une anti-particule ($\bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_\mu$, $\bar{\nu}_\tau$, e^+, μ^+ et τ^+) qui se caractérise essentiellement par une charge électrique opposée, ce qui fait déjà apparaître une question en ce qui concerne l'existence des anti-particules des neutrinos. Les leptons sont des particules quasi-ponctuelles qui sont sensibles à l'interaction électromagnétique et à l'interaction faible, mais pas à l'interaction forte. On a longtemps pensé que les neutrinos ne possédaient pas de masse, mais des mesures récentes montrent que ce n'est pas le cas.

La famille des *quarks* est elle aussi composée de trois générations de deux types de particules électriquement chargées: une première génération est formée des quarks *down (d)* et *up (u)*, respectivement de charges électriques -1/3 et +2/3 de la charge électrique de l'électron, une deuxième génération composée des quarks *strange (s)* et *charm (c)*, respectivement de charges électriques -1/3 et +2/3 de la charge électrique de l'électron, et une troisième génération composée des quarks *bottom (b)* et *top (t)*, respectivement de charges électriques -1/3 et +2/3 de la charge électrique de l'électron. Chaque quark possède son anti-particule de charge électrique de signe opposé ($\overline{d}$, $\overline{u}$, $\overline{s}$, $\overline{c}$, $\overline{b}$ et $\overline{t}$). Les quarks sont sensibles à la fois à l'interaction électromagnétique, à l'interaction faible et à l'interaction forte. Les quarks ne sont pas des particules libres, mais ils existent sous la forme d'assemblage de quarks appelés *hadrons.* Les quarks sont liés au sein des hadrons par la force forte.

Les hadrons se présentent sous deux formes: les *mésons* composés d'un quark et d'un anti-quark, comme les particules $\Pi^{+}(u\overline{d})$, $\Pi^{-}(d\overline{u})$ ou $\Pi^{0}(u\overline{u})$, et les *baryons* composés de trois quarks, comme le *proton* (uud) et le *neutron* (ddu), ou de trois anti-quarks.

Chaque particule de matière, que ce soit un lepton ou un quark, possède une masse non nulle et un spin 1/2, ce qui lui confère le statut de *fermion*.

Les interactions fondamentales et les bosons de jauge

Dans le Modèle Standard, on considère les trois interactions possibles suivantes entre particules: *l'interaction électromagnétique*, *l'interaction faible* et *l'interaction forte*. Ces interactions sont décrites par des théories quantiques de champ, sauf l'interaction gravitationnelle qui n'a jamais pu être introduite dans le Modèle Standard, malgré une recherche intensive du boson de jauge *graviton* qui lui serait associé. Chaque interaction fait donc appel à un champ qui lui est propre, et se fait alors par l'échange d'une particule appelée *boson de jauge*, correspondant au quantum du champ concerné. L'interaction électromagnétique fait appel au *photon (γ),* boson de jauge de masse nulle. L'interaction faible fait appel aux trois bosons de jauge Z^{0}, W^{+} et W^{-}, particules de masse non nulle et de charge électrique respectivement nulle, positive et négative. Quant à l'interaction forte, elle fait appel à 8 bosons de jauge appelés *gluons*, en fait des particules de masse nulle.

Les bosons de jauge associés à ces interactions sont des particules de spin 1, ce qui explique leur dénomination de *bosons*.

L'interaction électromagnétique et l'électrodynamique quantique

La théorie quantique qui décrit l'interaction électromagnétique s'appelle *l'électrodynamique quantique*. Il s'agit d'une quantification du champ électromagnétique: les particules chargées y interagissent par l'échange de quanta du champ, les *photons*. C'est une théorie relativiste, car elle prend en compte le temps de propagation de l'interaction, à savoir la célérité du boson vecteur, le photon. Dans cette théorie, on peut représenter une interaction de manière simple et commode, grâce aux *diagrammes de Feynman*. Dans la figure 13.2, on a représenté l'exemple de l'interaction entre deux électrons par l'échange d'un *photon virtuel,* qualifié ici de virtuel car il ne peut pas être détecté expérimentalement.

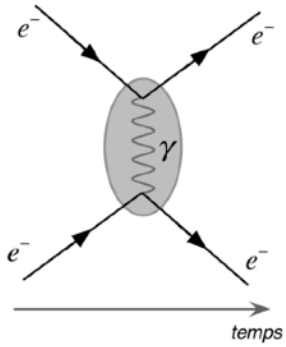


Figure 13.2 *- Diagramme de Feynman de l'interaction entre deux électrons via un photon*

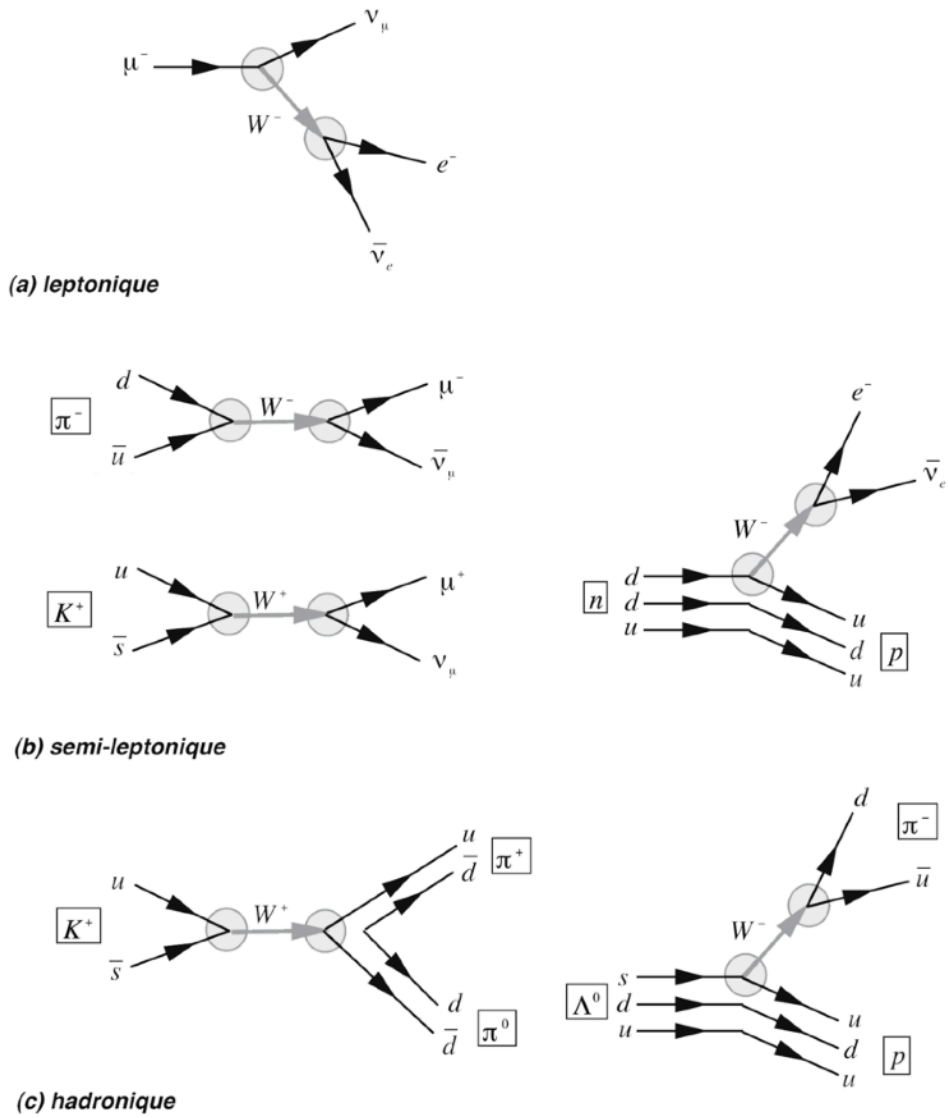


Figure 13.3 *- Exemples de diagrammes de Feynman d'interactions faibles leptoniques, semi-leptoniques et hadroniques*

L'interaction faible et la théorie électrofaible

L'interaction faible agit entre tous les fermions élémentaires, qu'ils soient des leptons ou des quarks (figure 13.3). C'est d'ailleurs la seule interaction qui agit sur les neutrinos. Elle est responsable des *désintégrations nucléaires*. Cette interaction présente deux aspects: l'interaction faible *par courants chargés*, dont les vecteurs sont les bosons de jauge W^+ et W^-, et l'interaction faible *par courant neutre*, dont le vecteur est le boson de jauge Z^0. Les bosons de jauge sont les seuls qui présentent des masses, et celles-ci sont très élevées, ce qui impose, en combinant la relation d'incertitude de Heisenberg $\Delta E \bullet \Delta t \approx \hbar$ et la relation d'Einstein $\Delta E = mc^2$, une durée de vie Δt très courte pour les bosons de jauge de l'interaction faible, et par conséquent, puisque la vitesse de lumière est une limite infranchissable, une portée de l'interaction faible via ces bosons extrêmement petite (de l'ordre de $10^{-15}\left[m\right]$), ce qui explique que cette interaction ne se manifeste qu'à l'échelle du noyau atomique.

Comme les bosons de jauge W^+ et W^- ont une charge électrique non nulle, les fermions peuvent changer de charge électrique lors d'une interaction par échange de W^+ ou W^-, ce qui change leur *saveur* (on appelle saveur d'un fermion sa nature: électron, neutrino, quark *u*, quark *d*, etc.). Par exemple, la radio-activité beta est expliquée par l'émission d'un W^- par un quark *d* du neutron, qui change alors de saveur et devient quark u. Ensuite, le W^- se matérialise sous la forme d'un électron et d'un anti-neutrino électronique (figure 13.3,b).

Le boson de jauge Z^0 ne possède pas de charge électrique, et ne peut donc pas induire de changement de saveur lors d'une interaction faible. L'interaction faible par courant neutre est assez similaire à l'échange d'un photon. Deux fermions qui peuvent échanger un photon peuvent aussi échanger un Z^0, à l'exception du neutrino qui peut échanger un Z^0 mais ne peut pas échanger un photon puisque c'est une particule neutre.

Il existe plusieurs types d'interaction faible suivant les fermions qui interagissent: les interactions leptoniques, les interactions semi-leptoniques et les interactions hadroniques, dont des exemples de diagrammes de Feynman sont reportés dans la figure 13.3.

A noter que l'interaction électromagnétique et l'interaction faible ont été unifiées dans une théorie quantique qui a été appelée *théorie électrofaible*.

L'interaction forte et la théorie de chromodynamique quantique

L'interaction forte est une interaction à courte portée entre les quarks par l'intermédiaire des gluons, bosons de jauge vecteurs de cette interaction. C'est cette interaction qui permet d'expliquer non seulement les *mésons* composés d'un quark et d'un anti-quark et les *baryons* composés de trois quarks, mais aussi comment les neutrons et les protons peuvent se lier pour former les noyaux atomiques.

Pour élaborer une théorie quantique de l'interaction forte, il a fallu faire appel à un nouveau type de charges, appelées *charges de couleur*, d'où le nom de *théorie de chromodynamique quantique.* Chaque quark possède une charge de couleur, rouge (R), vert (V) ou bleu (B), et les anti-quarks possèdent une charge d'une des couleurs complémentaires ($\overline{R}$), ($\overline{V}$) ou ($\overline{B}$).

L'interaction forte est alors expliquée par l'échange de gluons «colorés» entre les fermions élémentaires possédant une charge de couleur, ce qui permet d'échanger les charges de couleur entre fermions. Il existe 8 gluons de couleurs différentes, correspondant aux 8 combinai-

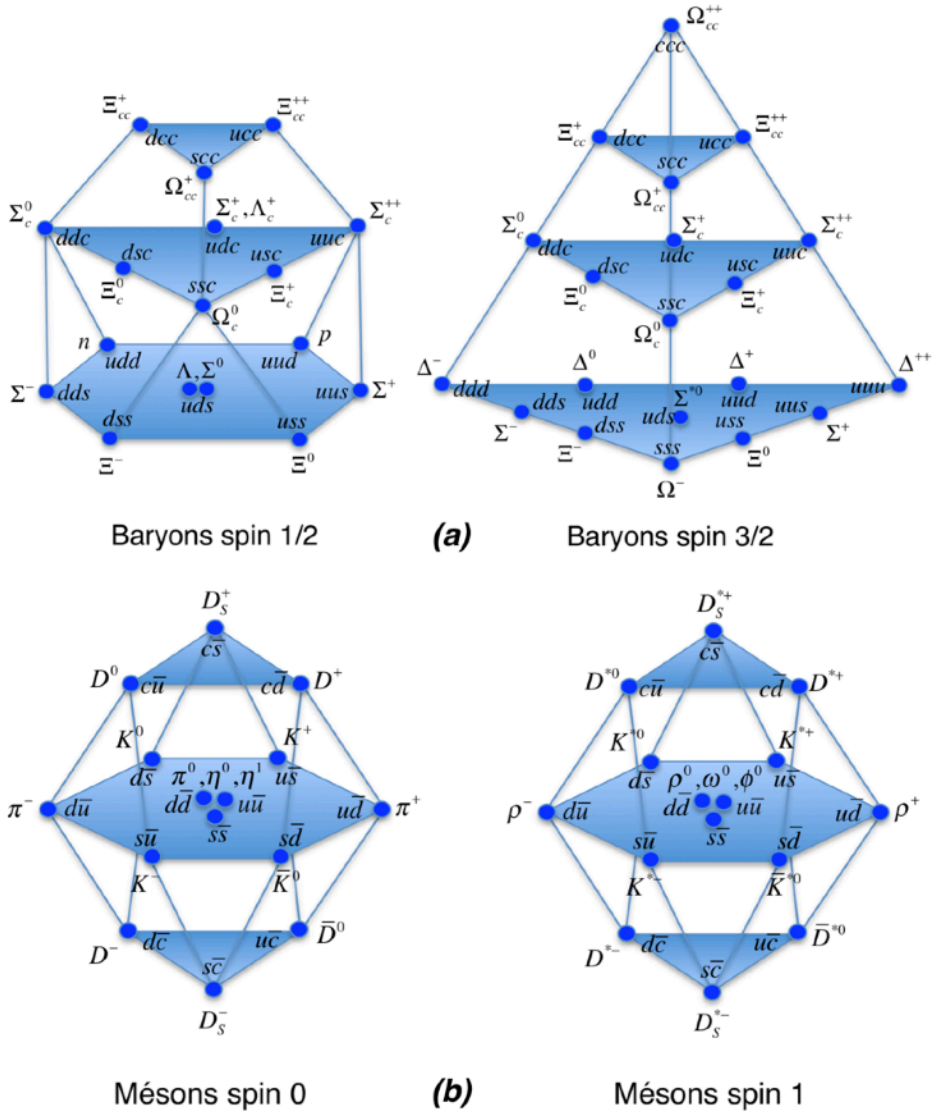


Figure 13.4 *- **(a)** les baryons composés de triplets de quarks (u, d, s ou c), **(b)** les mésons composés de doublets quark-antiquark (u, d, s ou c)*

sons différentes d'une couleur et d'une anti-couleur. Ainsi, lors de l'échange d'un gluon entre deux quarks, ceux-ci échangent leur couleur respective. De plus, comme les gluons portent une charge de couleur, ils peuvent aussi interagir entre eux, ce qui n'est pas le cas des autres bosons de jauge. Les leptons ne possèdant pas de charge de couleur, ils ne subissent pas l'interaction forte.

Bien que la masse des gluons soit nulle, l'interaction forte est de très courte portée, de l'ordre de $10^{-15}[m]$, et elle possède une caractéristique assez étrange: plus des quarks sont éloignés l'un de l'autre, plus la force d'interaction entre eux est forte. Et si ils sont infiniment proches, ils n'interagissent plus du tout. Cette propriété porte le nom de *liberté asymptotique*, et elle est responsable de ce qu'on appelle *le confinement des quarks* à l'intérieur des hadrons: ceci implique que *les quarks ne peuvent pas exister à l'état libre.*

Les particules formées de quarks sont donc des hadrons, c'est-à-dire des états liés de plusieurs quarks via les gluons. Les hadrons doivent nécessairement être «blancs», c'est-à-dire

posséder une combinaison de couleur nulle. On peut donc considérer:
- des *baryons*, combinaisons de trois quarks respectivement rouge, vert et bleu, ou bien des *anti-baryons*, combinaisons de trois anti-quarks respectivement anti-rouge anti-vert, et anti-bleu. Les triplets formés de trois quarks (parmi les quarks *u, d, s* ou *c*) sont représentés dans les diagrammes de la figure 13.4(a), dans les cas de spin global de $1/2$ et de $3/2$, avec le nom donné à la particule correspondant à ce triplet,
- des *mésons*, qui contiennent un quark de couleur (rouge, vert ou bleu) et un anti-quark de l'anti-couleur correspondante (anti-rouge, anti-vert ou anti-bleu). Les doublets formés d'un quark et d'un anti-quark (parmi les quarks *u, d, s* ou *c*) sont représentés dans le diagramme de la figure 13.4(b), dans le cas de spin global de 1 et de 0, avec le nom donné à la particule correspondant à ce doublet.

Fermions *(spin 1/2)*		**Charge électrique (q_e)**	**Masse (MeV/c²)**
lepton électron	e^-	-1	0,51
lepton muon	μ^-	-1	106
lepton tau	τ^-	-1	1777
lepton neutrino électronique	ν_e	0	< 0,0000022
lepton neutrino muonique	ν_μ	0	< 0,17
lepton neutrino tauique	ν_τ	0	< 15,5
quark Up	*u*	+2/3	2,55
quark Down	*d*	-1/3	5,04
quark Charm	*c*	+2/3	1270
quark Strange	*s*	-1/3	105
quark Top	*t*	+2/3	173100
quark Bottom	*b*	-1/3	4200

Bosons de jauge *(spin 1)*		**Charge électrique (q_e)**	**Masse (MeV/c²)**
photon	γ	0	0
boson intermédiaire	W^+	-1	80398
boson intermédiaire	W^-	+1	80398
boson intermédiaire	Z^0	0	90187
8 gluons	*g*	0	0

Bosons de jauge *(spin 0)*		**Charge électrique (q_e)**	**Masse (MeV/c²)**
boson de Higgs	H^0	0	125000

Figure 13.5 *- Les charges et les masses des diverses particules*

La masse des particules et le boson de Higgs

Dans une première version du Modèle Standard, toutes les particules décrites (leptons et quarks) devaient être de masse nulle, ce qui est évidemment faux comme le montre bien le tableau de la figure 13.5. Pour palier à cette lacune du Modèle Standard initial, les théoriciens ont imaginé une cinquième interaction, différente des quatre autres (électromagnétique, faible, forte et gravitationnelle), et faisant appel à un champ dont le quantum est une particule de spin 0: le *boson de Higgs* H^0 (figure 13.1). Ce sont alors les interactions entre les fermions élémentaires de masse nulle et le champ de Higgs via les bosons de Higgs qui fournissent une masse aux fermions du Modèle Standard. L'existence du boson de Higgs a été vérifiée expérimentalement au CERN, tout récemment.

Les problèmes du modèle standard qui possèdent déjà des solutions dans la théorie du réseau cosmologique parfait

Le modèle standard des particules, malgré ses succès indéniables, laisse de nombreuses questions non résolues. Dans la suite de ce chapitre, on va essayer de voir si une approche du modèle standard par notre approche du réseau cosmologique parfait peut apporter une réponse à ces diverses questions. Il ne s'agira pas ici de donner une réponse complète et quantitative à tous ces problèmes, mais d'esquisser, de façon très qualitative, autrement dit «avec les mains», comment le réseau cosmologique pourrait fournir une solution à ces problèmes. Certains des problèmes soulevés par le modèle standard possèdent d'ailleurs déjà une esquisse de solution explicitée dans les chapitres précédents.

Faisons donc un tour des problèmes posés par le modèle standard qui possèdent déjà une explication dans la théorie du réseau cosmologique et expliquons comment le réseau cosmologique apportent des réponse, au moins partielles, à ces divers problèmes:

- l'absence de l'interaction gravitationnelle dans le modèle standard:

L'interaction gravitationnelle fait directement partie des résultats obtenus avec le réseau cosmologique, comme solution statique de la deuxième équation partielle de Newton, et c'est d'ailleurs cette même équation sous sa forme dynamique qui a permis d'introduire et de donner une explication simple de la physique quantique et de la notion de spin des singularités topologiques en boucle.

- la nécessité du boson de Higgs et l'impossibilité de calculer les masses des divers fermions et bosons dans le modèle standard:

Dans le modèle standard de base, les fermions n'ont pas de masse, et les théoriciens ont dû introduire un mécanisme ad-hoc, l'interaction avec le champ de Higgs via le boson de Higgs, qui fournit la masse d'inertie aux particules élémentaires. Cependant, dans le modèle standard, il n'est pas possible d'obtenir des valeurs quantitatives des masses d'inertie des particules, qui doivent donc être «calées» sur les valeurs obtenues expérimentalement. La théorie du réseau cosmologique contient en fait un mécanisme assez analogue au champ de Higgs: c'est le champ des masses d'inertie des «corpuscules» du réseau (qui sont donc une sorte d'analogues des bosons de Higgs de spin 0) ainsi que l'énergie élastique de distorsion du réseau, qui sont responsables ensemble des propriétés relativistes d'inertie des singularités topologiques, et qui

permettent un calcul quantitatif des masses d'inertie des singularités topologiques, sans devoir «caler» ces valeurs sur des résultats expérimentaux.

- la nature physique de l'interaction électromagnétique dans le modèle standard:

L'interaction électromagnétique, ainsi que son boson vecteur, le photon, avec ses diverses propriétés quantiques, font partie intégrante de la théorie du réseau cosmologique, et y ont une explication physique simple et bien définie sur la base du champ de rotation au sein du réseau cosmologique.

- la nature physique de l'interaction faible dans le modèle standard:

Une interaction faible présentant une analogie avec l'interaction faible du modèle standard a été obtenue dans la théorie du réseau cosmologique (chapitre 9), sous la forme d'une force de liaison à très courte portée liant des «fermions topologiques» entre eux (les boucles de désinclinaison vis aux boucles de dislocation coin), via un couplage de leurs charges de rotation et de courbure.

*- la violation de l'invariance **CP** (charge/parité) dans le modèle standard:*

Dans l'univers actuel, on observe une violation de l'invariance ***CP*** (charge/parité) que les théoriciens estiment être la cause probable de l'asymétrie matière/anti-matière et du déséquilibre matière/anti-matière dans l'univers actuel. Dans la théorie du réseau cosmologique, cette faible asymétrie entre matière et anti-matière existe bien, et s'explique parfaitement par l'existence de la charge de courbure par flexion des boucles de dislocation coin, charge qui n'a absolument pas d'équivalent dans le modèle standard des particules. Ce même phénomène est d'ailleurs aussi à l'origine de l'explication de la fameuse *masse noire* des astrophysiciens et de la disparition de l'anti-matière au cours de l'évolution cosmologique de l'univers.

- l'absence d'explication de l'énergie noire et de la masse noire dans le modèle standard:

Ces deux concepts inventés par les théoriciens pour apporter des explications à l'accélération de l'expansion cosmologique et au comportement gravitationnel des galaxies possèdent les deux une explication dans la théorie du réseau cosmologique: l'énergie de distorsion élastique en ce qui concerne l'énergie noire et la force gravitationnelle répulsive des neutrinos en ce qui concerne la masse noire.

Les problèmes du modèle standard qui n'ont pas encore d'explications dans la théorie du réseau cosmologique parfait

Parmi les problèmes du modèle standard des particules élémentaires, il en est quelques-uns pour lesquels il n'est pas encore apparu d'explications plausibles dans la théorie du réseau cosmologique. Il s'agit entre autre de:

- l'existence de fermions sous la forme de trois générations de leptons et de quarks:

Si les fermions correspondent à des singularités topologiques dans la théorie du réseau cosmologique, l'existence de fermions sous la forme de leptons et de quarks, ainsi que l'existence de trois générations de ces fermions, devraient vraisemblablement trouver une explication par un choix judicieux de la structure du réseau cosmologique et de la constitution des particules élémentaires comme des singularités topologiques sous la forme de boucles de dispiration, assemblages judicieux de boucles de désinclinaison vis, de boucles de désinclinaison coin, de boucles de dislocation coin et de boucles de dislocation mixte.

- l'existence de trois bosons de jauge massifs dans l'interaction faible:

L'interaction faible étant déjà apparu dans notre approche comme la force liant les boucles de désinclinaison vis aux boucles de dislocation coin, il reste à trouver ce que sont les bosons de jauge massifs, vecteurs de cette interaction, dans la théorie du réseau cosmologique.

- l'existence d'une interaction forte liant les quarks par un mécanisme de confinement:

L'interaction forte, avec son mécanisme de confinement et ses bosons vecteurs, les gluons, est la seule interaction qui n'est pas encore apparue dans le cadre de la théorie du réseau cosmologique. Mais on a déjà rencontré des mécanismes qui pourraient être des candidats potentiels très intéressants pour expliquer cette force et son comportement asymptotique, comme par exemple les mécanismes générateurs d'une énergie de faute au sein du réseau, telle que la dissociation d'une dislocation par exemple.

- l'existence de charges électriques quantifiées, de valeurs relatives 1, 1/3 et 2/3:

Les charges électriques des fermions possèdent des valeurs relatives 1, 1/3 et 2/3 entre la charge des électrons et les charges des quarks. Ces valeurs quantifiées n'ont absolument aucune explication dans le modèle standard, mais il y a fort à parier que le choix d'une structure particulière du réseau cosmologique pourrait apporter une explication à ce problème.

Dans la suite de ce chapitre, on va essayer de trouver des réponses et des explications à ces interrogations du modèle standard, en jouant exclusivement sur la structure du réseau cosmologique et sur les propriétés des singularités topologiques qu'il peut contenir. Dans le modèle standard, 26 paramètres différents sont requis dans le cas où les neutrinos sont massifs pour obtenir une théorie fonctionnelle, telles que les masses des particules et les intensités des diverses forces, et ces paramètres doivent obligatoirement être «calés» sur les valeurs des résultats expérimentaux. Il y a fort à parier que le modèle du réseau cosmologique puisse permettre de réduire fortement le nombre des paramètres à ajuster, simplement par le fait qu'il peut apporter de nouvelles explications physiques à des phénomènes qui n'en ont pas dans le modèle standard.

Un réseau «coloré» de structure cubique à faces centrées pour expliquer la première famille de quarks et de leptons du modèle standard

Dans le réseau cosmologique parfait, nous avons vu que la singularité topologique la plus simple pour expliquer la charge électrique est la boucle de désinclinaison vis. Comme on l'a vu au chapitre 8, pour que l'interaction gravitationnelle des boucles de désinclinaison vis satisfasse des comportements similaires aux comportements expérimentalement observés (dilatation du temps, courbure des rayons d'onde), il suffit que les coefficients α_{BV} et β_{BV} dans les expressions $R_{BV} = R_{BV0}\,\mathrm{e}^{\alpha_{BV}\tau}$ et $\Omega_{BV} = \Omega_{BV0}\,\mathrm{e}^{\beta_{BV}\tau}$ donnant la dépendance du rayon et de l'angle de torsion de la boucle de désinclinaison vis en fonction de l'expansion de fond du réseau satisfassent la relation $3\alpha_{BV} + 2\beta_{BV} = 1/8$. Ceci implique que l'angle de torsion Ω_{BV} pourrait
(i) soit être une constante indépendante de l'expansion, auquel cas $\alpha_{BV} = 1/24$ et $\beta_{BV} = cste$, ce qui permet l'existence d'une raison topologique pour l'explication de l'existence de valeurs discrètes et indépendantes de l'expansion pour l'angle Ω_{BV},
(ii) soit dépendre en fait de l'expansion volumique, auquel cas Ω_{BV} ne peut pas prendre une valeur discrète qui soit directement liée à la structure du réseau puisque cet angle dépendrait

alors de manière continue de l'expansion volumique.

Ainsi, pour qu'il apparaisse des charges quantifiées comme la charge de l'électron, mais aussi des charges fractionnaires de 1/3 et 2/3 de la charge de l'électron comme c'est le cas des quarks du modèle standard, il faudrait que les boucles de désinclinaison vis soient obtenues par une rotation des deux plans intérieurs à la boucle d'un angle *correspondant à la symétrie du réseau*, par exemple $\pi/2$, π, $3\pi/2$, ... dans les directions perpendiculaires aux plans d'un réseau cubique simple, ou bien $2\pi/3$, $4\pi/3$, 2π, ... dans les directions perpendiculaires aux plans compacts d'un réseau hexagonal compact ou d'un réseau cubique à faces centrées.

Nous choisirons par conséquent une hypothèse sous la forme de la conjecture 12 explicitée à la figure 13.6 pour essayer de trouver un réseau cosmologique qui pourrait expliquer le modèle standard des particules élémentaires.

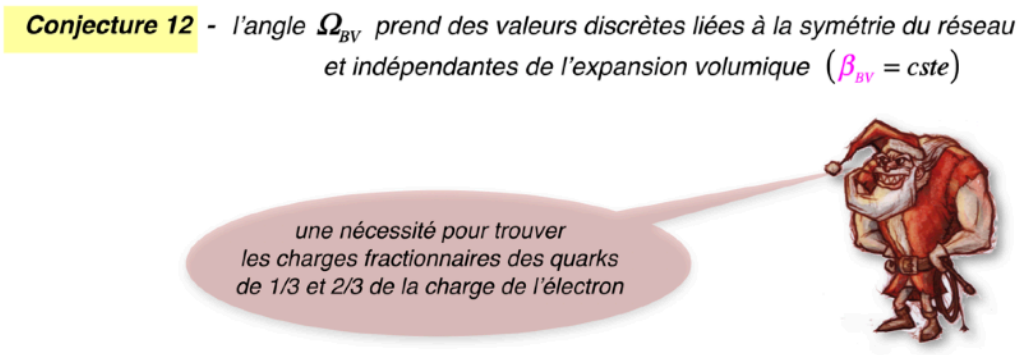


Figure 13.6 *- La douzième conjecture sur la quantification des angles de rotation de la boucle de désinclinaison vis*

Pour satisfaire cette hypothèse, il semble à priori préférable de choisir un réseau à empilement compact, à savoir un réseau hexagonal compact ou un réseau cubique à faces centrées. Pour des raisons qui s'expliqueront par la suite, nous allons choisir *le réseau cubique à faces centrées (CFC)*, tel que nous l'avons illustré à la figure 13.7.

Dans le réseau CFC, il existe quatre familles de plans denses, illustrées dans la figure 13.7(a). Les quatre axes perpendiculaires respectivement à ces quatre familles de plans denses sont des axes de symétrie de rotation d'ordre 3 passant par deux sommets opposés de la maille CFC. Seules les rotations de $2\pi/3$, $4\pi/3$, 2π, … autour de ces axes respectent l'empilement dense du réseau CFC.

Imaginons *à priori* que ce réseau CFC soit de plus *un réseau axial,* c'est-à-dire que chaque plan de «corpuscules» possède une direction préférentielle représentée dans la figure 13.7(b) par des flèches faisant un angle de $2\pi/3$ entre chaque couche dense. Cette propriété axiale peur être représentée par des *«plans colorés de corpuscules»* avec une alternance de trois couleurs fondamentales ***R***, ***B***, ***V***. Chacune de ces couleurs représente une des trois directions préférentielles des plans denses, comme représenté à la figure 13.7(b). Ces «couleurs» imaginaires ne sont choisies que par commodité et n'ont *pour l'instant* aucun rapport avec les «couleurs» utilisées dans le modèle standard pour expliquer la charge de couleur des quarks et gluons. Même si on ne connaît pas la raison physique de l'existence de cette propriété axiale

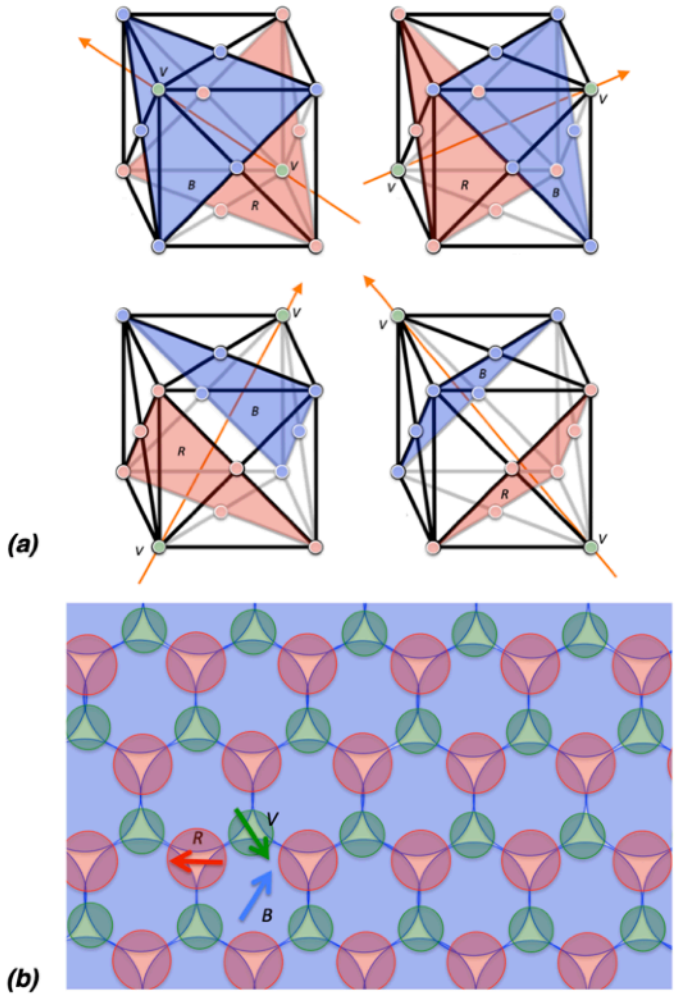


Figure 13.7 - *Un réseau cosmologique imaginaire, «axial», cubique à faces centrées:* ***(a)*** *maille CFC avec les plans denses* ***R,B,V*** *présentant un empilement compact régulier dans les quatre directions de l'espace perpendiculaires aux quatre familles de plans denses,* ***(b)*** *représentation en plan de l'empilement* ***R,B,V*** *de trois plans denses successifs, avec les directions préférentielles des couches associées aux propriétés axiales du réseau.*

représentée par ces «plans colorés», on peut supposer que cette alternance de couleurs des plans corpusculaires puisse être une condition d'existence d'un réseau cosmologique parfait en l'absence de singularités topologiques, et que, si l'alternance ***R***, ***B***, ***V*** des plans du réseau est rompue par la présence d'une singularité topologique, il puisse apparaître des énergies de faute si un plan «corpusculaire» ne suit pas l'arrangement ***R***, ***B***, ***V***. Postulons alors *à priori* des règles d'empilement et de rotation des plans colorés dans ce réseau très particulier, sous la forme d'une treizième conjecture reportée dans la figure 13.8. Dans cette conjecture, il y a trois règles qui sont toutes les trois associées à la *propriété axiale du réseau CFC* que nous avons postulée:

- *La première règle* stipule que l'alternance ***R***, ***B***, ***V*** des plans denses du réseau ne peut pas être cassée, sous peine d'une importante énergie de faute d'empilement, autrement dit que les directions préférentielles associées aux «corpuscules» doivent *si possible* s'alterner avec un angle de $\pm 2\pi/3$ d'une couche dense à l'autre.

- *La deuxième règle* stipule qu'il peut exister des plans perpendiculaires aux plans denses qui séparent deux domaines du réseau présentant un décalage de la succession des plans ***R***, ***B***, ***V***. Ces joints correspondent donc à des sortes de *plans de faute d'empilement*, et on suppose que ces joints possèdent *une énergie surfacique de faute de raccordement* γ_0 *non nulle.*
- *La troisième règle* stipule que si un plan dense subit une rotation d'un angle $\pm 2\pi/3$, $\pm 4\pi/3$ ou $\pm 2\pi$ autour d'un axe perpendiculaire à cette famille de plans denses, et qui laisse donc la structure CFC intacte, c'est la direction préférentielle de ce plan dense représentée par les flèches dans la figure 13.7(b) qui change, et c'est donc la «couleur» de ce plan qui change puisque la couleur représente cette direction préférentielle.

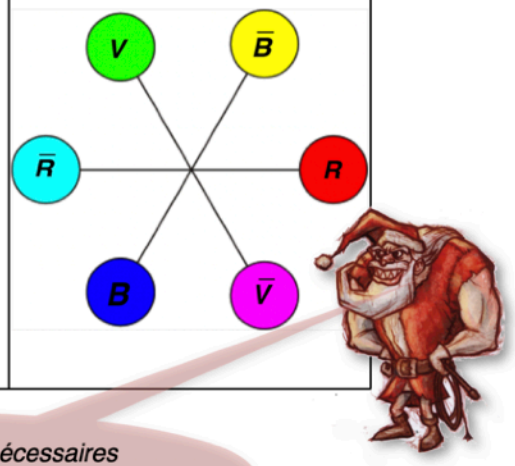
Conjecture 13 - l'empilement des plans ***R***, ***B***, ***V*** suit trois règles élémentaires en ce qui concerne *les propriétés axiales du réseau CFC:*

Règle 1: l'alternance des plans ***R***, ***B***, ***V*** ne peut pas être rompue, soit par impossibilité, soit par pénalité *d'une énergie surfacique de faute d'empilement* γ_1 *extrêmement élevée*,

Règle 2: il peut apparaître un décalage de la succession des plans ***R***, ***B***, ***V*** selon un plan de faute de raccordement perpendiculaire aux plans denses, et ce décalage possède *une énergie surfacique de faute de raccordement* γ_0 *non nulle*,

Règle 3: si un plan de couleur donnée subit une rotation d'un angle $\pm 2\pi/3$, $\pm 4\pi/3$ ou $\pm 2\pi$, *il change de couleur* selon le tableau ci-dessous

angle de rotation Ω_{BV}	*changement de couleur*	*couleurs R, V, B et anti-couleurs* $\bar{R}$, $\bar{V}$, $\bar{B}$
$+2\pi$	$R \to R$	
0	$V \to V$	
-2π	$B \to B$	
$+2\pi/3$	$R \to V$	
	$V \to B$	
$-4\pi/3$	$B \to R$	
$+4\pi/3$	$R \to B$	
	$V \to R$	
$-2\pi/3$	$B \to V$	



trois règles heuristiques nécessaires pour créer un réseau cosmologique «axial» ad hoc

Figure 13.8 - *La treizième conjecture sur les règles d'empilement et de rotation des plans* ***R***, ***B***, ***V*** *du réseau cosmologique CFC axial*

De l'existence des quarks de par la nécessité de combiner une boucle de désinclinaison vis avec une boucle de dislocation coin

On peut introduire une boucle de désinclinaison vis dans notre réseau particulier, représentée symboliquement dans la figure 13.10d, avec un angle de rotation du plan inférieur de $\pm 2\pi/3$ ou $\pm 4\pi/3$ ou $\pm\pi$. Mais d'après la règle 3, une rotation de $\pm 2\pi/3$ ou $\pm 4\pi/3$ va changer la couleur du plan intérieur de la boucle de désinclinaison vis. De la sorte, la règle 1 ne serait plus satisfaite. Il faut donc d'une part ajouter une boucle coin interstitielle ou lacunaire pour satisfaire la règle 1 avec le plan dense supérieur, et d'autre part induire un cylindre dans lequel tous les plans denses inférieurs à la boucle de désinclinaison vis changent de couleur pour satisfaire la règle 1. Alors, d'après la règle 2, il y a génération *d'un cylindre de fautes de raccordement présentant l'énergie surfacique de faute* γ_0, comme représenté schématiquement dans les figures 13.9a à 13.9d.

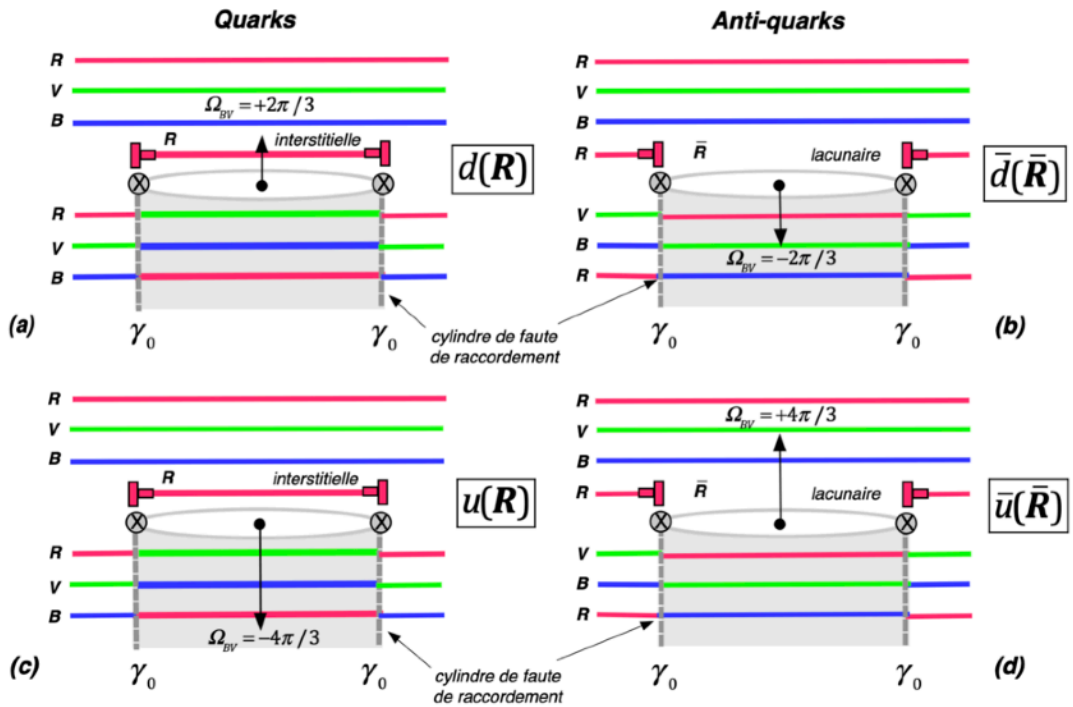


Figure 13.9 *- quarks et antiquarks formée par des combinaisons de boucles de désinclinaison vis d'angles quantifiés avec des boucles de dislocation coin qui assurent la continuité de succession des plans* ***R,B,V.***

Le plan intercalaire dans le cas de la boucle coin interstitielle possède une des trois couleurs ***R***, ***B***, ***V,*** alors que le plan manquant dans le cas de la boucle coin lacunaire possède l'anti-couleur de la couleur du plan interrompu, à savoir une des couleurs $\bar{R}$, $\bar{B}$ ou $\bar{V}$. On utilise en effet dans les figures les couleurs complémentaires de ***R***, ***B***, ***V,*** qui sont les couleurs *cyan, magenta et jaune*, comme représenté dans la figure 13.8. Dans les quatre cas (figures 13.9a à 13.9d), la boucle de désinclinaison vis est évidemment liée à la boucle de dislocation coin par la *force faible* décrite au chapitre 9, mais aussi par la nécessité d'introduire la boucle coin pour assurer la succession des couleurs des plans au niveau de la boucle de désinclinaison vis.

Les dispirations ainsi formées possèdent une «couleur», qui correspond à la couleur du plan de la boucle interstitielle ou à l'anti-couleur du plan lacunaire (l'anti-couleur ou couleur complémentaire de la couleur du plan corpusculaire dans lequel apparaît la boucle lacunaire).

De l'existence des bosons de jauge intermédiaires

Quant aux boucles de désinclinaison d'angle $\pm 2\pi$ (figures 13.10a à 13.10c), elles n'ont pas besoin d'être combinées avec des boucles coin puisque ces rotations n'entraînent aucun changement de couleur dans les plans inférieurs, et par conséquent aussi aucun cylindre de fautes de raccordement en-dessous de la boucle.

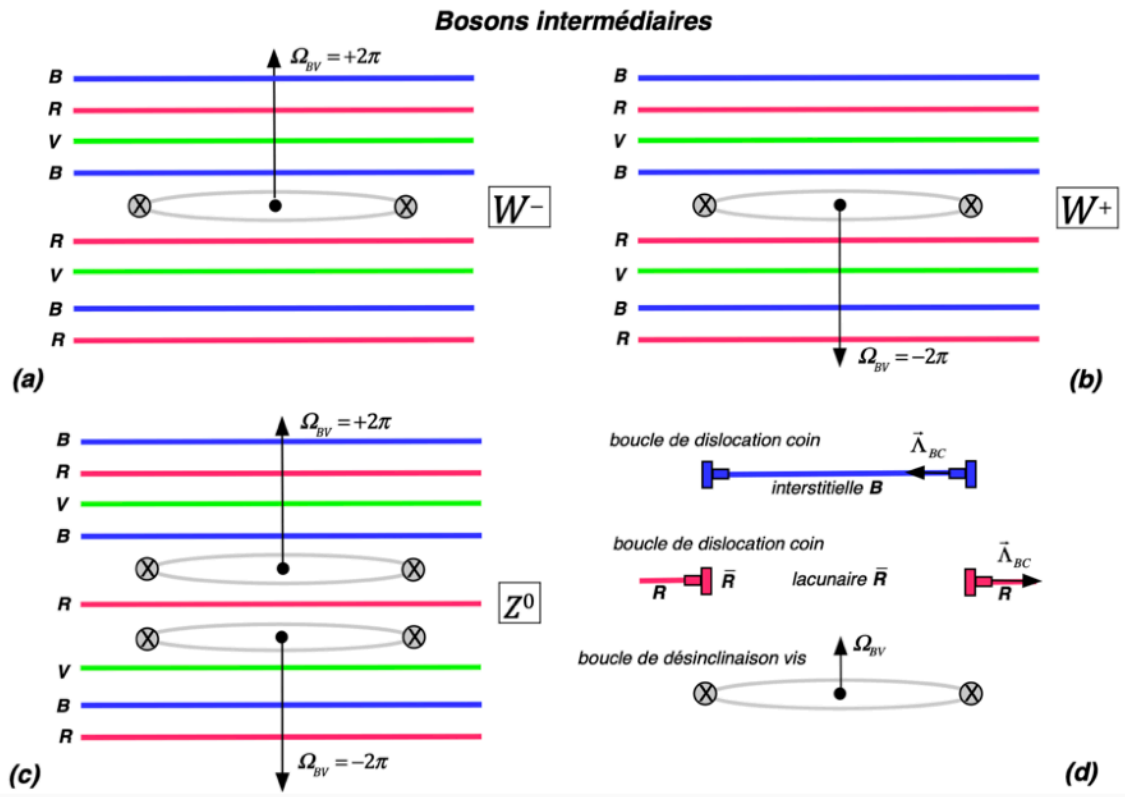


Figure 13.10 *- Bosons intermédiaires formés de boucles de désinclinaison vis d'angle* $\pm 2\pi$ *qui n'ont pas besoin de boucles de dislocation coin pour assurer la continuité de succession des plans* ***R,B,V.***

Dans le tableau de la figure 13.11, on a reporté les propriétés des différentes singularités topologiques ainsi formées, en leur donnant, comme dans les figures 13.9 et 13.10, un nom choisi *«par hasard»*, et en utilisant le fait que les deux dispirations de droite (a et c) dans la figure 13.9 sont clairement les anti-boucles des boucles de gauche (b et d).

Dans le tableau 13.11, on constate alors que les charges $q_{\lambda BV}$ de rotation, analogues à la charge électrique, présentent trois valeurs différentes, correspondant respectivement à 1/3x, 2/3x et 1x la charge des boucles W^- ou W^+. D'autre part, seules les dispirations d, u, $\bar{d}$ et $\bar{u}$ présentent une charge $q_{\theta BC}$ de courbure par flexion non nulle, et le signe de ces charges, positif dans le cas de la boucle coin lacunaire et négatif dans le cas de la boucle coin

interstitielle, implique comme on l'a déjà postulé avec la conjecture 8, que les particules d et u correspondent par analogie à de la matière et que leurs anti-particules $\overline{d}$ et $\overline{u}$ correspondent à de l'anti-matière. Le paramètre a est en ce cas la distance entre deux plans denses du réseau. Quant aux particules W^-, W^+ et Z^0 qui ne possèdent pas de charge de courbure $q_{\theta BC}$, elles doivent assurément présenter une masse importante puisque ce sont des boucles de désinclinaison vis avec un angle de rotation $\Omega_{BV} = -2\pi$ très élevé.

nom	Ω_{BV}	$q_{\lambda BV}$	*boucle coin*	$q_{\theta BC}$	*couleur*
d	$+2\pi/3$	$-2\pi^2 R_{BV}^2/3$	*interstitielle*	$-2\pi a$	***R***, ***V*** ou ***B***
u	$-4\pi/3$	$+4\pi^2 R_{BV}^2/3$	*interstitielle*	$-2\pi a$	***R***, ***V*** ou ***B***
$\overline{d}$	$-2\pi/3$	$+2\pi^2 R_{BV}^2/3$	*lacunaire*	$+2\pi a$	$\overline{\boldsymbol{R}}$, $\overline{\boldsymbol{V}}$ ou $\overline{\boldsymbol{B}}$
$\overline{u}$	$+4\pi/3$	$-4\pi^2 R_{BV}^2/3$	*lacunaire*	$+2\pi a$	$\overline{\boldsymbol{R}}$, $\overline{\boldsymbol{V}}$ ou $\overline{\boldsymbol{B}}$
W^-	$+2\pi$	$-2\pi^2 R_{BV}^2$	-	0	-
W^+	-2π	$+2\pi^2 R_{BV}^2$	-	0	-
Z^0	$(+2\pi)+(-2\pi)$	0	-	0	-

Figure 13.11 - *Les sept singularités composées d'une boucle de désinclinaison vis combinées ou non avec des boucles de dislocation coin interstitielles ou lacunaires*

De l'interaction faible entre quarks via les bosons intermédiaires

Il est intéressant de remarquer ici que la combinaison de deux dispirations d et $\overline{u}$, ou $\overline{d}$ et u contribue à créer une boucle de désinclinaison vis pure W^- ou W^+, qui peut à nouveau se transformer en paire d et $\overline{u}$, ou $\overline{d}$ et u. On peut aussi imaginer un échange d'une boucle W^- ou W^+ entre deux dispirations d et $\overline{u}$, ou $\overline{d}$ et u, ce qui va changer leur nature, ou pour parler de façon plus imagée ou poétique, leur *«goût»* ou leur *«saveur».*

Ces combinaisons et ces échanges sont illustrés dans la figure 13.12 sous forme de *diagrammes de Feynman*. Ils sont caractérisés par le fait que la rotation totale Ω_{BV} est conservée, ce qui assure en même temps la conservation de la charge de rotation $q_{\lambda BV}$. On constate aussi que la charge totale $q_{\theta BC}$ est conservée elle aussi dans ces réactions. Il est alors indéniable que ces réactions ont une étrange similitude avec les interactions faibles du modèle standard reportées dans la figure 13.3.

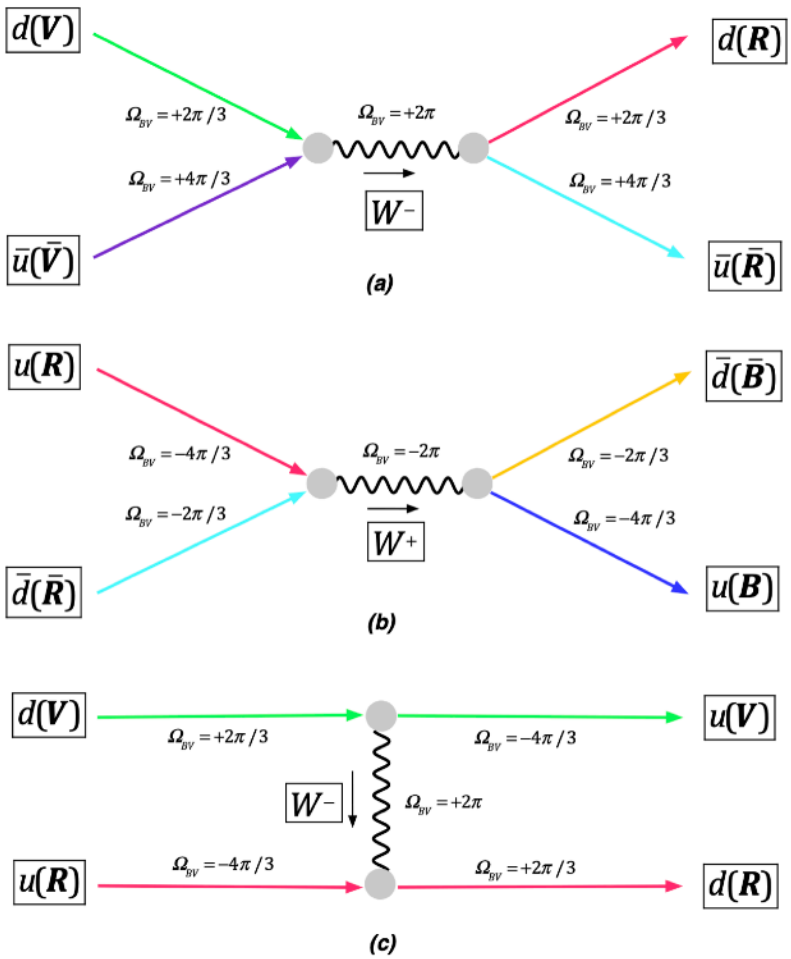


Figure 13.12 - *Diagrammes de Feynman de mécanismes de combinaisons et d'échanges de bosons intermédiaires entre les quarks du tableau 13.10*

De l'existence de «baryons» et de «mésons» localisés, formés de 3 et 2 dispirations

Chacune des dispirations des figures 13.9a à 13.9d génère un cylindre de faute de raccordement qui possède une énergie proportionnelle à la surface latérale du cylindre. Par conséquent, il est impossible que ces dispirations apparaissent de manière isolée, car le cylindre de faute de raccordement serait alors de longueur $\sim R_\infty$, et par conséquent d'énergie gigantesque. On peut alors se demander comment générer des singularités composées de telles dispirations, et qui soient d'énergie raisonnable.

En fait, il existe trois façons de combiner les quatre dispirations de la figure 13.9 pour que la singularité topologique ainsi formée soit parfaitement localisée, à savoir que le tube de faute de raccordement soit de longueur finie:

- *la combinaison de trois singularités* u *ou* d représentée à la figure 13.13a,
- *la combinaison de trois anti-singularités* $\overline{u}$ *ou* $\overline{d}$ représentée à la la figure 13.13b,
- *la combinaison d'une singularité* u *ou* d *avec une anti-singularité* $\overline{u}$ *ou* $\overline{d}$ représentée à la figure 13.13c.

Pour que les trois règles émises précédemment soient toutes parfaitement satisfaites dans

ces diverses combinaisons, il faut que:

- *la somme des angles* Ω_{BV} *de rotation de toutes les dispirations de la combinaison soit nulle ou un multiple de* 2π , ce qui permet au tube de faute de raccordement d'être de longueur finie,
- *la couleur de l'assemblage ainsi formé soit «blanche»*, donc que l'assemblage présente la somme des 3 couleurs ***R***, ***V***, ***B*** (figure 13.13a), ou la somme des 3 anti-couleurs $\overline{\boldsymbol{R}}$, $\overline{\boldsymbol{V}}$, $\overline{\boldsymbol{B}}$ (figure 13.13b), ou la somme d'une des couleurs ***R***, ***V***, ***B*** avec son anti-couleur respective $\overline{\boldsymbol{R}}$, $\overline{\boldsymbol{V}}$, $\overline{\boldsymbol{B}}$ (figure 13.13c).

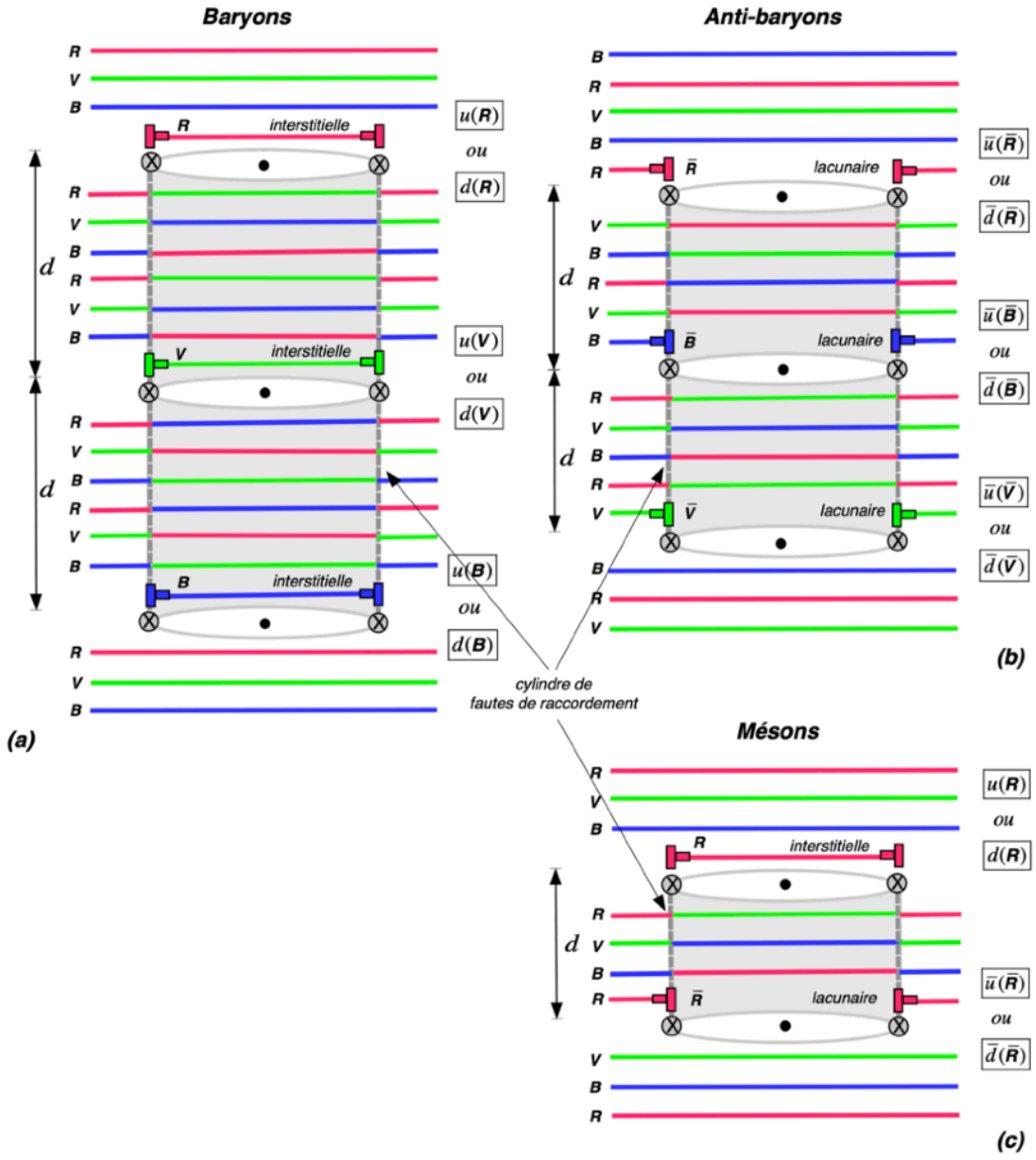


Figure 13.13 - *Les trois possibilités de combinaisons de 2 ou 3 dispirations permettant de former des singularités topologiques parfaitement localisées*

Dans le tableau de la figure 13.14, on a reporté les 8 différentes combinaisons possibles de 3 dispirations du tableau de la figure 13.11 avec leur propriété, en leur donnant un symbole et en les appelant des *baryons* par analogie avec le modèle standard.

combinaison	symbole spin 1/2	symbole spin 3/2	Ω_{BV}	$q_{\lambda BV}$	boucle coin	$q_{\theta BC}$
ddd	e^- (?) *électron*	Δ^-	$+2\pi$	$-2\pi^2 R_{BV}^2$	*interstitielle*	$-6\pi a$
dud	n *neutron*	Δ^0	0	0	*interstitielle*	$-6\pi a$
udu	p *proton*	Δ^+	-2π	$+2\pi^2 R_{BV}^2$	*interstitielle*	$-6\pi a$
uuu	e^{++} (???) *lepton ?*	Δ^{++}	-4π	$+4\pi^2 R_{BV}^2$	*interstitielle*	$-6\pi a$
$\overline{d}\,\overline{d}\,\overline{d}$	$\overline{e}^+$ (?) *positron*	$\overline{\Delta}^+$	-2π	$+2\pi^2 R_{BV}^2$	*lacunaire*	$6\pi a$
$\overline{d}\,\overline{u}\,\overline{d}$	$\overline{n}$ *antineutron*	$\overline{\Delta}^0$	0	0	*lacunaire*	$6\pi a$
$\overline{u}\,\overline{d}\,\overline{u}$	$\overline{p}$ *antiproton*	$\overline{\Delta}^-$	$+2\pi$	$-2\pi^2 R_{BV}^2$	*lacunaire*	$6\pi a$
$\overline{u}\,\overline{u}\,\overline{u}$	$\overline{e}^{--}$ (???) *anti-lepton ?*	$\overline{\Delta}^{--}$	$+4\pi$	$-4\pi^2 R_{BV}^2$	*lacunaire*	$6\pi a$

Figure 13.14 - *Les baryons de couleur «blanche» formés de 3 dispirations, et les quatre leptons obtenus par collapse des combinaisons de quarks* ddd , $\overline{ddd}$, uuu *et* $\overline{u}\,\overline{u}\,\overline{u}$

Dans ce tableau, l'analogie avec les baryons du modèle standard des particules élémentaires, composés de triplets de *quarks* u et d ou de triplets d'anti-quarks $\overline{u}$ et $\overline{d}$, est flagrante et parfaite. Non seulement on y voit apparaître des particules composées de *quarks* avec des charges de rotation $q_{\lambda BV}$ fractionnaires correspondant aux charges électriques du modèle standard, mais il s'ajoute ici la charge de courbure par flexion $q_{\theta BC}$ qui n'a pas d'équivalent dans le modèle standard, et qui correspond parfaitement avec notre conjecture 8, à savoir que *les singularités de nature lacunaire correspondent par analogie à de l'anti-matière et les singularités de nature interstitielle à de la matière.* Le fait que les particules du modèle standard apparaissent avec deux symboles différents dans ce tableau pour les combinaisons dud , udu , $\overline{d}\,\overline{u}\,\overline{d}$ et $\overline{u}\,\overline{d}\,\overline{u}$ s'explique par la notion de spin des boucles de désinclinaison vis, développée au chapitre 12. En effet, si chaque quark possède un spin $\pm 1/2$, alors la composition des spins peut créer un spin globale de $\pm 1/2$ dans le cas des particules n *(neutron)* et p *(proton)* et des anti-particules $\overline{n}$ *(anti-neutron)* et $\overline{p}$ *(anti-proton)*, ou bien un spin $\pm 3/2$ dans le cas des particules Δ^0 et Δ^+ et des anti-particules $\overline{\Delta}^0$ et $\overline{\Delta}^-$. Dans le cas

des combinaisons $d\,d\,d$, $u\,u\,u$, $\overline{d}\,\overline{d}\,\overline{d}$ et $\overline{u}\,\overline{u}\,\overline{u}$, les spins des 3 quarks sont obligatoirement alignés (pour une raison qui reste encore à expliquer, mais qui est fort probablement liée avec le principe d'exclusion) et la composition des spins ne peut alors fournir qu'un spin global de $\pm 3/2$ dans le cas des particules Δ^- et Δ^{++} et des anti-particules $\overline{\Delta}^+$ et $\overline{\Delta}^{--}$. Dans le cas des combinaisons $d\,d\,d$ et $\overline{d}\,\overline{d}\,\overline{d}$, le collapse complet des quarks avec spin $\pm 1/2$ présente alors exactement la configuration des leptons «électron» et «positron» comme représenté à la figure 13.17. On reviendra sur ce sujet dans la suite de ce chapitre.

Dans le tableau de la figure 13.15, on a reporté les différentes combinaisons possibles de 2 dispirations du tableau de la figure 13.11 avec leur propriété, en leur donnant un symbole et en les appelant des *mésons* par analogie avec le modèle standard.

combinaison	***symbole spin 0***	***symbole spin 1***	Ω_{BV}	$q_{\lambda BV}$	***boucle coin***	$q_{\theta BC}$
$d\,\overline{d}$	π^0	ρ^0	0	0	-	0
$d\,\overline{u}$	π^-	ρ^-	$+2\pi$	$-2\pi^2 R_{BV}^2$	-	0
$\overline{d}\,u$	π^+	ρ^+	-2π	$+2\pi^2 R_{BV}^2$	-	0
$u\,\overline{u}$	η^0	ω^0	0	0	-	0

Tableau 13.15 - *Les mésons de couleur «blanche» formés de 2 dispirations*

Dans ce tableau, l'analogie avec les mésons du modèle standard des particules élémentaires, composés de doublet de *quarks* u ou d avec des anti-quarks $\overline{u}$ ou $\overline{d}$, est flagrante et parfaite. On y voit apparaître des particules composées de *quarks* avec des charges de rotation $q_{\lambda BV}$ fractionnaires, qui correspondent aux mésons du modèle standard, mais avec une charge de courbure par flexion $q_{\theta BC}$ nulle, ce qui signifie que ces singularités topologiques ne peuvent pas être cataloguées comme de l'anti-matière (singularités de nature lacunaire) ou de la matière (singularités de nature interstitielle).

Le fait que les particules du modèle standard apparaissent avec deux symboles différents dans ce tableau s'explique aussi par la notion de spin des boucles de désinclinaison vis, développée au chapitre 12. En effet, si chaque quark possède un spin $\pm 1/2$, alors la composition des spins peut créer un spin globale de 0 dans le cas des particules π^0, π^-, π^+ et η^0, ou bien un spin ± 1 dans le cas des particules ρ^0, ρ^-, ρ^+ et ω^0.

De la force forte et de son comportement asymptotique

Les quarks composant les particules des tableaux des figures 13.14 et 13.15 sont liés par un

cylindre de fautes de raccordement, de sorte que l'énergie de la singularité topologique augmente comme $E_\gamma \sim \gamma_0 2\pi R_{BV} d$ si la distance d séparant deux dispirations augmente. La force de liaison des dispirations est donc *«de nature asymptotique»*, au sens que c'est une *force forte,* car *la force de liaison augmente si on tente de séparer les dispirations*. C'est un phénomène similaire au cas de l'énergie de faute d'empilement entre deux dislocations partielles dans un réseau *CFC* ou au cas de l'énergie de faute de raccordement entre trois dislocations partielles dans un réseau cubique axial (voir chapitre 2). La distance d'équilibre d entre les dispirations est alors contrôlée par un mécanisme de compétition entre l'énergie d'interaction entre les boucles composant la particule et l'énergie de la faute d'empilement entre les boucles, mécanisme tout-à-fait similaire à celui décrit dans le cas de la figure 2.16.

De l'interaction forte entre quarks via les bosons de jauge gluons

Dans le modèle standard, le traitement quantique des «couleurs» des quarks est assuré par la *chromodynamique quantique,* dans laquelle il existe 8 bosons de jauge colorés, vecteurs de la force forte, appelés *gluons.*

Et c'est l'échange d'un gluon coloré entre deux quarks qui permet alors d'échanger la couleur de ces deux quarks, par une interaction qui peut être représentée, comme dans la figure

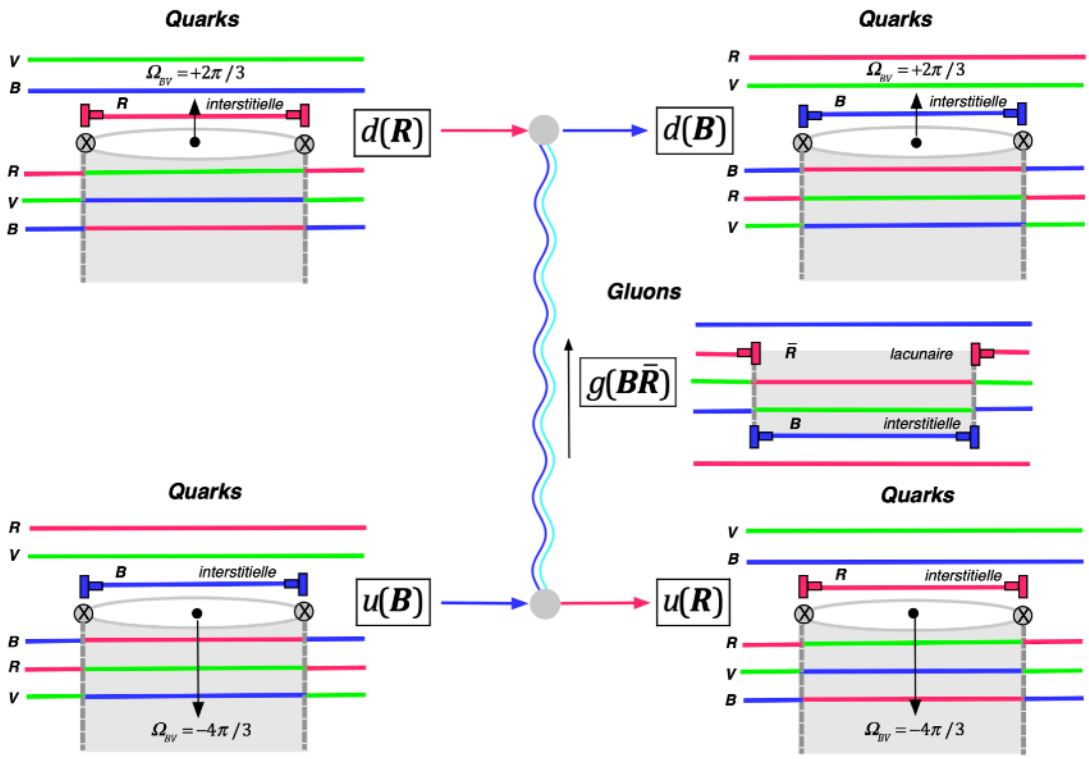


Figure 13.16 - *Diagramme de Feynman de l'échange des couleurs de deux quarks par l'échange d'un gluon bicolore*

13.16, sous la forme d'un *diagramme de Feynman* illustré par la configuration des singularités topologiques impliquées.

Les gluons colorés correspondent alors à deux boucles coin associées, une de nature interstitielle et une de nature lacunaire, et leur charge de rotation $q_{\lambda BC}$ est nulle. Les boucles coin sont liées entre elles par l'existence d'un cylindre de faute de raccordement, et sont par conséquent soumises à la force forte. Quant à leur charge de courbure $q_{\theta BC}$, elle est nulle puisque qu'on a $q_{\theta BC} = (+2\pi a) + (-2\pi a)$, de sorte que *l'énergie associée aux distorsions de cette paire de boucles doit être extrêmement faible*, et que, par conséquent, *la masse des gluons doit être quasiment nulle, alors qu'il possède une énergie non nulle provenant du cylindre de faute de raccordement.* De ce point de vue, les gluons s'apparentent aux photons.

En chromodynamique quantique, on pense que c'est ce mécanisme d'échange de gluons entre les neutrons et les protons du noyau atomique qui explique la cohésion des noyaux atomiques. Il s'agit donc là d'un effet secondaire de la force forte puisque ces échanges de gluons

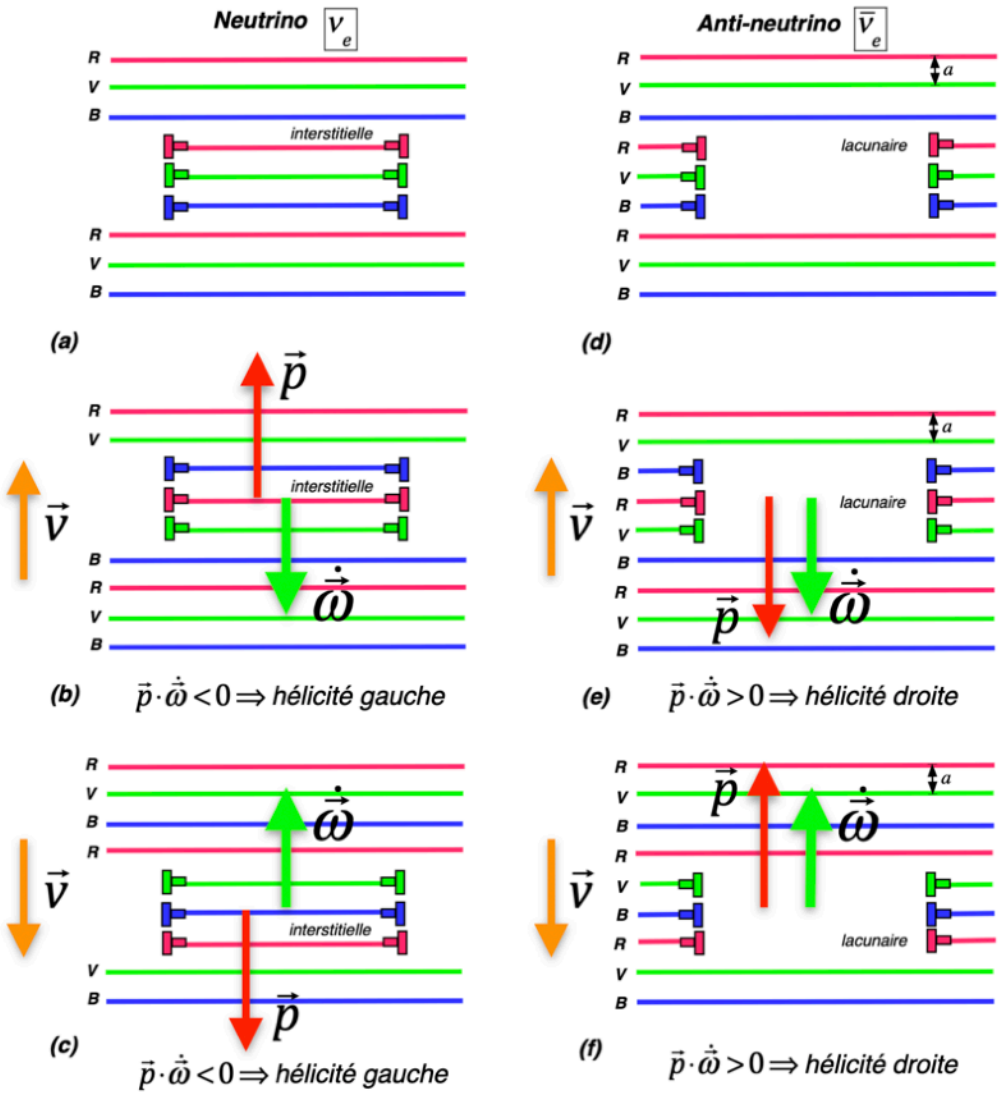


Figure 13.17 - *Le neutrino et l'antineutrino et leur hélicité négative et positive comme le produit scalaire de leur quantité de mouvement $\vec{p}$ et de la vitesse de rotation $\dot{\vec{\omega}}$ de leurs plans axiaux.*

colorés perturbent les distances d entre les dispirations composant les neutrons et les protons, et par conséquent perturbent les énergies des protons et des neutrons.

De la constitution des leptons neutrinos et anti-neutrinos

Dans le modèle standard, il existe aussi une première famille de particules quasi-ponctuelles qu'on appelle des leptons et qui sont représentés par l'électron e^-, l'anti-électron ou positron e^+, le neutrino électronique ν_e et l'anti-neutrino électronique $\overline{\nu}_e$.

Dans le réseau cosmologique, nous avons déjà postulé l'existence du neutrino sous la forme d'une boucle de dislocation coin de nature interstitielle, alors que l'anti-neutrino correspondait à une boucle de dislocation coin de nature lacunaire. C'est d'ailleurs ce qui nous avait permis de déduire des propriétés gravitationnelles répulsives tout à fait exceptionnelles pour le neutrino, dues à sa charge de courbure par flexion qui domine largement les effets gravitationnels attractifs dus à sa masse d'inertie. Dans le cas du «réseau cosmologique coloré» de la figure 13.7, pour respecter les trois règles auxquelles ce réseau doit satisfaire, le neutrino ne peut correspondre qu'à l'insertion de trois plans consécutifs de couleur ***R***, ***V***, ***B***, et l'anti-neutrino à la soustraction de trois plans consécutifs $\overline{\boldsymbol{R}}$, $\overline{\boldsymbol{V}}$, $\overline{\boldsymbol{B}}$, comme représenté dans les figures 13.17a et 13.17d, de sorte à former une inclusion ou un trou qui n'a pas de couleur, c'est-à-dire de couleur blanche. Sous cette forme, les neutrinos et anti-neutrinos ont exactement les propriétés que nous avons déduites dans les chapitres précédents pour les boucles de dislocation coin prismatiques, à condition que leur vecteur de Burgers ait une norme telle que $\left|\vec{B}_{BC}\right| = 3a$, de sorte que leur charge de courbure par flexion a une norme égale à $\left|\boldsymbol{q}_{\theta BC}\right| = 6\pi a$.

En physique des particules, on définit *l'hélicité* $\vec{S}\cdot\vec{p}/\left|\vec{p}\right|$ *d'une particule* comme la projection de son spin $\vec{S}$ sur la direction $\vec{p}/\left|\vec{p}\right|$ de sa quantité de mouvement $\vec{p}$ (cette projection correspond donc à la composante du spin suivant la direction de propagation). On dira d'une particule que son *hélicité est droite (positive) ou gauche (négative)* selon que son spin est orienté dans le même sens ou dans le sens opposé à son mouvement. Dans le cas du neutrino et de l'anti-neutrino, l'observation expérimentale montre que *tous les neutrinos ont toujours une hélicité gauche*, et que *tous les antineutrinos ont toujours une hélicité droite*. Et le fait que les neutrinos soient toujours gauches est très important, car c'est lui qui explique *le phénomène de violation de la parité dans l'interaction faible*.

On peut ici donner une explication de ce comportement de l'hélicité en considérant de manière classique le mouvement des neutrinos et des anti-neutrinos de la figure 13.17. En effet, si on considère que ces particules se déplacent dans le réseau perpendiculairement aux plans denses à vitesse $\vec{v}$ comme illustré dans les figures 13.17, on constate que la direction de la quantité de mouvement $\vec{p}$ associée aux déplacements des plans massifs est dans la direction de la vitesse $\vec{v}$ de déplacement du neutrino, mais dans dans la direction opposée à la direction de la vitesse $\vec{v}$ de déplacement dans le cas de l'anti-neutrino. Quant à la direction de la rotation des neutrinos et des anti-neutrinos, représentée par le vecteur de vitesse angulaire $\dot{\vec{\omega}}$ des plans de «corpuscules» concernés, on constate qu'elle est toujours opposée à la direction de la vitesse $\vec{v}$. Si on qualifie de manière classique l'hélicité de ces mouvements par le signe du produit scalaire $\vec{p}\cdot\dot{\vec{\omega}}$ de la quantité de mouvement $\vec{p}$ par la vitesse angulaire $\dot{\vec{\omega}}$, on constate bien que l'hélicité du neutrino est toujours négative, donc que *le mouvement du*

neutrino est toujours d'hélicité gauche, alors que ce même produit dans le cas de l'anti-neutrino est toujours positif, et donc que *le mouvement de l'anti-neutrino est toujours d'hélicité droite*.

De la constitution des leptons électrons et positrons

Quant à l'électron et à l'anti-électron ou positron, nous avons déjà émis l'hypothèse que la boucle de désinclinaison vis était un bon candidat pour les représenter. En ce cas, pour assurer que la charge de rotation corresponde bien, il faut que l'angle de rotation Ω_{BV} entre deux plans consécutifs soit égal à $\pm 2\pi$, pour que la norme de la charge de rotation satisfasse la relation $\left|q_{\lambda BV}\right| = 2\pi^2 R_{BV}^2$. Cependant, sous cette forme pure, la boucle de désinclinaison vis a déjà été identifiée comme la particule W^- ou W^+ dans les figures 13.10a et 13.10b. De plus, l'élec-

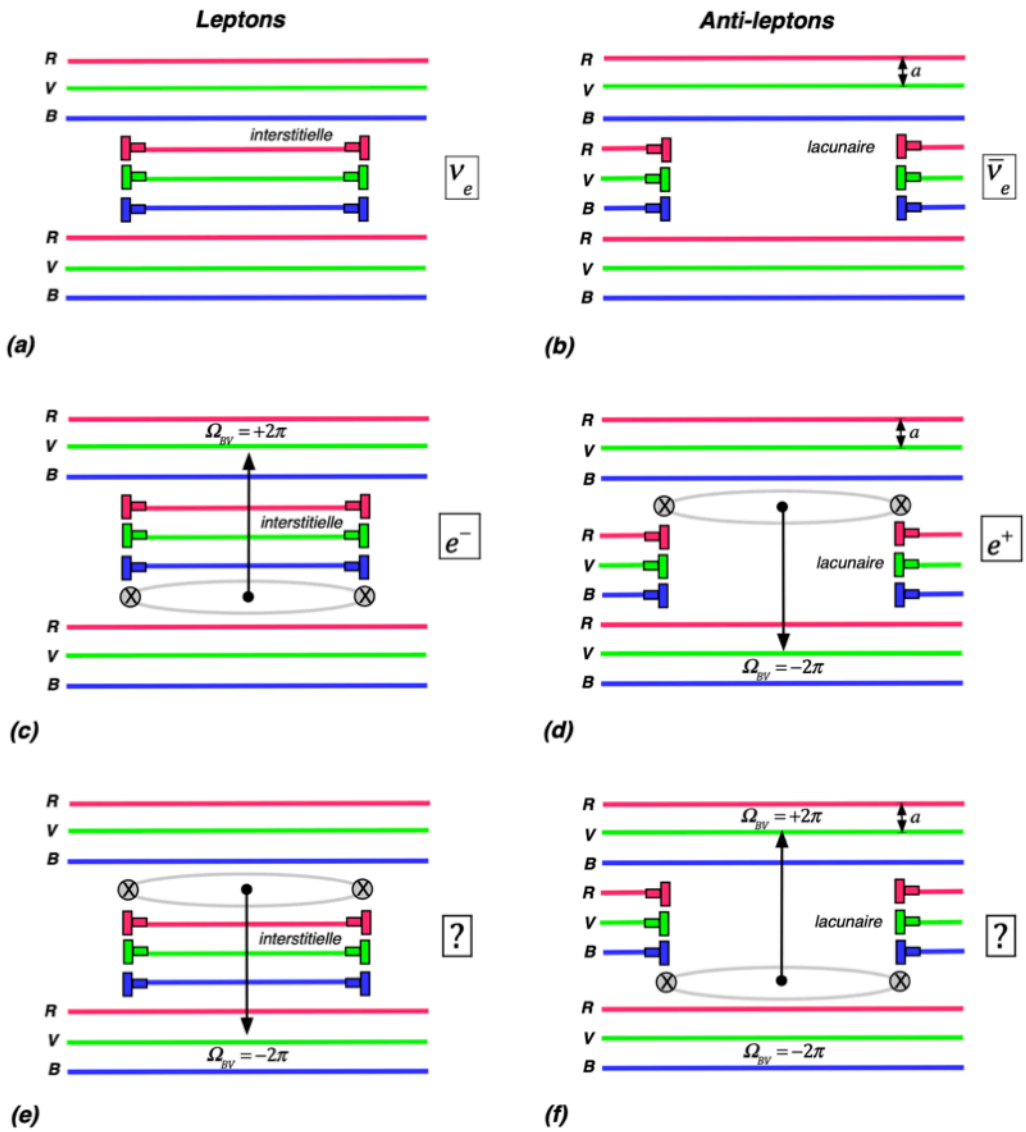


Figure 13.18 - *Structure du neutrino, de l'anti-neutrino, de l'électron, du positron, et de deux «leptons inconnus», comme assemblages de boucles de dislocation coin et de boucles de désinclinaison vis*

tron et le positron doivent présenter la dissymétrie entre matière et anti-matière, et ils doivent satisfaire les interactions faibles leptoniques de la figure 13.3. Pour satisfaire ces desiderata, on doit à nouveau faire appel à une combinaison d'une boucle de désinclinaison vis d'angle $\pm 2\pi$, qui satisfait la règle 3 et qui ne possède donc pas de couleur, avec une boucle de dislocation coin correspondant à l'insertion de trois plans consécutifs de couleur ***R***, ***V***, ***B***, ou à la soustraction de trois plans consécutifs $\overline{\boldsymbol{R}}$, $\overline{\boldsymbol{V}}$, $\overline{\boldsymbol{B}}$.

En principe, il devrait donc y avoir quatre électrons différents, de charges $\boldsymbol{q}_{\lambda BV} = \pm 2\pi^2 R_{BV}^2$ et $\boldsymbol{q}_{\theta BC} = \pm 6\pi a$ comme représentés dans les figures 13.18c à 13.18f. Mais en réalité, on n'observe dans la nature que *l'électron* e^- *et l'anti-électron ou positron* $\overline{e}^+$ *.* Les «leptons inconnus» représentés dans les figures 13.18e et 13.18f pourraient être considérés en fait comme un électron positif de matière et un anti-électron négatif, mais ils ne sont pas observés dans la nature, alors que rien ne semble à priori en montrer la raison dans les figures 13.17.

Cependant, il pourrait y avoir une explication assez simple, quoique difficile à justifier. On pourrait en effet imaginer que les leptons chargés seraient en fait les résultats de collapses de baryons à trois quarks. Considérons le cas le plus simple, à savoir la compression d'assemblages de quarks $d\,d\,d$ et $\overline{d}\,\overline{d}\,\overline{d}$, de sorte à collapser les trois boucle vis en une seule, et de collapser les trois boucles coin en une seule. On obtient alors directement l'électron et le positron représentés dans les figures 13.18c et 13.18d. Mais il faudrait que ces collapses conduisent à des leptons de spin 1/2 puisque l'électron et le positron sont de spin 1/2. Or, dans le tableau 13.14, on constate que les assemblages de quarks $d\,d\,d$ et $\overline{d}\,\overline{d}\,\overline{d}$ conduisent exclusivement aux baryons Δ^- et $\overline{\Delta}^+$ de spin 3/2, et qu'il n'existe pas de baryons $d\,d\,d$ et $\overline{d}\,\overline{d}\,\overline{d}$ avec un spin 1/2. On peut donc imaginer que les assemblages de quarks $d\,d\,d$ et $\overline{d}\,\overline{d}\,\overline{d}$ avec spin 1/2 doivent forcément devenir des leptons, donc des électrons et des positrons, comme on l'a suggéré dans le tableau 13.14.

En admettant cette explication, il devient assez simple d'expliquer la non observation des «leptons inconnus» des figures 13.18e et 13.18f. Il suffit en effet de constater qu'il n'y a aucun assemblage de trois quarks dans le tableau 13.14 qui pourrait conduire par collapse aux deux leptons «imaginaires» des figures 13.18e et 13.18f, d'où l'explication de la non-existence de ces deux leptons.

En regardant le tableau de la figure 13.14, on constate aussi qu'il n'existe pas de baryons de spin 1/2 obtenus par combinaison des quarks $u\,u\,u$ et $\overline{u}\,\overline{u}\,\overline{u}$, et on pourrait alors se demander s'il n'existerait pas un lepton positif e^{++} de spin 1/2 et de charge double provenant du collapse de l'assemblage de quarks $u\,u\,u$ et un anti-lepton négatif $\overline{e}^{--}$ de spin 1/2 et de charge double provenant du collapse de l'assemblage de quarks $\overline{u}\,\overline{u}\,\overline{u}$. L'existence de ces deux leptons aurait l'avantage de combler les deux vides laissés dans le tableau 13.14. A noter que dans la littérature[1], des états leptoniques doublement chargés apparaissent dans des mécanismes de bascule de type II, dans des modèles de rupture forte de symétrie électrofaible, dans certaines extensions de modèles supersymétriques, dans des modèles de saveurs dans des dimensions supplémentaires déformées et dans des modèles encore plus généraux, dans des modèles inspirés de la théorie des cordes et dans des modèles 3-3-1. En outre, les leptons

---

[1] *A. Ozansoy, «Doubly Charged Lepton Search Potential of the FCC base Energy-Frontier Electron-Proton Colliders», Advances in High Energy Physics, Volume 2020, Article ID 9234130, 13 pages, https://doi.org/10.1155/2020/9234130*

stables doublement chargés sont aussi considérés par certains comme un candidat acceptable pour la matière noire froide.

De l'interaction faible des leptons et des bosons intermédiaires du modèle standard

Dans le modèle standard, les interactions faibles correspondent à échanger des bosons intermédiaires $W^{\pm}$ ou Z^0, qui permettent d'échanger la charge électrique entre deux particules, comme reporté dans les figures 13.3 et 13.11. Pour que les diagrammes de Feynman de ces figures fonctionnent avec les dispirations de notre modèle, il faut nécessairement que les bosons intermédiaires soient des boucles de désinclinaison vis pures d'angles de rotation Ω_{BV} valant respectivement $\pm 2\pi$ ou 0, comme représentés à la figure 13.9e à 13.9g.

Les bosons intermédiaires sont alors les seules bosons de jauge massifs, ce qui se comprend bien si ce sont effectivement de pures boucles de désinclinaison vis. Expérimentalement, on a trouvé que leur masse est beaucoup plus élevée que celles de l'électron et du positron, ce qui pourrait se comprendre par le fait que la rotation de $\pm 2\pi$ doit entièrement être faite sur une distance de a dans le cas des bosons intermédiaires, alors que dans le cas de l'électron et du positron, la rotation de $\pm 2\pi$ peut se répartir sur 3 plans successifs, donc sur une distance de $3a$, ce qui doit diminuer très considérablement les distorsions locales du réseau, et donc l'énergie de la particule. Ceci pourrait aussi être la raison pour laquelle un boson de jauge s'associerait extrêmement vite avec 3 boucles coins interstitielles ou lacunaires pour diminuer fortement son énergie, ce qui expliquerait parfaitement les interactions faibles de la figure 13.3.

symbole	Ω_{BV}	$q_{\lambda BV}$	***boucle coin***	$q_{\theta BC}$
ν_e	0	0	*interstitielle*	$-6\pi a$
e^-	$+2\pi$	$-2\pi^2 R_{BV}^2$	*interstitielle*	$-6\pi a$
$\bar{\nu}_e$	0	0	*lacunaire*	$6\pi a$
e^+	-2π	$+2\pi^2 R_{BV}^2$	*lacunaire*	$6\pi a$
W^-	$+2\pi$	$-2\pi^2 R_{BV}^2$	-	0
W^+	-2π	$+2\pi^2 R_{BV}^2$	-	0
Z^0	$(+2\pi)+(-2\pi)$	0	-	0

Figure 13.19 - *Les leptons de la première famille et les bosons intermédiaires de jauge*

A noter aussi que, dans le modèle standard des particules, les bosons de jauge W^+ et Z^0 sont de spin 1, et donc qu'ils ne satisfont pas le principe d'exclusion, ce qui signifie que deux bosons de jauge peuvent occuper un même état, donc se superposer, ce qui crée en fait une boucle de désinclinaison vis d'angle Ω_{BV} égal par exemple à $\pm 4\pi$. Par contre, l'électron et le positron sont des particules de spin 1/2, qui satisfont le principe d'exclusion de Pauli. Ils ne peuvent par conséquent pas occuper le même état, ce qui signifie qu'on ne peut pas les superposer, ce qui devient naïvement presque une évidence si on considère la structure en boucle des électrons et des positrons représentée à la figure 13.15. On peut alors reporter les propriétés des leptons et des bosons de jauge dans le tableau de la figure 13.19.

Essai d'explication des trois familles de quarks et de leptons du modèle standard

Dans le modèle standard, il existe non seulement les quarks et les leptons que nous venons de décrire, mais il existe encore deux familles supplémentaires de quarks et de leptons (figure 13.1), qui se distinguent surtout par les masses nettement plus élevées observées expérimentalement chaque fois qu'on passe d'une famille à la suivante. On a reporté dans la figure 13.20 la progression des masses au sein du tableau des particules élémentaires du modèle standard, en donnant le facteur multiplicatif approximatif des masses, dans le sens horizontal du tableau et dans le sens vertical du tableau. On constate que les facteurs multiplicatifs moyens reportés

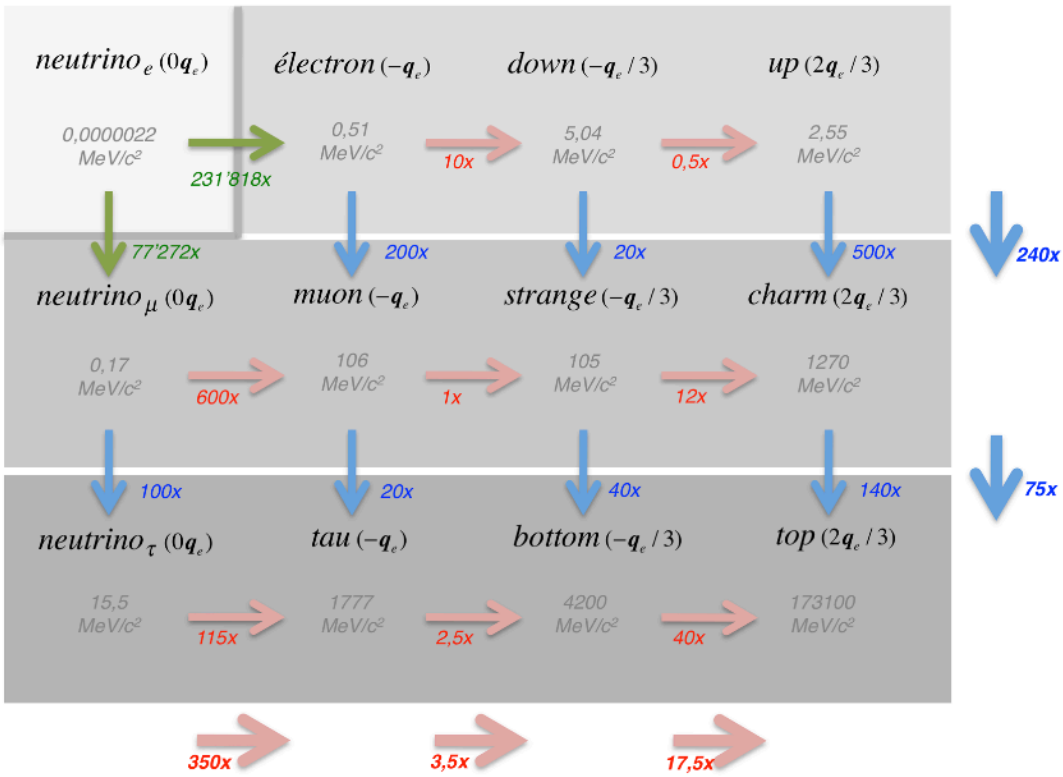


Figure 13.20 - *les masses des particules du modèle standard, mesurées expérimentalement et exprimées en MeV/c², avec les facteurs multiplicatifs approximatifs*

en-dehors du tableau sont effectivement très élevés en passant d'une famille à l'autre, alors que les facteurs multiplicatifs pour passer d'une particule à l'autre dans chaque famille ne sont pas si élevés, sauf dans le cas du passage du neutrino à l'électron, ce qui tendrait à faire penser que la structure topologique responsable de la forte augmentation de masse change très probablement d'une famille à l'autre mais reste fort probablement la même au sein d'une même famille. Il est aussi remarquable que les facteurs multiplicatifs associés au neutrino ν_e sont colossalement plus élevés que tous les autres facteurs, ce qui tend à faire penser que c'est probablement la structure des boucles coin qui changent d'une famille à l'autre.

Quant au facteur multiplicatif colossal pour passer du neutrino ν_e à l'électron e^-, il s'explique par la différence d'énergie énorme entre une boucle de dislocation coin et une boucle de désinclinaison vis, comme nous l'avons expliqué au chapitre 5.

De la possibilité de faire intervenir l'énergie de faute d'empilement entre plans denses axiaux

Le fait qu'il existe deux familles additionnelles avec des énergies beaucoup plus élevées pourrait peut-être être attribué à l'apparition de fautes d'empilement entre plans denses axiaux, des fautes qu'on a éliminées initialement par la règle 1 dans la conjecture 13. En effet, nous avons construit la première famille de particules en tenant compte de cette règle, c'est-à-dire en s'assurant que la succession ***R***, ***V***, ***B*** des plans denses n'est jamais prise en défaut. Pour cela, nous avons dû introduire des boucles de dislocation coin de la bonne couleur pour décrire les quarks, et introduire une triple boucle coin de trois couleurs pour décrire les leptons.

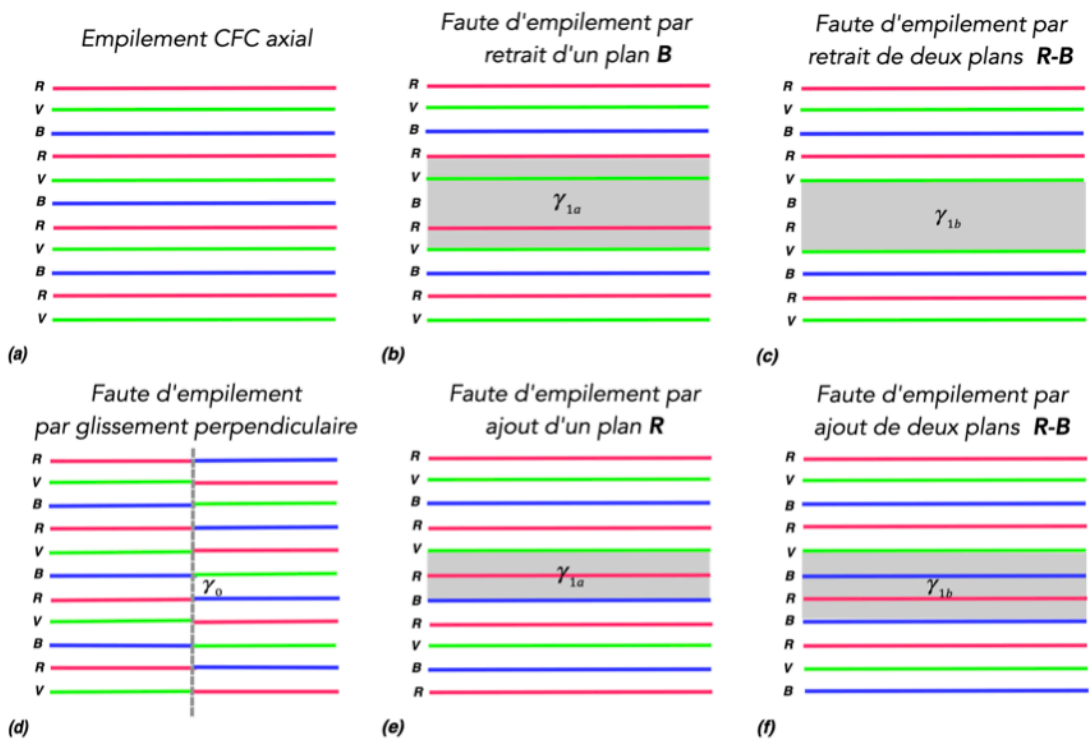


Figure 13.21 - *les trois types de fautes d'empilement entre plans denses axiaux, par glissement perpendiculaire* ***(d)****, par retrait* ***(b,c)*** *ou ajout* ***(e,f)*** *de un ou deux plans denses, avec respectivement des énergies de faute* γ_0 , γ_{1a} *et* γ_{1b}

Imaginons donc qu'il puisse exister des fautes d'empilement entre les plans denses du réseau, telles que nous les avons décrites dans la figure 13.21. Il y a seulement deux types de fautes d'empilement réalisables, soit par retrait d'un plan dense (figure 13.21b), soit par retrait de deux plans denses successifs (figure 13.21c). Supposons que les énergies de faute associées à ces deux types de faute d'empilement soient essentiellement dues aux propriétés axiales de ces plans, et présentent donc *des énergies de faute surfaciques axiales* γ_{1a} *et* γ_{1b} respectivement. L'énergie de faute γ_{1a} associée au retrait d'un seul plan dense est liée à une faute d'empilement du type ***V-R-V-R***, alors que l'énergie de faute γ_{1b} due au retrait de deux plans denses successifs est associée à une faute d'empilement du type ***V-V***. L'énergie de faute γ_{1a} est donc liée à une erreur d'empilement avec le plan deuxième voisin, alors que γ_{1b} est liée à une erreur d'empilement avec le plan premier voisin. Il y a donc de fortes chances pour que l'énergie γ_{1b} *soit nettement plus élevée que l'énergie* γ_{1a} *,* et donc que $\gamma_{1b} >> \gamma_{1a}$ *.* On peut aussi considérer les erreurs d'empilement associées à l'ajout d'un plan dense (figure 13.21e), soit à l'ajout de deux plans denses successifs (figure 13.21f). Comme ces opérations par ajout correspondent en fait à l'inverse des opérations par retrait, il y a fort à parier que les énergies de faute sont les mêmes que dans le cas des retraits que dans celui des ajouts, donc γ_{1a} pour l'ajout d'un plan dense et γ_{1b} pour l'ajout de deux plans denses successifs.

De la constitution des familles de neutrinos

Prenons le cas des neutrinos, dont on on sait qu'ils existent sous trois états différents ou trois « saveurs», comme le disent les physiciens : électronique, muonique et tauique. En retirant ou en ajoutant un ou deux plans au neutrino et à l'anti-neutrino électronique dans les figures 13.18a et 13.18b, on peut construire les six leptons neutres représentés dans la figure 13.22. En comparant les fautes d'empilement de ces leptons avec les fautes reportées à la figure 13.21, on constate que l'ajout ou le retrait de trois plans ne conduisent à aucune faute d'empilement des plans denses axiaux, et correspondent donc aux neutrinos et anti-neutrinos électroniques de la 1ère famille. L'ajout ou le retrait de 1 plan dense axial correspond à une énergie de faute γ_{1a} et pourrait donc correspondre aux neutrinos et anti-neutrinos muoniques de la 2ème famille, alors que l'ajout ou le retrait de deux plans denses axiaux correspond à l'énergie de faute γ_{1b} et pourrait donc correspondre aux neutrinos et anti-neutrinos tauiques de la 3ème famille.

Expérimentalement, on a constaté, chose étonnante, que les neutrinos sont capables de passer spontanément d'une saveur à l'autre au cours de leur déplacement. Ce sont même les seules particules élémentaires douées de cette propriété, appelée « oscillation ». Le résultat majeur de ces expériences est que ce transformisme des neutrinos ne peut s'expliquer que parce qu'ils ont des masses différentes, ce qui est le cas puisqu'ils diffèrent d'une famille à l'autre (d'une saveur à l'autre) par leur énergie de déformation du réseau et par leur énergie de faute d'empilement des plans denses axiaux.

Quant au mécanisme qui conduit à cette oscillation, on suppose qu'au moment de la création et de l'émission de neutrinos ou d'antineutrinos par l'interaction faible (par exemple dans les désintégrations bêta de noyaux radio-actifs), on ne peut pas séparer les états de masses. Il se forme alors une superposition cohérente d'états de masses définies, et la fonction d'onde contient maintenant tous les types de neutrinos. Il existe alors une probabilité d'observation de

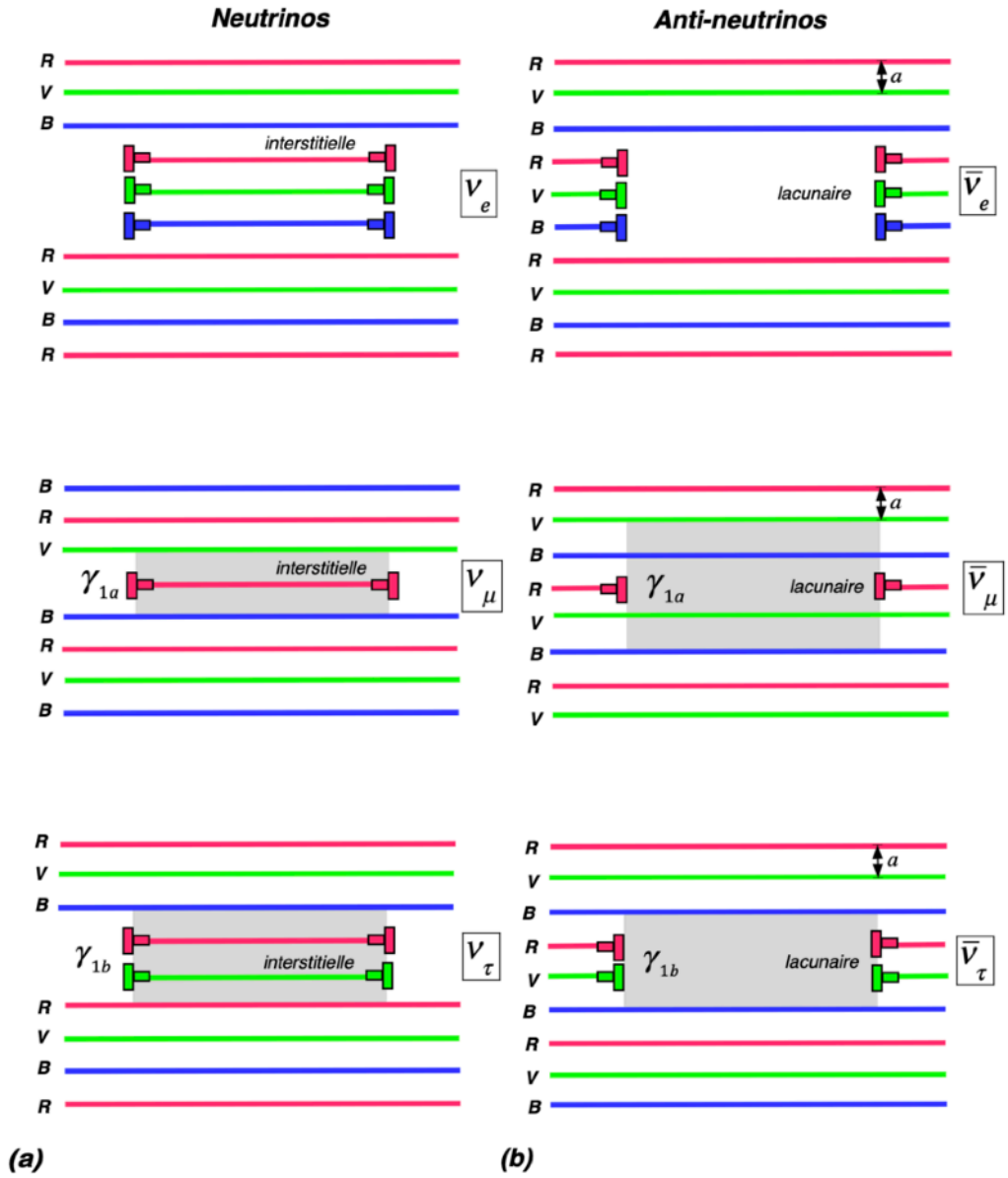


Figure 13.22 - *les trois familles de neutrinos et d'anti-neutrinos, par ajout et par retrait de un, deux ou trois plans denses*

chaque type de neutrinos qui peut être déduite de la fonction d'onde, et cette fonction de probabilité exhibe un magnifique comportement oscillatoire. Les oscillations de neutrinos ne peuvent être observées qui si les masses m_1, m_2 et m_3 ne sont pas toutes identiques, ce qui conduit à des vitesses légèrement différentes d'une saveur à l'autre, d'où le phénomène d'oscillation, et si le neutrino initial (émis dans un processus d'interaction faible) est créé dans une superposition cohérente d'états propres de masse.

De la constitution des familles d'électrons

Dans le cas des électrons et anti-électrons de la figure 13.18c et 13.18d, il suffit d'adjoindre aux neutrinos de la figure 13.22 les boucles de désinclinaison vis avec un angle de rotation

Ω_{BV} valant respectivement $\pm 2\pi$. On obtient en ces cas respectivement les électrons et anti-électrons de la 1ère famille, les muons et anti-muons de la 2ème famille, et les taus et anti-taus de la 3ème famille représentés dans la figure 13.23.

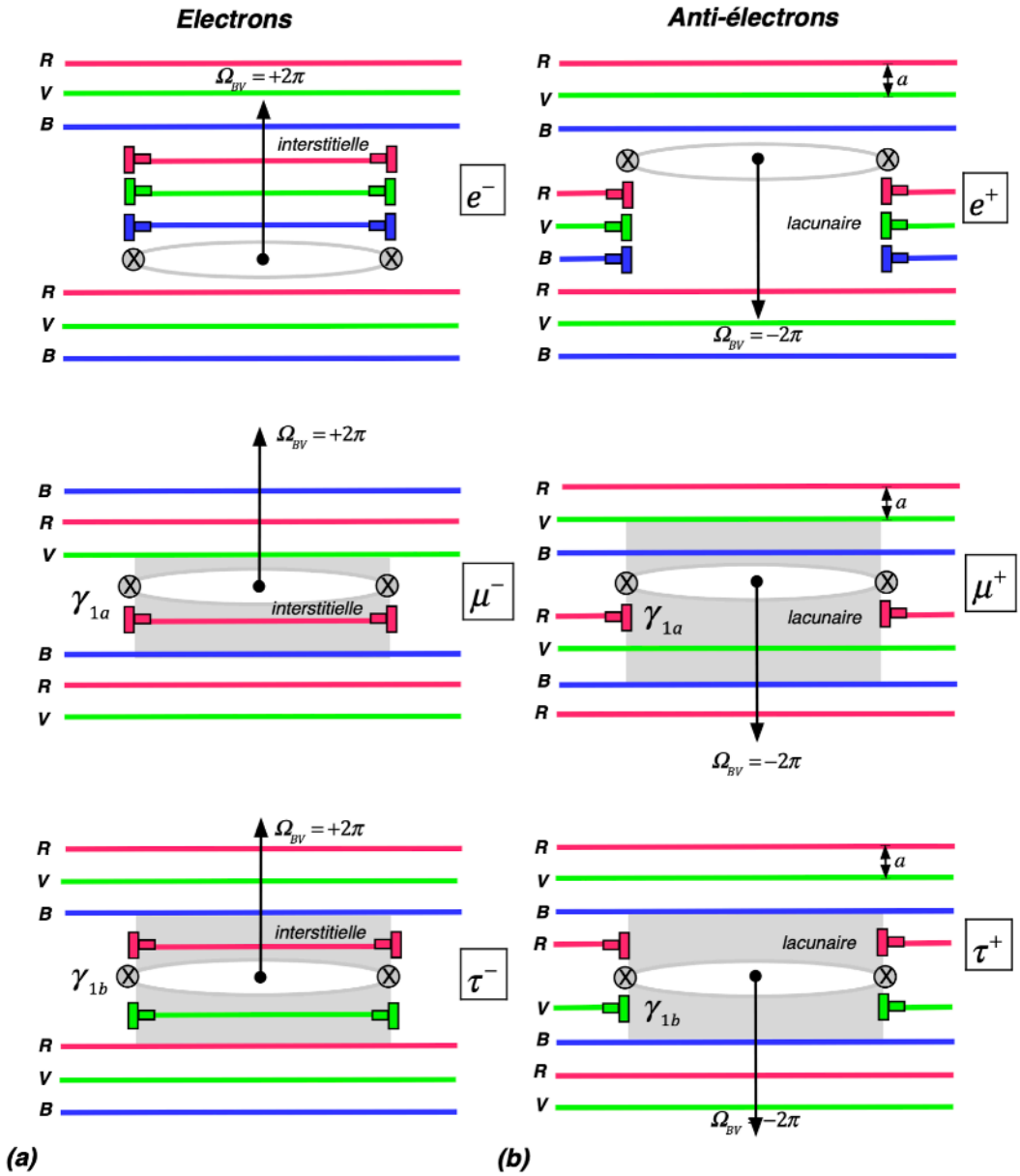


Figure 13.23 - *les trois familles d'électrons et d'anti-électrons, par ajout et par retrait de un, deux ou trois plans denses, en combinaison avec la boucle de désinclinaison vis*

De la constitution des familles de quarks

Dans le cas des quarks, on peut ajouter ou soustraire 1 ou 2 plans denses axiaux aux quarks u et d ou aux anti-quarks $\overline{u}$ et $\overline{d}$, de sorte à faire apparaître des fautes d'empilement des plans denses axiaux avec des énergies γ_{1a} ou γ_{1b} . On obtient alors la famille des *quarks* représentés dans la figure 13.24, qui est elle aussi composée de trois générations de

deux types de particules électriquement chargées: une première génération est formée des quarks *down (d)* et *up (u)*, respectivement de charges électriques -1/3 et +2/3 de la charge électrique de l'électron, une deuxième génération composée des quarks *strange (s)* et *charm (c)*, respectivement de charges électriques -1/3 et +2/3 de la charge électrique de l'électron, et une troisième génération composée des quarks *bottom (b)* et *top (t)*, respectivement de charges électriques -1/3 et +2/3 de la charge électrique de l'électron. Et chaque quark possède aussi son anti-particule de charge électrique de signe opposé ($\overline{d}$, $\overline{u}$, $\overline{s}$, $\overline{c}$, $\overline{b}$ et $\overline{t}$).

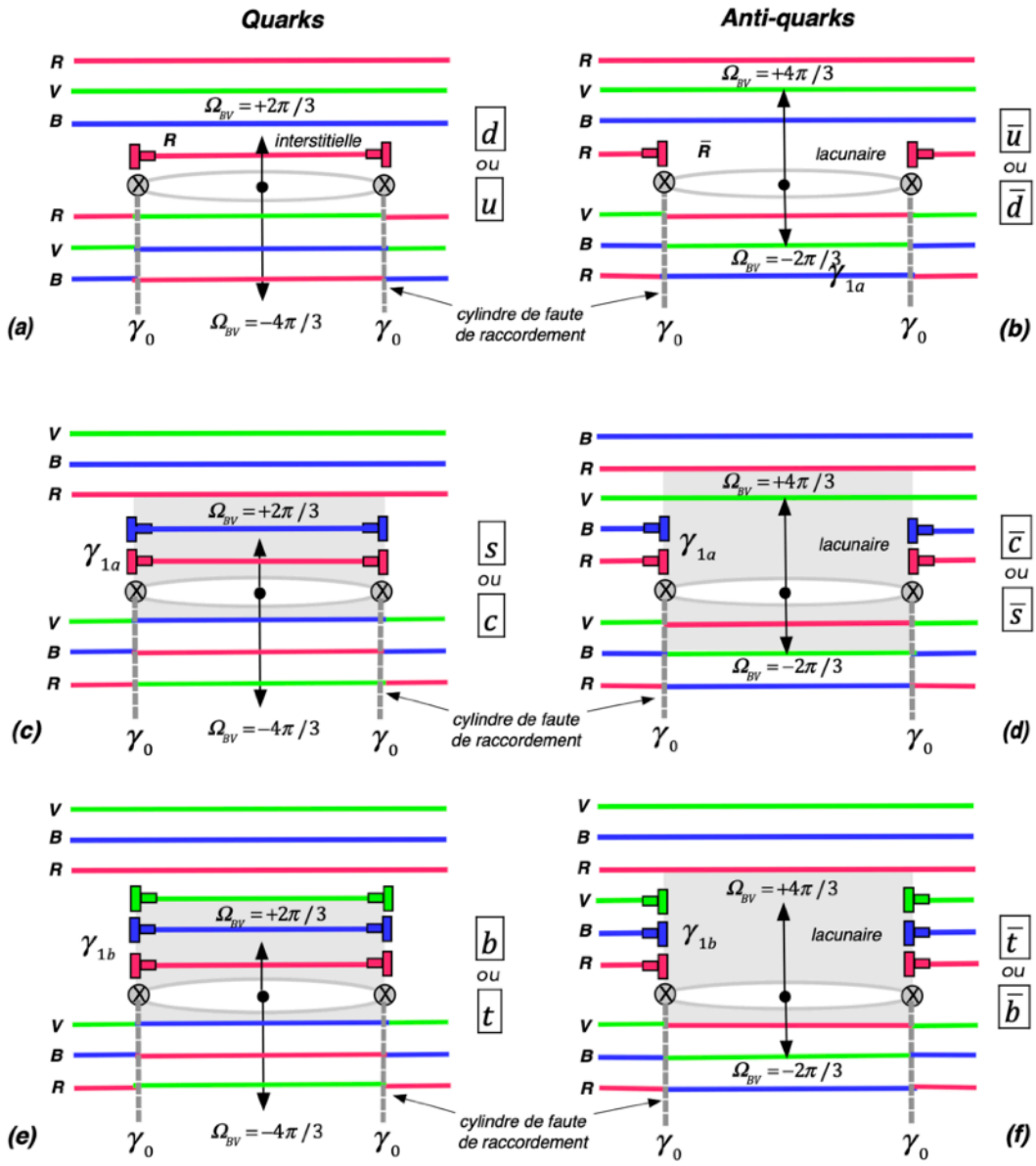


Figure 13.24 - *les trois familles de quarks et d'anti-quarks, par ajout et par retrait de un, deux ou trois plans denses, en combinaison avec une boucle de désinclinaison vis*

De l'intérêt de l'analogie entre le réseau cosmologique «coloré» et le modèle standard

L'analogie entre notre modèle de réseau cosmologique «coloré», avec les singularités topo-

logiques élémentaires qu'il peut contenir, et le modèle standard des particules élémentaires est excellente, et elle est très féconde pour fournir des explications à plusieurs facettes assez mystérieuses du modèle standard que nous allons énumérer ici.

- *De la structure des particules du modèle standard en trois familles de quarks et leptons:*

Les structures topologiques de boucles de dislocation coin et de boucles de désinclinason vis introduites dans un réseau CFC «coloré» possédant des règles strictes d'arrangement et de rotation des plans corpusculaires «colorés», avec des énergies de faute de raccordement et d'empilement γ_0, γ_{1a} et γ_{1b}, permettent de reconstituer toutes les particules du modèle standard des particules élémentaires, à savoir les quarks et les leptons. Ces particules présentent une structure en trois familles dont les masses très différentes peuvent s'expliquer par les énergies de faute d'empilement γ_{1a} et γ_{1b}. Ces divers quarks et leptons satisfont aussi *toutes les propriétés de l'interaction faible* et de *l'interaction forte* utilisant respectivement les bosons de jauge intermédiaires $W^{\pm}$ et Z^0 et les gluons, qui possèdent aussi leurs propres structures topologiques dans le réseau cosmologique «coloré». Quant à la force forte, elle possède bien les bonnes propriétés asymptotiques dues au fait qu'elle est générée par un cylindre de fautes de raccordement dont l'énergie de faute liée à γ_0 s'accroît s'il est allongé, et elle est responsable de l'existence des baryons et des mésons, qui sont des structures topologiques localisées et «non colorées» qu'il est possible de former sur la base des quarks. De la sorte, on peut reconstituer toutes les particules du modèle standard, comme par exemple les baryons et les mésons de la figure 13.4, composés des quarks et anti-quarks u, d, s et/ou c.

- *Des champs d'interaction par force faible et par force forte:*

Quant aux champs de force agissant entre les boucles topologiques, ils ont des *explications topologiques simples*:

(i) la force faible est essentiellement due à la diminution de l'énergie de formation d'une boucle de dispiration lorsqu'on associe une boucle de dislocation coin avec une boucle de désinclinaison vis, comme on l'a vu au chapitre 9. C'est la portée très faible du potentiel d'interaction de capture de cette force qui explique alors la désintégration radio-active des particules élémentaires, par le franchissement du potentiel d'interaction par effet tunnel quantique. En fait, *la force faible est une interaction entre la charge de rotation d'une boucle de désinclinaison vis avec la charge de courbure d'une boucle de dislocation coin*.

Et il existe bien des bosons de jauge échangés au cours de l'interaction faible: ce sont les bosons intermédiaires $W^{\pm}$ et Z^0, qui ont une structure topologique bien définie, reportée dans la figure 13.10.

(ii) la force forte, qui lie deux ou trois quarks ensemble, est due *au cylindre de fautes de raccordement généré par le fait que les boucles de désinclinaison vis associées aux quarks ont des charges* $\boldsymbol{q}_{\lambda BV}$ *qui ne sont que le 1/3 ou les 2/3 de la charge de la boucle de désinclinaison vis parfaite associée à l'électron*. La distance de dissociation entre boucles d'un doublet ou d'un triplet de quarks dépend essentiellement de *l'énergie de fautes de raccordement par unité de surface*. Si cette énergie est très forte, on peut imaginer que les boucles seront très proches, comme on l'a illustré dans les figures de ce chapitre. Mais si cette énergie est faible, on pourrait aussi imaginer des tubes de faute constituant des membranes dont le diamètre (égal au diamètre des boucles topologiques) est beaucoup plus faible que la longueur, de sorte que les singularités topologique en doublet et triplet pourraient alors avoir l'aspect de «*longs brins*» termi-

nés à chaque extrémité par des boucles topologiques.

Et il existe bien des bosons de jauge échangés au cours de l'interaction forte: ce sont les gluons bicolores, qui ont une structure topologique bien définie, reportée dans la figure 13.16.

- Des possibilités de calcul de l'énergie des particules du modèle standard:

Une première conséquence très intéressante de cette explication des particules du modèle standard est liée au fait que, dans le cas des boucles de dispiration et de leurs interactions via les forces faible et forte, les énergies mises en jeu pour la *formation* des multiplets de boucles a une origine connue puisque c'est en fait la somme des diverses énergies suivantes:

(i) les énergies de formation associées aux très fortes distorsions locales du réseau générées par ces objets, et stockées dans le réseau au voisinage de ces objets,

(ii) les énergies de fautes de raccordement (liées à γ_0) et d'empilement (liées à γ_{1a} et γ_{1b}) apparaissant du fait que le réseau cosmologique imaginaire considéré ici est un réseau «coloré» qui doit posséder des propriétés axiales,

(iii) les énergies mises en jeu par *la force faible* dans les couplages gravitationnels entre les boucles de dislocation coin et les boucles de désinclinaison vis, telles que décrites dans le chapitre 9,

(iv) les énergies stockées à plus grande distance, qui sont dues aux distorsions à longue portée du réseau reliées à la charge globale $\boldsymbol{q}_\theta$ de courbure par flexion et à la charge globale $\boldsymbol{q}_\lambda$ de rotation par torsion de multiplets de boucles, qui sont contenues dans les calculs des énergies que nous avons faits dans les chapitres précédents, ainsi que des énergies de vibration propre et de rotation propre des boucles que nous avons obtenus respectivement aux chapitres 11 et 12.

L'énergie totale de formation des multiplets de boucles pourrait donc être calculée de manière rigoureuse, à condition de connaître les propriétés élastiques exactes (les modules K_0, K_1, K_2 et K_3) ainsi que les énergies surfaciques de faute γ_0, γ_{1a} et γ_{1b} du réseau cosmologique dans lequel ces objets apparaissent. Cet aspect énergétique est très important car, dans le cas du modèle standard des particules, l'origine et la valeur de l'énergie des particules élémentaires (leur masse) restent encore très mystérieuses, et sont introduites comme des paramètres du modèle standard, qui doivent être mesurés expérimentalement.

- De l'«élémentarité» des particules du modèle standard:

Une autre conséquence intéressante de notre conception du modèle standard est l'existence d'une différence *«d'élémentarité»* entre les boucles topologiques de dispiration de notre réseau cosmologique imaginaire et les leptons et les quarks du modèle standard. En effet, les boucles de dispiration que nous avons décrites, au contraire des leptons et des quarks élémentaires du modèle standard, ne sont pas à proprement parler des particules élémentaires, mais sont déjà des assemblages de boucles de désinclinaison vis et de boucles de dislocation coin lacunaires ou interstitielles.

Pour juger des autres potentialités de cette idée de constitution des particules du modèle standard, il faudrait vérifier si cette approche permettrait de justifier et d'expliquer l'ensemble compliqué de règles de sélection qui a dû être introduit en physique des particules pour décrire toutes les interactions observées expérimentalement. Ceci n'est évidemment qu'une suggestion, et son développement détaillé n'est pas du ressort de ce traité. A noter que d'autres approches similaires de décomposition des particules du modèle standard ont déjà été proposées

en physique des particules, mais sous des formes différentes, comme par exemple le modèle basé sur des pré-quarks appelés *«rishons»*. Mais ces modèles se sont montrés infructueux.

- *Du rôle de la charge de courbure dans le modèle standard:*

La charge de courbure q_θ joue un rôle important dans l'élaboration d'un modèle de «singularités topologiques élémentaires» pour expliquer le modèle standard des particules. On constate assez facilement que cette charge, dont on ne voit à priori pas d'analogie directe dans le modèle standard, satisfait un principe de conservation au cours des interactions entre boucles, aussi bien lors des interactions faibles que lors des interactions fortes.

Mais cette charge a un autre intérêt majeur lié à la nature bosonique ou fermionique des particules. En effet, on constate que *toutes les particules auxquelles est associé une charge de courbure (les leptons, les quarks et les baryons) sont des fermions avec un spin demi-entier, qui satisfont le principe d'exclusion de Pauli*, alors que *toutes les particules qui n'ont pas de charge de courbure (les photons, les bosons de jauge, les gluons et les mésons) sont des bosons avec un spin entier, non soumis au principe d'exclusion de Pauli*. Il y a très probablement là un rôle crucial joué par la charge de courbure, qui reste à élucider, mais qui n'est pas du ressort de ce traité.

La question est aussi de savoir si la charge q_θ, qui est conservée lors des interactions entre boucles, a une corrélation avec une des grandeurs caractéristiques ou avec une des relations de conservation du modèle standard, telle que la relation de Gell-Mann-Nishijima par exemple. La réponse à cette question pourrait assurément présenter des potentialités très importantes pour la physique des particules, d'autant plus que nous avons déjà maintes fois montré que *c'est la charge de courbure q_θ qui est responsable des faibles asymétrie entre matière et anti-matière*, et conséquemment de l'évolution cosmologique de la matière et de l'anti-matière au sein de l'univers, et de la présence d'une *«masse noire»* sous la forme d'une mer de neutrinos répulsifs entourant les galaxies.

Des questions encore en suspens concernant le modèle du réseau cosmologique «coloré» et son analogie avec le modèle standard

L'analogie développée dans ce chapitre entre les boucles topologiques de dispiration dans un réseau cosmologique cubique imaginaire «coloré» et le modèle standard des particules élémentaires s'avère très fructueuse pour essayer de comprendre certains points encore non éclaircis en physique des particules, comme la nature topologique des particules élémentaires, ainsi que des forces forte et faible, ou bien l'origine de la masse des particules élémentaires.

Mais il existe cependant plusieurs questions encore en suspens, qui mériteraient d'être étudiées en détail, parmi lesquelles les principales sont les suivantes:

- *De l'application du concept de spin:*

Comme nous l'avons déjà évoqué au chapitre 12, la notion de spin semble bien correspondre à une rotation réelle des boucles topologiques. Mais il se pose encore bien des questions qui demanderaient à être étudiées en détail.

La première question est évidemment d'essayer d'imaginer comment une boucle de dislocation coin, et/ou une boucle de désinclinaison vis peuvent tourner sur elle-même dans un réseau cosmologique CFC «coloré», sachant de plus qu'il existe un tube de faute d'empilement

responsable de la force forte dans le cas des baryons et des mésons. Y a-t-il une explication topologique possible pour un tel mouvement de rotation, ou faut-il alors imaginer un réseau avec des propriétés «encore plus étranges»?

La deuxième question est évidemment liée à la valeur qu'il faut attribuer au spin d'une boucle topologique. Par exemple, pourquoi l'électron, qui correspondrait à un couplage faible entre une boucle de dislocation coin et une boucle de désinclinaison vis, possède un spin 1/2, alors que le boson de jauge $W^{\pm}$, qui correspondrait à une boucle de désinclinaison vis isolée, possède un spin 1? C'est là que la constatation importante que nous avons faite va probablement jouer un rôle essentiel dans l'explication de la valeur du spin d'une particule, à savoir que toutes les particules auxquelles est associé une charge de courbure (les leptons, les quarks et les baryons) sont des fermions avec un spin demi-entier, alors que toutes les particules qui n'ont pas de charge de courbure (les photons, les bosons de jauge, les gluons et les mésons) sont des bosons avec un spin entier.

La troisième question serait de savoir comment appliquer plus soigneusement le concept de spin développé au chapitre 12 au modèle de réseau cosmologique «coloré» que nous avons décrit dans ce chapitre. La réponse à cette question pourrait permettre de trouver une explication à l'existence de particules composées de mêmes quarks, mais de spin différent, comme les mésons π^+ et ρ^+ composés tous deux des quarks $u\overline{d}$, mais de spins respectifs 0 et 1, ou bien les baryons p (proton) et Δ^+ composés tous deux des quarks uud, mais de spin respectifs valant 1/2 et 3/2. Une telle étude permettrait peut-être aussi d'expliquer l'origine exacte du spin 1/2 des baryons et du spin 1 des mésons, qui est encore un point assez obscur du modèle standard des particules, mais qui pourrait peut-être trouver une explication dans le cas du réseau cosmologique «coloré» en supposant que c'est l'existence ou non d'une charge de courbure qui impose un comportement de boson ou de fermion à une particule donnée.

- *De la théorie de la chromodynamique quantique:*

Il serait évidemment très instructif et intéressant de développer une étude nettement plus fouillée de l'application des calculs *d'équation d'onde*, des concepts *de bosons et de fermions*, du *principe d'exclusion de Pauli* développés au chapitre 11, ainsi que de la notion de spin introduite au chapitre 12, aux singularités topologiques en boucles analogues des particules du modèle standard, et d'essayer de voir si une telle étude ne nous amènerait pas finalement à une explication physique compréhensible de la fameuse théorie de «chromodynamique quantique»?

- *De l'existence de modèles supersymétriques:*

Une étude plus fouillée au sujet de l'existence de la charge de courbure pourrait non seulement (peut-être) expliquer pourquoi il existe dans le modèle standard des *fermions* (particules de spin 1/2 comme les quarks et les leptons) et des *bosons* (particules de spin 1 comme les bosons de jauge intermédiaires et les gluons), mais elle pourrait aussi répondre à la question de savoir si (par hasard) il était possible de créer une zoologie de particules identiques à celles que nous avons obtenues dans ce chapitre, mais dont on intervertirait les spins 1/2 et 1, ce qui pourrait faire apparaître un *«modèle supersymétrique»*. Mais on constate que dans le cadre de notre modèle des particules, il apparaît fort difficile, si ce n'est impossible, d'imaginer de telles particules supersymétriques.

- De l'existence de leptons «exotiques»:

Dans notre description des quarks de la figure 13.24, le fait que les quarks possèdent des charges électriques -1/3 et +2/3 de la charge de l'électron, alors que les anti-quarks possèdent des charges électriques +1/3 et -2/3 de la charge de l'électron s'explique facilement par les *règles de succession des couleurs* des plans corpusculaires que ne vous avons émises. Par contre, pour les leptons que nous avons introduits aux figures 13.22 et 13.23, nous avons choisi *arbitrairement* d'associer au neutrino une charge électrique -1 pour obtenir *l'électron de matière* et d'associer à l'anti-neutrino une charge électrique +1 pour obtenir *le positron d'anti-matière*. Mais en fait les règles de couleur que nous avons introduites n'empêcheraient pas à priori d'associer une charge électrique +1 au neutrino pour obtenir *un positron exotique de matière* et une charge électrique -1 à l'anti-neutrino pour obtenir *un électron exotique d'anti-matière*, comme reporté à la figure 13.18. Il y a là un sujet de réflexion que nous avons déjà abordé en commentant le tableau 13.14, où nous avons proposé que l'électron et le positron pourraient être considérés comme le résultat de la compression d'assemblages de quarks $d\,d\,d$ et $\overline{d}\,\overline{d}\,\overline{d}$, ce qui expliquerait l'existence des électrons de matière et des positrons d'anti-matière et l'absence des électrons d'anti-matière et des positrons de matière. Mais cette «explication» de pouvoir collapser les assemblages de trois quarks identiques $d\,d\,d$ et $\overline{d}\,\overline{d}\,\overline{d}$ pour former les électrons et les positrons nous a aussi entraîné à nous demander s'il était aussi possible de collapser de la même manière trois quarks identiques $u\,u\,u$ et $\overline{u}\,\overline{u}\,\overline{u}$, pour former des leptons exotiques, à savoir *un lepton positif* e^{++} de spin 1/2 et de charge double et *un anti-lepton négatif* $\overline{e}^{--}$ de spin 1/2 et de charge double. L'existence de ces deux leptons exotiques aurait l'avantage de combler les deux vides laissés dans le tableau 13.14.

Il y a là matière à réfléchir pour confirmer ou infirmer la formation des leptons par collapse de trois quarks identiques.

- *Conclusion:*

Pour conclure cette section, on se doit de constater que notre modèle de réseau cosmologique CFC "coloré" soulève encore de nombreuses questions non résolues, et qu'il pourrait donc être à l'origine d'un nouveau domaine de recherche passionnant, surtout si on cherchait à élucider le rôle prépondérant que doit assurément jouer *l'élément nouveau et original de notre approche, à savoir la charge de courbure.*

Chapitre 14

Photons, Fluctuations du Vide, Multivers et Gravitons

Ce chapitre est à prendre avec précautions, car il va porter sur quelques conséquences très spéculatives, mais très intéressantes aussi, de notre approche du réseau cosmologique parfait.

La première partie de ce chapitre est dédiée à une discussion des *ondes transversales pures,* quantifiées sous forme de *photons*. Au chapitre 3, on a montré que la propagation d'une onde «électromagnétique» transversale de rotation polarisée linéairement est accompagnée d'une ondelette longitudinale «gravitationnelle». Dans ce chapitre, on va s'intéresser à ce qui se passe dans le cas de paquets d'onde localisés. On va montrer que ces paquets d'onde ne peuvent apparaître qu'avec *une hélicité non nulle* afin que leur énergie totale ne dépende pas du temps. En supposant alors que ces paquets d'onde sont émis lorsqu'une singularité topologique change subitement d'état, il devient tout-à-fait compréhensible qu'ils présentent une *quantification de leur énergie.* Ces paquets d'onde se comportent alors comme des quasi-particules énergétiques de fluctuations «électromagnétiques» qu'on pourrait qualifier de *«photons»* et qui ont effectivement des propriétés très similaires aux *propriétés quantiques des photons*: *polarisation circulaire, masse nulle, quantité de mouvement non nulle, non-localité, dualité ondes-corpuscules, intrication et phénomène de décohérence.*

La suite du chapitre est dédiée à quelques conséquences très hypothétiques du réseau cosmologique parfait, associées aux *fluctuations gravitationnelles pures.* On peut imaginer l'existence de fluctuations longitudinales pures au sein du réseau cosmologique qui peuvent être traitées, soit comme des fluctuations gravitationnelles aléatoires qui pourraient avoir une analogie avec les *«fluctuations quantiques du vide»*, soit comme des fluctuations gravitationnelles stables, qui pourraient conduire à l'échelle macroscopique à une «*théorie cosmologique de Multivers»*, et à l'échelle microscopique à l'existence d'une forme de *quasi-particules stables* qu'on pourrait appeler des «*gravitons»*, par analogie avec les photons, mais qui n'ont en fait rien de commun avec les gravitons usuellement postulés dans le cadre de la Relativité Générale.

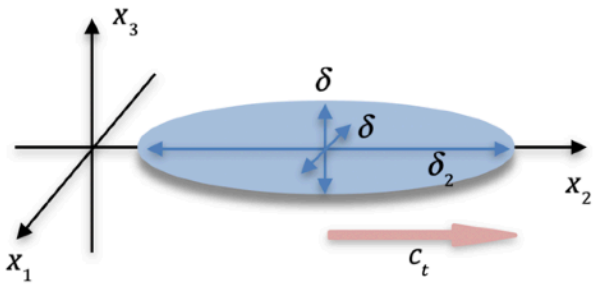
Paquets d'ondes transversales de rotation: les photons

On a vu au chapitre 3 que la propagation d'une onde transversale polarisée linéairement au sein du réseau cosmologique est astreinte à l'existence d'une perturbation corrélée de l'expansion du réseau, et que seules les ondes de rotation polarisées circulairement sont des ondes transversales pures, sans ondelettes d'expansion associées. On peut raisonnablement se demander si cette propriété étonnante ne pouvait pas être à l'origine de l'existence de fluctuations «électromagnétiques» quantifiées, comme les fameux photons de la physique quantique?

Considérons des ondes transversales de pulsation Ω se propageant selon l'axe Ox_2, avec une polarisation des champs de rotation $\underline{\omega}_1(x_2,t)$ et $\underline{\omega}_3(x_2,t)$ et des champs de vitesse

$\underline{\phi}_1(x_2,t)$ et $\underline{\phi}_3(x_2,t)$ selon les axes Ox_1 et Ox_3. On essaie alors de former un paquet d'ondes transversales, de pulsation Ω, d'enveloppes exponentielles de portée δ_2 selon l'axe Ox_2 et de portées égales $\delta_1 = \delta_3 = \delta$ selon les axes Ox_1 et Ox_3. En appliquant des équations de champ linéarisées pour ces fluctuations dans le domaine $\tau_0 < \tau_{0cr}$, il apparaît une composante d'expansion volumique $\underline{\tau}^{(p)}(x_2,t)$ associées au paquet d'ondes, de fréquence 2Ω. Si on calcule la densité d'énergie de cette fluctuation par oscillations du champ de rotation et du champ d'expansion, elle contient des termes en $\cos^2 \Omega t$, en $\cos^2 2\Omega t$ et en $\cos 2\Omega t$, de sorte qu'elle n'est pas indépendante du temps, alors qu'elle devrait l'être en principe. Pour faire disparaître ces termes en $\cos^2 \Omega t$, en $\cos^2 2\Omega t$ et en $\cos 2\Omega t$, afin que la densité d'énergie de la fluctuation ne dépende pas du temps, et pour faire disparaître la composante d'expansion volumique du paquet d'ondes, un calcul assez fastidieux conduit à la solution réelle du paquet d'ondes proposée dans la figure 14.1.

Ce paquet d'ondes représente en fait, dans l'analogie avec l'électromagnétisme, un paquet d'ondes électromagnétiques, qui *DOIT* présenter une hélicité droite ou gauche pour que son



Paquet d'ondes transversales de polarisation circulaire non couplé avec des fluctuations gravitationnelles

$$\begin{cases} \omega_1(x_2,t) = \omega_{10}\, e^{-\frac{|x_1|}{\delta}}\, e^{-\frac{|x_3|}{\delta}}\, e^{-\frac{|x_2-c_t t|}{\delta_2}} \cos\left[\frac{\Omega}{c_t}(x_2 - c_t t)\right] \\ \omega_3(x_2,t) = (\mp)\,\omega_{10}\, e^{-\frac{|x_1|}{\delta}}\, e^{-\frac{|x_3|}{\delta}}\, e^{-\frac{|x_2-c_t t|}{\delta_2}} \sin\left[\frac{\Omega}{c_t}(x_2 - c_t t)\right] \\ \phi_3(x_2,t) = -2c_t\,\omega_{10}\, e^{-\frac{|x_1|}{\delta}}\, e^{-\frac{|x_3|}{\delta}}\, e^{-\frac{|x_2-c_t t|}{\delta_2}} \cos\left[\frac{\Omega}{c_t}(x_2 - c_t t)\right] \\ \underline{\phi}_1(x_2,t) = \{\mp\}\, 2c_t\,\omega_{10}\, e^{-\frac{|x_1|}{\delta}}\, e^{-\frac{|x_3|}{\delta}}\, e^{-\frac{|x_2-c_t t|}{\delta_2}} \sin\left[\frac{\Omega}{c_t}(x_2 - c_t t)\right] \end{cases}$$

Densité d'énergie

$$e^{fluctuation} = \underbrace{2K_3\left(\omega_1^2 + \omega_3^2\right)}_{e^{dist}_{\omega}} + \underbrace{\frac{1}{2} mn\left(\phi_1^2 + \phi_3^2\right)}_{e^{cin}} = 4K_3\omega_{10}^2\, e^{-2\frac{|x_1|}{\delta}}\, e^{-2\frac{|x_3|}{\delta}}\, e^{-2\frac{|x_2-c_t t|}{\delta_2}}$$

Energie totale du paquet d'ondes

$$E_{paquet\ d'ondes} = 8\int_0^\infty dx_1 \int_0^\infty dx_3 \int_0^\infty dy \left(4K_3\omega_{10}^2\, e^{-2\frac{x_1}{\delta}}\, e^{-2\frac{x_3}{\delta}}\, e^{-2\frac{y}{\delta_2}}\right) = 4K_3\omega_{10}^2\delta^2\delta_2$$

Figure 14.1 *- Paquet d'ondes transversales de polarisation circulaire non couplé avec des fluctuations gravitationnelles*

énergie soit indépendante du temps, et surtout pour qu'il ne soit pas accompagné d'une perturbation «gravitationnelle» d'expansion. Sachant que $mnc_t^2 = K_3$ dans le réseau cosmologique parfait pour $\tau_0 < \tau_{0cr}$, *la densité volumique d'énergie* de ce paquet d'onde est donnée par la relation reportée dans la figure 14.1. Et en effectuant un changement de variable $x_2 - c_t t = y$, on peut assez facilement calculer *l'énergie totale* de cette fluctuation du champ de rotation, qui vaut finalement $E_{paquet\ d'ondes} = 4K_3\omega_{10}^2\delta^2\delta_2$. On constate donc que cette expression de l'énergie du paquet d'ondes ne dépend que de l'amplitude maximum ω_{10} des oscillations du champ de rotation et des portées δ_2 selon l'axe $\boldsymbol{O}x_2$ et $\delta_1 = \delta_3 = \delta$ selon les axes $\boldsymbol{O}x_1$ et $\boldsymbol{O}x_3$, et que la pulsation ω de l'onde n'intervient pas dans cette expression de l'énergie.

Si on considère que le réseau cosmologique parfait est effectivement une représentation théorique de l'Univers réel, alors les paquets d'onde de rotation que nous venons de décrire doivent probablement correspondre aux photons. En supposant par conséquent que ces paquets d'onde sont émis lorsqu'une singularité topologique change subitement d'état (comme par exemple la transition de niveau d'un électron dans un atome), il devient très simple d'expliquer qu'ils présentent une quantification de leur énergie. En effet, supposons une singularité qui passe d'un niveau d'énergie élevé *(a)* à un niveau d'énergie plus bas *(b),* comme illustré dans la figure 14.2. En utilisant les relations de la figure 11.1 pour la pulsation des fluctuations gravitationnelles, et en exprimant ces relations dans le cas non-relativiste, on a $\hbar\underline{\omega}_f^{(a)} = E_0^{dist} + V^{(a)}$ et $\hbar\underline{\omega}_f^{(b)} = E_0^{dist} + V^{(b)}$, de sorte que la perte d'énergie ΔE_{perdue} de la singularité lors de sa transition de niveau d'énergie s'exprime comme $\Delta E_{perdue} = V^{(a)} - V^{(b)} = \hbar\left(\underline{\omega}_f^{(a)} - \underline{\omega}_f^{(b)}\right)$.

Cette énergie ΔE_{perdue} est dissipée sous la forme d'un photon, donc d'un paquet d'ondes transversales transportant cette énergie perdue par la singularité. En égalant l'énergie dissipée ΔE_{perdue} avec l'énergie totale $E_{paquet\ d'ondes}$ du paquet d'onde émis, on obtient une relation entre

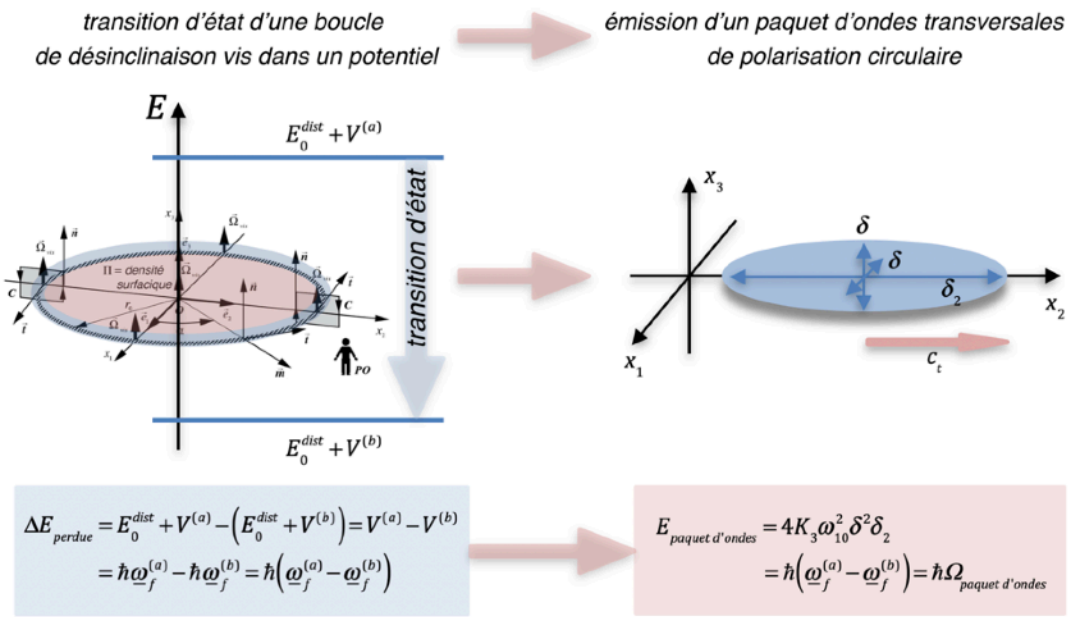


Figure 14.2 - *Emission d'un paquet d'ondes transversales de polarisation circulaire par la transition d'état d'une boucle dans un potentiel*

les paramètres $\omega_{10},\delta,\delta_2$ du paquet d'ondes et la pulsation $\omega_{paquet\ d'ondes}$ du paquet d'ondes, sous la forme $E_{paquet\ d'ondes}=4K_3\omega_{10}^2\delta^2\delta_2=\hbar\left(\underline{\omega}_f^{(a)}-\underline{\omega}_f^{(b)}\right)=\hbar\Omega_{paquet\ d'ondes}$.

Cette relation est alors tout-à-fait remarquable, car elle montre que *l'énergie de la fluctuation transversale est quantifiée à la valeur* $\hbar\left(\underline{\omega}_f^{(a)}-\underline{\omega}_f^{(b)}\right)$, et que *la fréquence* $\Omega_{paquet\ d'ondes}$ *de la fluctuation transversale émise n'est rien d'autre que la différence des fréquences des perturbations gravitationnelles de la singularité dans les états (a) et (b).* On retrouve par conséquent l'observation expérimentale que l'énergie des photons est quantifiée, comme l'a d'ailleurs proposé initialement Einstein, et que l'énergie d'un photon possède une valeur bien déterminée proportionnelle à sa pulsation $\Omega_{paquet\ d'ondes}$ via la constante de Planck.

Les propriétés envisageables des paquets d'ondes transversales de rotation

- *De la non-localité du paquet d'ondes de rotation:*

Le paquet d'onde ainsi formé possède un *«volume»* $\delta^2\delta_2$, une amplitude ω_{10} et une énergie $E_{paquet\ d'ondes}=\hbar\Omega_{paquet\ d'ondes}$. Comme son énergie est astreinte à rester constante, ceci implique que ni l'amplitude ω_{10}, ni le «volume» $\delta^2\delta_2$ sont prédéterminés, mais qu'ils sont simplement liés par la relation $4K_3\omega_{10}^2\delta^2\delta_2=\hbar\Omega_{paquet\ d'ondes}$. Le paquet d'onde présente ainsi une sorte de *«malléabilité»*, ou de *«plasticité».* Il peut par exemple s'allonger ou se rétrécir le long de son axe de propagation Ox_2, ou bien s'étendre ou se comprimer selon les axes Ox_1 et Ox_3 perpendiculaires à la direction de propagation, ou bien s'étendre ou se contracter de manière isotrope dans le réseau, moyennant que le produit $\omega_{10}^2\delta^2\delta_2$ reste une constante égale à $\hbar\Omega_{paquet\ d'ondes}/4K_3$.

Si le paquet d'onde est très ramassé sur lui-même, c'est-à-dire que son «volume» $\delta^2\delta_2$ est très petit et que son amplitude ω_{10} est très grande, il se comportera alors comme une *quasi-particule localisée d'énergie* $E_{paquet\ d'ondes}=\hbar\Omega_{paquet\ d'ondes}$. Mais au cours de sa propagation, il peut aussi très bien s'étendre et occuper un «volume» $\delta^2\delta_2$ très important, avec une amplitude ω_{10} très faible, et se comporter en ce cas plutôt comme une onde, capable de tous les phénomènes d'interférence et de diffraction d'une onde usuelle. On retrouve ici la *propriété de non-localité* de la quasi-particule au cours de sa propagation, au même sens qu'en physique quantique.

- *De la quantité de mouvement de la quasi-particule «photon»:*

Sous forme de quasi-particule, c'est-à-dire lorsque le paquet d'onde est très contracté, donc de «volume» très faible, il ne possède évidemment pas de masse d'inertie, mais il possède par contre *une quantité de mouvement non nulle*. On déduit cette particularité du fait que ce paquet d'onde se déplace à la célérité c_t et donc qu'il doit satisfaire *l'équation relativiste de l'énergie* de la figure 11.1, avec une masse d'inertie $M_0=0$, à savoir $\left(E_{\boldsymbol{v}}^{photon}\right)^2=\left(\vec{\boldsymbol{P}}^{photon}\right)^2c_t^2$, ce qui implique une quantité de mouvement non nulle dans la direction de propagation Ox_2 valant $\vec{\boldsymbol{P}}^{photon}=\pm E_{\boldsymbol{v}}^{photon}\vec{e}_2/c_t=\pm\hbar\Omega\vec{e}_2/c_t$.

- *De la dualité onde-corpuscule du paquet d'ondes de rotation:*

Ces paquets d'onde possèdent en fait une *dualité onde-corpuscule* similaire à celle observée en physique quantique. La seule restriction imposée à ce paquet d'onde par le fait qu'il se propage dans un réseau cosmologique satisfaisant $\tau_0<\tau_{0cr}$, c'est qu'il est astreint obligatoirement à rester *une seule entité*, d'énergie et d'hélicité données, afin que son énergie $\hbar\Omega$ reste

constante et qu'il n'apparaisse pas de perturbations d'expansion.

Ceci implique qu'un tel paquet d'onde, s'il est très étendu et qu'il doit par exemple traverser une fente, doit obligatoirement se contracter suffisamment pour traverser la fente sous forme d'une seule entité. Mais rien n'empêche qu'au cours de cette traversée, le côté ondulatoire de cette entité interagisse avec les bords de la fente de sorte que l'entité soit diffractée au cours de cette traversée, et donc que la «trajectoire» de la quasi-particule soit modifiée.

De même, si ce paquet d'onde étendu rencontre une double fente, il peut traverser les deux fentes en se contractant localement, et se recombiner après cette traversée, moyennant que son intégrité d'entité n'ait pas été modifiée au cours de cette traversée. Mais la recombinaison de l'entité ondulatoire après le passage des deux fentes est soumise aux interférences ondulatoires, de sorte que la probabilité de trouver la quasi-particule dans l'espace après les fentes présente des franges identiques à des franges d'interférence classiques pour une onde plane traversant deux fentes.

Ceci implique aussi que si le paquet d'onde, très étendu au cours de sa propagation, commence à être absorbé par un obstacle, le maintien d'une énergie constante dans le temps le force à se re-contracter de sorte à ce que l'absorption de son énergie soit un phénomène très localisé. On pourrait raisonnablement parler là de *la «matérialisation» du paquet d'onde sous la forme d'une «quasi-particule»*. Il doit donc se comporter comme une quasi-particule très localisée lors de sa création ou de son annihilation.

A noter que ce qu'on appelle le *«problème de la mesure»* en physique quantique correspond très exactement à ce type de phénomène. Toute tentative de «toucher» au paquet d'onde va obliger celui-ci à se modifier de telle sorte à ce qu'il reste une entité d'énergie indépendante du temps. Ainsi, une mesure sur ce paquet d'onde est forcément une action qui va perturber ce paquet d'onde et modifier ses caractéristiques.

- De la création de paires de quasi-particules «photons»:

Comme la quasi-particule «photon» possède une quantité de mouvement due à son comportement relativiste, la création d'un photon unique violerait la conservation de la quantité de mouvement. Ceci implique que les photons ne peuvent être créés que par paire de photons de même fréquence, se propageant dans deux directions opposées de sorte à ce que leur quantité de mouvement global soit nulle.

- Du phénomène d'intrication de deux quasi-particules virtuelles «photons»:

Initialement, lors de la création d'une paire de photons, il pourrait bien n'exister qu'un seul paquet d'onde créé localement, auquel cas celui-ci doit s'allonger à la vitesse c_t de part et d'autre de l'axe de propagation des deux quasi-particules virtuelles afin d'assurer une quantité de mouvement globale nulle. On pourrait dire que le paquet d'onde unique d'énergie $2\hbar\Omega$ représentant les deux quasi-particules de quantité de mouvement $\vec{P}^{photon} = \pm\left(\hbar\Omega / c_t\right)\vec{e}_2$ correspond alors à *un état intriqué des deux quasi-particules virtuelles*. Mais si une des extrémités de ce paquet d'onde est brusquement «matérialisée» sous forme d'une quasi-particule (photon 1) transférant une énergie $E_{déposée} = \hbar\Omega$ à un «objet» interagissant avec lui, la deuxième extrémité du paquet d'onde va se regrouper et possèdera l'énergie $E^{fluctuation} = \hbar\Omega$ et la quantité de mouvement $\vec{P}^{photon} = \pm\left(\hbar\Omega / c_t\right)\vec{e}_2$. Il se transformera donc obligatoirement en un paquet d'onde représentant le photon 2, qui peut être «matérialisé» sous forme d'une quasi-particule.

Mais il faut noter que le paquet d'onde initial possédait, à l'instant de la «matérialisation» de

la première quasi-particule, une polarisation et une hélicité qui ont pu être mesurée, et que cette polarisation et cette hélicité mesurées deviennent alors l'apanage du paquet d'onde résiduel. C'est exactement ce que la physique quantique prédit lorsqu'elle parle *d'intrication de deux photons.* Et il n'y a donc pas de «transmission» instantanée de l'information d'une quasi-particule (photon 1) à l'autre quasi-particule (photon 2) puisque c'est au cours de la «matérialisation» de la première quasi-particule (photon 1) que le paquet d'onde associé à la deuxième quasi-particule (photon 2) se forme et acquière obligatoirement les caractéristiques complémentaires à la première quasi-particule (photon 1), caractéristiques qui seront observée lors de la «matérialisation» de la deuxième quasi-particule (photon 2).

- *Du phénomène de décohérence:*

Comme on vient de le dire, un paquet d'onde d'énergie $E^{fluctuation} = \hbar\Omega$ représentant les deux photons créés initialement peut s'allonger selon un seul axe sur de grandes distances. Mais cet allongement se fait évidemment au détriment de l'amplitude ω_{10} du paquet d'onde. Au fur et à mesure de l'allongement du paquet d'onde, celui-ci deviendra de plus en plus sensible à son environnement, c'est-à-dire aux autres fluctuations de champs qu'il rencontre, jusqu'à ce qu'il rencontre une fluctuation suffisamment forte pour «casser» le paquet d'onde initial et le diviser en deux paquets d'onde indépendants, qui ne seront donc plus intriqués. Dès cet instant, les deux paquets d'onde deviennent indépendants. On peut alors parler d'un phénomène de *décohérence*, au sens que la «matérialisation» des deux paquets d'onde sous forme de deux photons individuels ne présentera plus l'effet d'intrication décrit à la section précédente.

Ce phénomène est absolument similaire au phénomène de décohérence que la physique quantique invoque pour expliquer le passage du monde microscopique quantique au monde macroscopique classique.

Quoique assez spéculatifs, les résultats obtenus ici sont tout-à-fait intéressants, car ils signifient que le réseau cosmologique qui ne présente pas d'ondes longitudinales pour $\tau_0 < \tau_{0cr}$ peut contenir des perturbations localisées de pures ondes transversales de polarisation circulaire qui semblent bien avoir toutes les caractéristiques des *photons* (quantification, dualité ondes-corpuscules, intrication, etc.).

Fluctuations gravitationnelles longitudinales localisées

Dans la figure 11.1, nous avons vu que, dans un réseau dans lequel la propagation d'ondes longitudinales n'est pas possible, il peut apparaître des vibrations longitudinales localisées, qu'on pourrait appeler des *fluctuations gravitationnelles* $\tau^{(p)}_{localisée}(\vec{r},t)$ puisque ce sont des fluctuations du champ d'expansion volumique. On peut essayer de creuser un peu ce sujet, en décrivant ces fluctuations longitudinales dans un réseau cosmologique ne contenant ni singularités topologiques, ni ondes transversales.

En l'absence de singularités topologiques et d'ondes transversales, imaginons l'existence de fluctuations $\tau^{(p)}(\vec{r},t)$ du champ d'expansion volumique d'un réseau cosmologique dans le domaine $\tau_0 < \tau_{0cr}$, du type $\tau(\vec{r},t) = \tau_0 + \tau^{(p)}(\vec{r},t)$. Ces fluctuations $\tau^{(p)}(\vec{r},t)$, si elles existent, doivent évidemment satisfaire l'équation de Newton du champ d'expansion volumique. En l'absence de singularités topologiques et d'ondes transversales, et en négligeant les effets des lacunes et des interstitielles ($\vec{p} \cong m\dot{\vec{\phi}}$), la deuxième équation partielle de Newton pour les pertur-

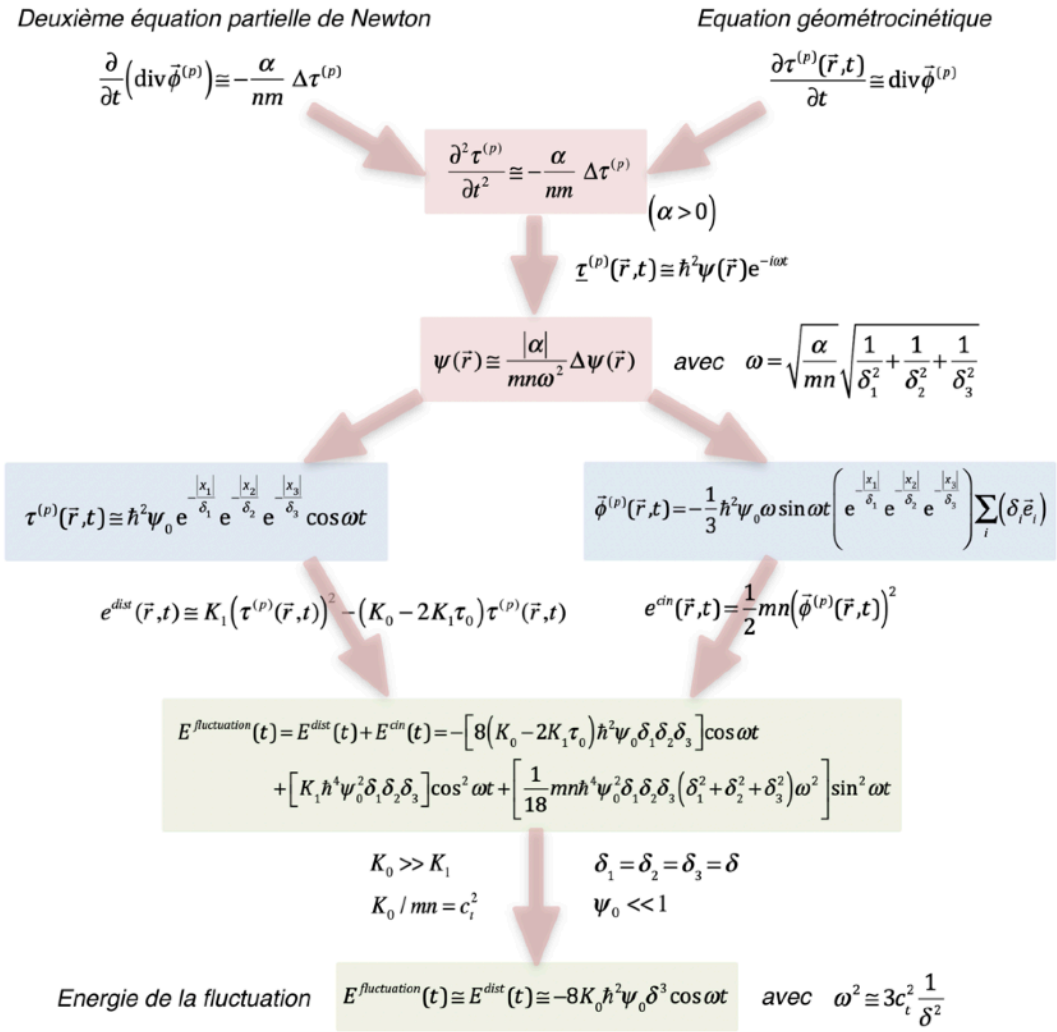


Figure 14.3 - *Energie d'une fluctuation gravitationnelle localisée*

bations longitudinales est donnée par la relation de la figure 5.1 dans laquelle on néglige tous les champs à part $\tau^{(p)}$ et $\vec{\phi}^{(p)}$, et dont on prend directement la divergence. En considérant des fluctuations $\tau^{(p)}(\vec{r},t)$ suffisamment faibles, il est possible de linéariser l'équation, en négligeant complètement le terme $(\tau^{(p)})^2$ et en sortant la densité n du terme de divergence. On peut encore introduire un paramètre α valant $\alpha=K_0-4K_2/3-2K_1\left(1+\tau_0\right)$, qui est positif si le réseau cosmologique ne présente pas d'ondes longitudinales, c'est-à-dire si $\tau_0<\tau_{0cr}$, et remplacer la dérivé particulaire par la dérivé partielle du temps, de telle sorte que l'équation se réduit à la première équation de la figure 14.3. En utilisant encore l'équation géométrocinétique pour l'expansion volumique, en supposant les sources de réseau nulles, et en négligeant la dérivé particulaire, on obtient la deuxième équation de la figure 14.3. En combinant ces deux relations, on obtient l'équation de Newton linéarisée des fluctuations gravitationnelles faibles dans le réseau cosmologique sans propagation d'ondes longitudinales, dans le domaine $\tau_0<\tau_{0cr}$.

Si on dissocie le comportement spatial et le comportement temporel de ces fluctuations $\tau^{(p)}(\vec{r},t)$, on peut les écrire comme le produit d'une fonction spatiale $\hbar^2\psi(\vec{r})$ par un terme oscillant $\mathrm{e}^{-i\omega t}$ dans le temps sous la forme $\tau^{(p)}(\vec{r},t)\cong\hbar^2\psi(\vec{r})\mathrm{e}^{-i\omega t}$. En introduisant cette écri-

ture des fluctuations dans l'équation de Newton, on obtient l'équation qui régit la composante spatiale $\psi(\vec{r})$ lorsque les fluctuations présentent une pulsation ω .

Par exemple, supposons une fluctuation localisée au voisinage de l'origine, selon les trois axes de l'espace. Pour qu'un telle fluctuation satisfasse l'équation de Newton précédente, il faut que la composante spatiale $\hbar^2\psi(\vec{r})$ s'écrive sous la forme d'une décroissance exponentielle symétrique de part et d'autre de l'origine, qui, introduite dans l'équation de Newton, permet de relier la pulsation ω de la fluctuation à ses *portées spatiales* δ_i selon les trois directions de l'espace. On constate donc que la pulsation d'une fluctuation gravitationnelle est alors inversement proportionnelle à ses portées spatiales. On déduit facilement la fluctuation spatiale $\tau^{(p)}(\vec{r},t)$, ainsi que la fluctuation de la vitesse $\vec{\phi}^{(p)}(\vec{r},t)$ au sein du réseau.

Essayons de calculer l'énergie élastique stockée par cette perturbation dans le réseau. La densité d'énergie élastique $e^{dist}(\vec{r},t)$ est donnée par l'expression de la figure 14.3 si l'expansion de fond τ_0 du réseau cosmologique n'est pas nulle. L'énergie élastique totale $E^{dist}(t)$ de la fluctuation s'obtient en intégrant $e^{dist}(\vec{r},t)$ sur tout l'espace. La densité d'énergie cinétique $e^{cin}(\vec{r},t)$ de la fluctuation est donnée par l'expression de la figure 14.3, et l'énergie cinétique totale $E^{cin}(t)$ de la fluctuation s'obtient en intégrant $e^{cin}(\vec{r},t)$ sur tout l'espace. On en déduit l'énergie totale de la fluctuation $E^{fluctuation}(t)=E^{dist}(t)+E^{cin}(t)$ reportée dans la figure 14.3.

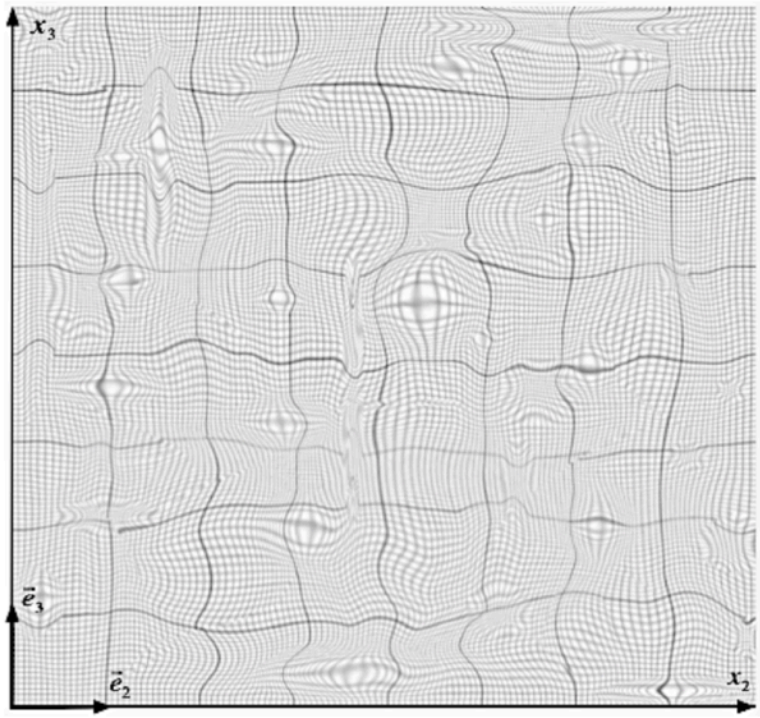
Fluctuations microscopiques aléatoires et fluctuations quantiques du vide

Considérons maintenant des fluctuations longitudinales microscopiques, c'est-à-dire des fluctuations «gravitationnelles» pour lesquelles l'amplitude ψ_0 est extrêmement faible. N'abordons ici que le cas très simple d'une fluctuation «gravitationnelle» isotrope, c'est-à-dire telle que les portées dans les trois directions de l'espace soient égales. Dans le cas du réseau cosmologique parfait, pour $\tau_0 < \tau_{0cr}$, on a que $K_0 >> K_1$ et $K_0 / mn = c_t^2$, de sorte que, si cette fluctuation est d'amplitude telle que $\psi_0 << 1$, c'est *l'énergie de distorsion associée à* K_0 qui domine largement les autres, et donc que $E^{fluctuation}(t) \cong E^{dist}(t) \cong -8K_0\hbar^2\psi_0\delta^3\cos\omega t$.

Ce résultat d'une énergie de fluctuation qui est symétriquement positive ou négative au cours du temps est tout-à-fait intéressant et intriguant. Il signifie en effet qu'un réseau ne présentant pas d'ondes longitudinales pourrait être soumis à *une superposition de fluctuations locales* de diverses pulsations ω_k , de diverses phases φ_k et de diverses amplitudes ψ_{0k} , et dont les centres seraient situés aléatoirement aux positions $\vec{r}_k$, de sorte à prendre *de manière instantanée* l'allure mathématique reportée dans la figure 14.4.

Et comme l'énergie de chacune de ces fluctuations peut être positive ou négative au cours du temps, avec une moyenne nulle, l'énergie globale instantanée de ce champ $\tau^{(p)}(\vec{r},t)$ *présenterait toujours en moyenne une énergie nulle.* On peut essayer de représenter schématiquement cette situation dans le réseau, comme on l'a fait dans la figure 14.4.

Ce *champ de fluctuations «gravitationnelles» microscopiques* n'est évidemment pas formé de fluctuations stables dans le temps puisque leur énergie n'est pas une constante. Il est en fait constitué de fluctuations «*évanescentes*», qui apparaissent et disparaissent spontanément, tout en maintenant une énergie globale nulle du réseau cosmologique. A ce titre, ce champ de fluctuations «gravitationnelles» est l'analogue parfait du *champ de fluctuations quantiques du vide,* composé lui aussi de fluctuations quantiques à l'échelle microscopique, d'énergies positives et négatives, mais dont l'énergie moyenne reste nulle.



$$\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)=\sum_k \hbar^2\psi_{0k}\, e^{-\frac{|x_1-x_{1k}|}{\delta_{1k}}} e^{-\frac{|x_2-x_{2k}|}{\delta_{2k}}} e^{-\frac{|x_3-x_{3k}|}{\delta_{3k}}} e^{-i(\omega_k t+\varphi_k)} \quad \text{avec} \quad \omega_k=\sqrt{\frac{\alpha}{mn}}\sqrt{\frac{1}{\delta_{1k}^2}+\frac{1}{\delta_{2k}^2}+\frac{1}{\delta_{3k}^2}}$$

$$\tau^{(p)}(\vec{r},t)\bullet\tau^{(p)*}(\vec{r},t)=\sum_m\left(\hbar^2\psi_{0m}\, e^{-\frac{|x_1-x_{1m}|}{\delta_{1m}}} e^{-\frac{|x_2-x_{2m}|}{\delta_{2m}}} e^{-\frac{|x_3-x_{3m}|}{\delta_{3m}}}\right)^2=\hbar^4\psi(\vec{r},t)\bullet\psi^*(\vec{r},t)$$

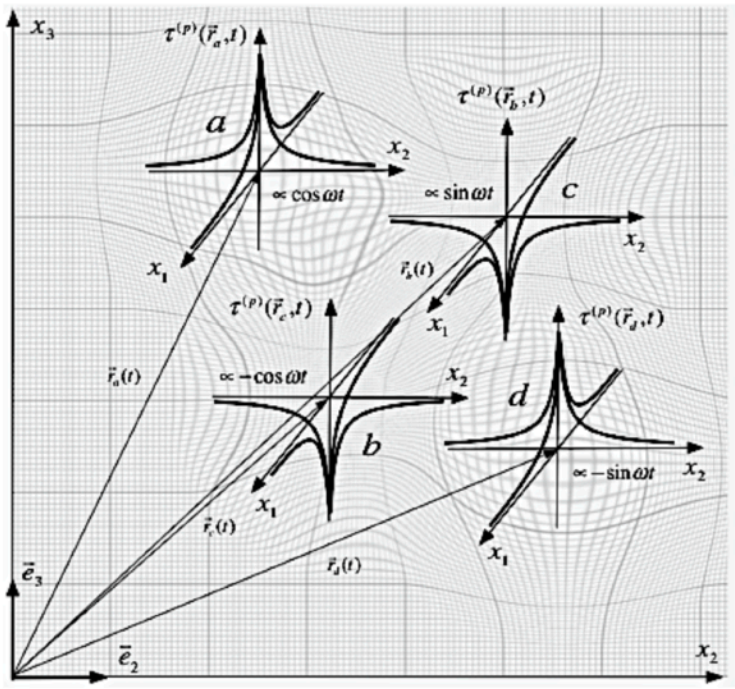
Figure 14.4 *- Représentation schématique du champ* $\tau^{(p)}(\vec{r},t)$ *de fluctuations «gravitationnelles» élémentaires*

En présence d'une telle superposition de fluctuations, on peut calculer le produit de $\tau^{(p)}(\vec{r},t)$ par son complexe conjugué. En exprimant ce produit, il apparaît de nombreux termes, certains ayant une valeur nulle à cause des valeurs aléatoires positives et négatives des produits $e^{i(\omega_n-\omega_m)t}e^{i(\varphi_n-\varphi_m)}$ et certains ayant une valeur non nulle car ils représentent la somme des carrés des amplitudes de chaque fluctuation. On obtient ainsi un produit non nul qui n'est rien d'autre que le produit instantané de la fonction d'onde $\psi(\vec{r},t)$ par son complexe conjugué comme illustré dans la figure 14.4. Au chapitre 1, on a interprété le produit $\underline{\psi}(\vec{r},t)\bullet\underline{\psi}^*(\vec{r},t)$ comme la probabilité de présence d'une singularité topologique responsable de la fonction d'onde $\psi(\vec{r},t)$. On peut donc appliquer ici ce concept probabiliste et imaginer que la valeur instantanée non nulle de $\psi(\vec{r},t)\bullet\psi^*(\vec{r},t)$ correspond à *une probabilité de présence d'une singularité topologique virtuelle,* autrement dit une singularité topologique qui n'existe pas réellement, ce qui rejoint parfaitement l'interprétation usuelle des fluctuations quantiques du vide en physique quantique.

Est-il possible de former des fluctuations gravitationnelles oscillatoires stables?

Pour former des fluctuations gravitationnelles stables se présentant comme des oscillations longitudinales localisées et durables au sein du réseau cosmologique, l'énergie totale $E^{fluctuation}(t)$ de la fluctuation unique de la figure 14.3 pose un sérieux problème. En effet, si la fluctuation doit être une vibration localisée stable de fréquence ω, elle devrait en principe posséder une énergie $E^{fluctuation}(t)$ d'oscillation indépendante du temps, ce qui n'est manifestement pas le cas de l'expression de la figure 14.3, puisque celle-ci dépend à la fois de $\cos\omega t$, *de* $\cos^2\omega t$ et de $\sin^2\omega t$.

Il faut par conséquent imaginer un mécanisme *ad hoc* qui puisse assurer l'indépendance en le temps de l'énergie totale $E^{fluctuation}(t)$. En fait, on peut montrer par des calculs assez longs et fastidieux que la fluctuation totale doit être composée d'au moins quatre fluctuations individuelles élémentaires *a*, *b, c* et *d,* de même fréquence ω, et situées en des endroits différents



$$\tau^{(p)}(\vec{r},t) \cong \hbar^2\psi_0 \left[\begin{array}{l} +e^{-\frac{|x_1-x_{a1}(t)|}{\delta_{a1}}} e^{-\frac{|x_2-x_{a2}(t)|}{\delta_{a2}}} e^{-\frac{|x_3-x_{a3}(t)|}{\delta_{a3}}} \cos\omega t - e^{-\frac{|x_1-x_{b1}(t)|}{\delta_{b1}}} e^{-\frac{|x_2-x_{b2}(t)|}{\delta_{b2}}} e^{-\frac{|x_3-x_{b3}(t)|}{\delta_{b3}}} \cos\omega t \\ \pm e^{-\frac{|x_1-x_{c1}(t)|}{\delta_{c1}}} e^{-\frac{|x_2-x_{c2}(t)|}{\delta_{c2}}} e^{-\frac{|x_3-x_{c3}(t)|}{\delta_{c3}}} \sin\omega t \mp e^{-\frac{|x_1-x_{d1}(t)|}{\delta_{d1}}} e^{-\frac{|x_2-x_{d2}(t)|}{\delta_{d2}}} e^{-\frac{|x_3-x_{d3}(t)|}{\delta_{d3}}} \sin\omega t \end{array} \right]$$

$$\text{avec} \left\{ \begin{array}{l} \omega \cong c_t \sqrt{\frac{1}{A^2}+\frac{1}{B^2}+\frac{1}{C^2}} \\ \delta_{a1}\delta_{a2}\delta_{a3} = \delta_{b1}\delta_{b2}\delta_{b3} = \delta_{c1}\delta_{c2}\delta_{c3} = \delta_{d1}\delta_{d2}\delta_{d3} = ABC \end{array} \right.$$

$$E^{fluctuation} \cong E^{cin} \cong \frac{K_0}{9}\hbar^4\psi_0^2 ABC\left(A^2+B^2+C^2\right)\left(\frac{1}{A^2}+\frac{1}{B^2}+\frac{1}{C^2}\right)$$

Figure 14.5 *- Représentation schématique des quatre fluctuations élémentaires composant lune fluctuation d'énergie cinétique indépendante du temps*

du réseau, respectivement en $\vec{r}_a(t)$, $\vec{r}_b(t)$, $\vec{r}_c(t)$ *et* $\vec{r}_d(t)$, comme décrit dans la figure 14.5. Et pour que ces quatre fluctuations présentent ensemble une énergie totale indépendante du temps, les diverses portées des quatre fluctuations doivent satisfaire des conditions qui sont reportées dans la figure 14.5, où le produit ABC de trois nombres quelconques est en fait proportionnel au *«volume»* occupé par chaque fluctuation au sein du réseau. En ce cas seulement, on obtient une expression assez simple de l'énergie totale indépendante du temps des quatre fluctuations, qui est essentiellement composée d'énergie cinétique, et cette fluctuation globale est alors stable dans le temps.

Oscillations gravitationnelles macroscopiques stables dans un réseau cosmologique infini et Multivers

Dans le domaine $\tau_0 < \tau_{0cr}$ du réseau cosmologique dans lequel il n'existe pas d'ondes longitudinales, il y a ainsi la possibilité de voir apparaître une *fluctuation macroscopique stable* formée d'un quadruplet de fluctuations élémentaires, comme celui représenté dans la figure 14.5, qui représentent des vibrations locales longitudinales à une fréquence ω donnée, et de telle sorte à ce que l'énergie totale de la fluctuation globale, essentiellement de nature cinétique, ne dépende pas du temps.

Considérons alors le cas d'une fluctuation macroscopique composée d'un quadruplet de fluctuations élémentaires quasi-isotropes, c'est-à-dire avec $\delta_{x1} \cong \delta_{x2} \cong \delta_{x3} \cong \delta$. Des relations de la figure 14.5 on déduit la fréquence de pulsation $\omega \cong c_t \sqrt{3}/\delta$ de cette fluctuation macroscopique, qui est inversement proportionnelle à la portée δ, ainsi que l'énergie de la fluctuation $E^{fluctuation} \cong E^{cin} \cong K_0 \hbar^4 \psi_0^2 \delta^3$ qui est essentiellement de nature cinétique. On en déduit que des fluctuations gravitationnelles macroscopiques de fortes amplitudes ψ_0 dans le domaine $\tau_0 < \tau_{0cr}$ auraient une fréquence de pulsation ω proportionnelle à l'inverse de leur portée δ et que leur énergie globale serait proportionnelle au produit du carré ψ_0^2 de leur amplitude et de leur volume δ^3, et indépendante de leur pulsation ω.

Dans un réseau cosmologique parfait *qui serait de taille infinie*, il n'est pas possible d'envisager une expansion cosmologique comme celle que nous avons décrite au chapitre 3 (figures 3.7 à 3.10) dans le cas d'un réseau cosmologique parfait *fini*. Par contre, on pourrait imaginer l'apparition d'une fluctuation macroscopique comme celle que nous venons de décrire à la figure 14.5, qui serait de volume δ^3 gigantesque, de sorte que sa fréquence d'oscillation serait extrêmement basse. Et si son amplitude ψ_0 était aussi assez élevée, pour de minuscules observateurs ***HS*** qui seraient placés au sein de l'une de ces fluctuations élémentaires, celle-ci présenterait toutes les caractéristiques d'un Univers qui oscillerait entre une expansion maximum et une contraction maximum avec la pulsation ω. Ainsi, l'ensemble des quatre fluctuations élémentaires pourrait représenter un *Multivers*. Et au sein de chacune de ces fluctuations élémentaires, c'est-à-dire de chacun des quatre univers, les observations des ***HS*** seraient très similaires à celles faites par des ***HS*** qui seraient placés au sein d'un Univers tel que ceux décrits au chapitre 3 dans le cas d'un réseau cosmologique parfait fini.

Mais pour cela, il existe des conditions nécessaires qui peuvent être déduites de la figure 14.6 et qui seraient essentiellement les suivantes:
(i) que le réseau cosmologique infini possède une expansion de fond τ_0 telle que $\tau_0 >> 1$ afin d'assurer que la formation de trous noirs lacunaires intervienne bien dans le domaine grisé

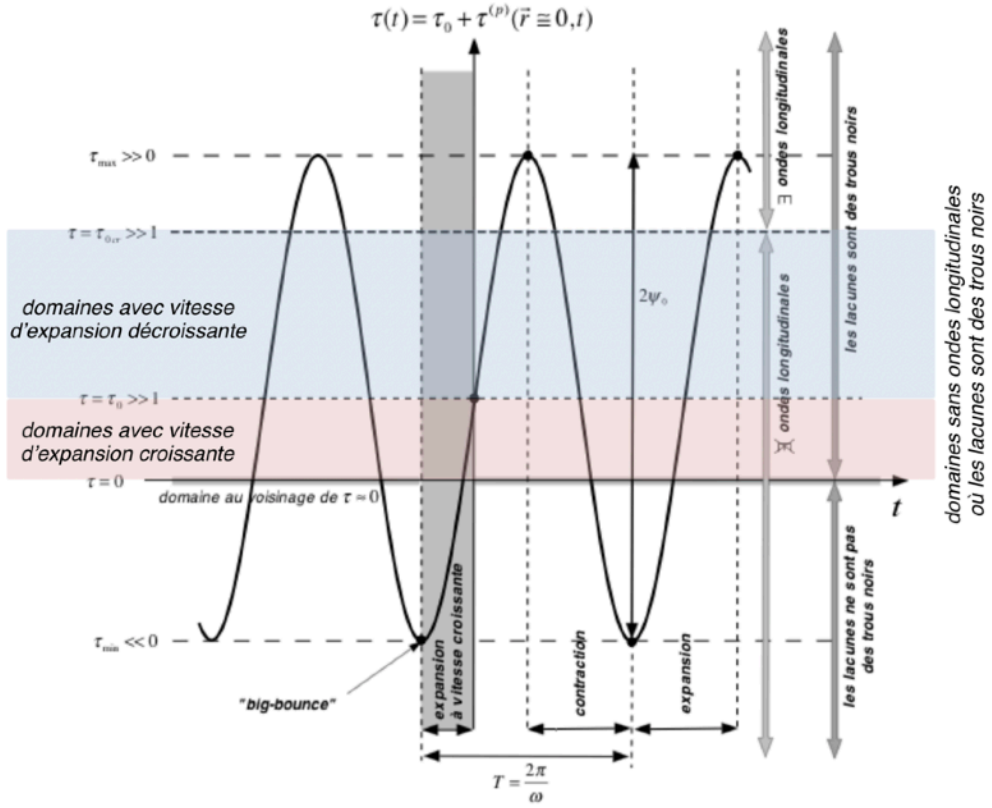


Figure 14.6 *- Expansions-contractions d'un des Multivers. Les comportements des forces gravitationnelles d'interaction entre les singularités topologiques y correspondent à ceux reportés à la figure 10.2*

(dans la figure 14.6) où l'expansion de cet Univers se fait à vitesse croissante,
(ii) que l'amplitude ψ_0 de l'oscillation autour de $\tau=\tau_0$ soit suffisante pour que l'oscillation passe par le domaine des valeurs situées autour de $\tau\approx 0$ pour que le scénario de cosmologie présenté au chapitre 10 soit aussi applicable à ces Multivers.

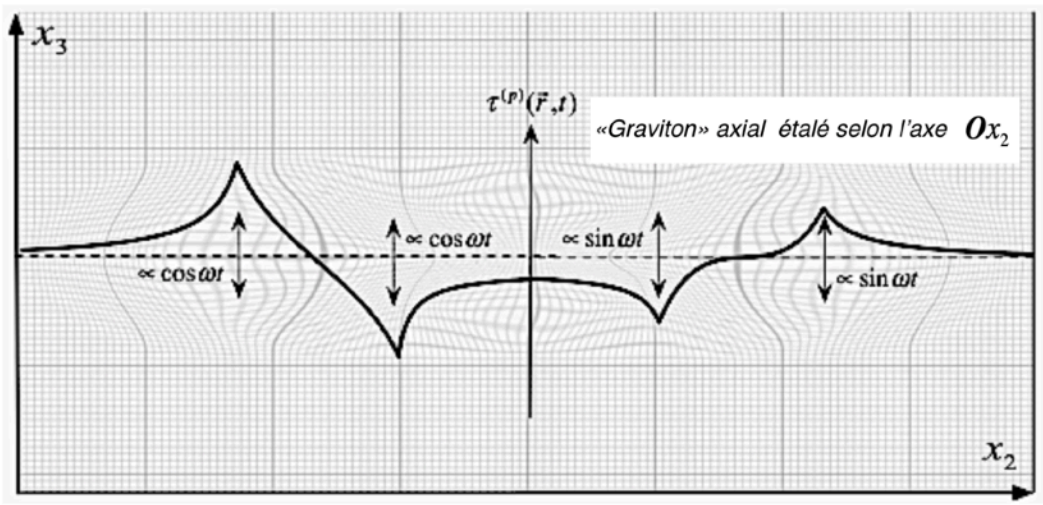
Sous ces deux conditions, chacun de ces multi-Univers présente alors une expansion démarrant par une sorte de «big-bounce», mais qui n'implique plus que l'expansion volumique passe par une singularité telle que $\tau\rightarrow-\infty$, avec, au voisinage de son centre, une évolution cosmologique similaire à celle décrite au chapitre 27, présentant une phase avec une expansion à vitesse croissante pendant laquelle il se forment les trous noirs lacunaires, puis une phase à expansion à vitesse décroissante conduisant à l'expansion maximum, qui peut ou non passer par un domaine d'expansion situé au-delà de la valeur critique d'expansion τ_{0cr} où il apparaît des ondes longitudinales au détriment des fluctuations longitudinales localisées. Puis cet univers passerait par une phase de contraction le conduisant vers un nouveau «big-bounce». Cependant, il est clair que le calcul complet du comportement de tels Multivers n'est pas aussi simple que le calcul que nous venons de présenter, ne serait-ce que par le fait que nous avons adopté l'hypothèse que $\tau_0<<\tau_{0cr}$ dans nos calculs, ce qui ne serait manifestement pas une hypothèse appropriée dans le cas des fluctuations gravitationnelles gigantesques pouvant former de tels multivers.

Oscillations gravitationnelles microscopiques quantifiées: les «gravitons»

Considérons maintenant des *fluctuations longitudinales microscopiques stables*, c'est-à-dire des fluctuations «gravitationnelles» du type de celles décrites dans la figure 14.5, d'énergie constante, mais pour lesquelles l'amplitude ψ_0 serait extrêmement faible.

N'abordons ici que le cas très simple d'une fluctuation «gravitationnelle» stable *isotrope*, c'est-à-dire telle que les portées dans les trois directions de l'espace soient égales, et supposons très hypothétiquement que l'énergie constante de celle-ci soit *quantifiée* de la même façon qu'étaient quantifiées les photons, fluctuations transversales «électromagnétiques», en utilisant la conjecture 11 introduite précédemment. En introduisant *l'énergie quantifiée* $2\hbar\omega$ correspondant aux quatre degrés de liberté d'oscillations de la fluctuation, on obtient une fluctuation stable, localisée et quantifiée, de pulsation ω , de portées δ_{ij} , d'énergie cinétique $E^{fluctuation} \cong E^{cin} \cong K_0 \hbar^4 \psi_0^2 \delta^3 = 2\hbar\omega$ et dont l'amplitude ψ_0 *est* donnée dans la figure 14.7

Cette fluctuation stable quantifiée présenterait donc des extensions spatiales δ_{ij} dépendantes de sa pulsation, ainsi qu'une énergie proportionnelle à sa pulsation ω et une amplitude



$$\tau^{(p)}(\vec{r},t) \equiv \hbar^2 \psi_0 \left[\begin{array}{l} +e^{-\frac{|x_1-x_{a1}(t)|}{\delta_{a1}}} e^{-\frac{|x_2-x_{a2}(t)|}{\delta_{a2}}} e^{-\frac{|x_3-x_{a3}(t)|}{\delta_{a3}}} \cos\omega t - e^{-\frac{|x_1-x_{b1}(t)|}{\delta_{b1}}} e^{-\frac{|x_2-x_{b2}(t)|}{\delta_{b2}}} e^{-\frac{|x_3-x_{b3}(t)|}{\delta_{b3}}} \cos\omega t \\ \pm e^{-\frac{|x_1-x_{c1}(t)|}{\delta_{c1}}} e^{-\frac{|x_2-x_{c2}(t)|}{\delta_{c2}}} e^{-\frac{|x_3-x_{c3}(t)|}{\delta_{c3}}} \sin\omega t \mp e^{-\frac{|x_1-x_{d1}(t)|}{\delta_{d1}}} e^{-\frac{|x_2-x_{d2}(t)|}{\delta_{d2}}} e^{-\frac{|x_3-x_{d3}(t)|}{\delta_{d3}}} \sin\omega t \end{array} \right]$$

avec

$$\begin{cases} E^{fluctuation} \cong E^{cin} = 2\hbar\omega = 2\hbar c_t \sqrt{\frac{1}{A^2}+\frac{1}{B^2}+\frac{1}{C^2}} \\ \delta_{a1}\delta_{a2}\delta_{a3} = \delta_{b1}\delta_{b2}\delta_{b3} = \delta_{c1}\delta_{c2}\delta_{c3} = \delta_{d1}\delta_{d2}\delta_{d3} = ABC \\ \omega \cong c_t \sqrt{\frac{1}{A^2}+\frac{1}{B^2}+\frac{1}{C^2}} \\ \psi_0 = 6 \sqrt{\frac{c_t}{2\hbar^3 K_0 ABC\left(A^2+B^2+C^2\right)\sqrt{\frac{1}{A^2}+\frac{1}{B^2}+\frac{1}{C^2}}}} \end{cases}$$

Figure 14.7 *- Equations et représentation très schématique d'une quasi-particule «graviton»*

liée aux extensions spatiales δ_{ij}. Cette fluctuation n'aurait pas besoin de se déplacer au sein du réseau, quant bien même elle pourrait se balader au sein du réseau. Il s'agit donc là d'une quasi-particule au même titre que le photon dans le cas des ondes transversales «électromagnétiques» de rotation, mais c'est une quasi-particule qui est associée aux vibrations longitudinales «gravitationnelles» d'expansion du réseau. On pourrait donc parler en ce cas de quasi-particules stables de type *«gravitons»*.

En fait, ces gravitons n'ont rien à voir avec les gravitons recherchés dans le cadre des essais de quantification de la relativité générale. Les gravitons postulés dans notre approche sont des quasi-particules énergétiques stables, qui peuvent voyager au sein du réseau, mais qui ne sont pas astreintes à se déplacer à la vitesse des ondes transversales, au contraire des gravitons de la relativité générale qui sont supposés se déplacer à la vitesse de la lumière. De plus, nos gravitons ne sont pas des porteurs de l'interaction gravitationnelle entre deux singularités, mais uniquement des fluctuations énergétiques localisées et quantifiées du champ d'expansion, au contraire des gravitons de la relativité générale, qui sont considérés comme les particules médiatrices de l'interaction gravitationnelle.

La configuration des quatre fluctuations élémentaires composant la quasi-particule «graviton» peut être très complexe. La seule condition étant évidemment que les quatre fluctuations élémentaires puissent échanger de l'énergie entre elles afin de maintenir l'énergie cinétique totale constante. On pourrait par exemple imaginer des «gravitons» axiaux, c'est-à-dire des quasi-particules pour lesquelles les quatre fluctuations élémentaires seraient alignées selon un axe préférentiel, dont une illustration est représentée dans la figure 14.7. On y a représenté très schématiquement le cas d'un hypothétique «graviton» axiale dans le cas où celui-ci est très étalé selon l'axe Ox_2. Dans cette représentation, on a reporté graphiquement l'expansion volumique locale instantanée du «graviton», en spécifiant les oscillations des quatre composantes en $\cos\omega t$ et $\sin\omega t$.

On constate que les étalements δ_{ij} de la fluctuation selon les différents axes sont astreints à ce que les produits pour chacune des fluctuations partielles soient constants et égaux. Mais chaque étalement δ_{ij} n'est pas fixé, de sorte que cette quasi-particule peut se déformer en s'étalant ou se retrécissant selon tous les axes. Par exemple, un «graviton» axiale de pulsation ω, et donc d'énergie cinétique $2\hbar\omega$, peut très bien osciller entre une forme très condensée selon l'axe Ox_2 et très étendue selon les axes Ox_1 et Ox_3, et une forme opposée, très étendue selon l'axe Ox_2 et très condensée selon les axes Ox_1 et Ox_3. Cet effet est à nouveau clairement un aspect de la fameuse *non-localité de la physique quantique*, telle qu'on l'a décrite dans le cas des photons.

Remarquons pour terminer que ces hypothétiques quasi-particules «gravitons» sont très différentes des hypothétiques fluctuations gravitationnelles évanescentes analogues aux fluctuations quantiques du vide décrites dans la figure 14.4. En effet, dans le cas des fluctuations gravitationnelles évanescentes, l'énergie de la fluctuation est essentiellement une *énergie de distorsion élastique* associée au module K_0 du réseau cosmologique, oscillant entre une valeur positive et négative, et de valeur moyenne nulle, alors que l'énergie des hypothétiques quasi-particules «gravitons» est essentiellement *de nature cinétique* et possède une valeur constante et non nulle, ce qui assure leur stabilité à long terme. Et pour obtenir cette stabilité, la quasi-particule doit être composée de quatre fluctuations fortement corrélées et indissociables qui as-

surent la constance de l'énergie, de la même façon que les quasi-particules «photons» doivent être composées de deux fluctuations de rotation perpendiculaires et déphasées, leur donnant leur hélicité et assurant ainsi la constance de leur énergie. Il y a donc une analogie forte entre les quasi-particules «photons» et «gravitons», non seulement de par leur constitution assurant la constance de leur énergie, mais aussi de par leur *non-localité*, à savoir leur aptitude à s'étaler dans l'espace en conservant leur identité et leur énergie, propriété qui est l'apanage typique de la physique quantique.

Conclusion

Comme on l'a déjà dit dans l'introduction, cet essai n'a pas la prétention de présenter une *Théorie du Tout* parfaitement élaborée, mais bien de montrer qu'une approche rigoureuse des réseaux solides élastiques par un système de coordonnées d'Euler, telle que nous l'avons développée dans cet essai, fournit un *cadre d'investigation* beaucoup plus simple que les géométries différentielles telles que celles utilisées par exemple en relativité générale, mais potentiellement très riche et fertile puisqu'on a pu montrer *assez simplement* qu'il est possible *(i)* d'y faire apparaître des analogies très fortes et souvent parfaites avec toutes les grandes théories physiques du macrocosme et du microcosme, comme les équations de Maxwell, la relativité restreinte, la relativité générale, la gravitation newtonienne, la cosmologie moderne, la physique quantique et le modèle standard des particules élémentaires, et *(ii)* d'y faire apparaître des ponts unificateurs forts entre ces diverses théories.

Du rôle central de l'équation de Newton du réseau cosmologique

Depuis le début de cet essai, on constate que *l'équation de Newton* (figure 3.1) que nous avons présentée au chapitre 3 pour le *réseau cosmologique isotrope imaginaire* a partout joué un rôle central et capital, et que c'est elle qui est à la base de la plupart des propriétés étonnantes du *réseau cosmologique parfait*, parmi lesquelles:

- la *propagation d'ondes transversales couplées à des ondelettes longitudinales*, gérée par l'équation de Newton, qui implique que des ondes transversales pures ne peuvent exister qu'avec une polarisation circulaire (ce qui est une propriété fondamentale des photons),
- l'existence de domaines d'expansion ($\tau_0 < \tau_{0cr}$) dans lesquels *il n'existe pas de solutions d'ondes longitudinales* à l'équation de Newton, mais uniquement *des solutions quasi-statiques* qui sont à la base des phénomènes d'interaction gravitationnelle entre singularités topologiques, ou *des modes de vibration longitudinales localisées*, qui sont à la base *de la dynamique quantique et du spin des singularités topologiques* localisées,
- la *courbure des rayons d'onde* dans des gradients de l'expansion volumique, qui est aussi une conséquence directe de l'équation de Newton, et qui prédit la possibilité d'existence de trous noirs qui capturent irrémédiablement les perturbations transversales,
- les *équations de Maxwell complètes* pour le vecteur de rotation $\vec{\omega}$ lorsque le champ d'expansion volumique est homogène, qui montrent que l'équation $\partial \vec{B} / \partial t = -\overrightarrow{\mathrm{rot}}\, \vec{E}$ de l'électromagnétisme n'est rien d'autre que l'expression de l'équation de Newton du réseau cosmologique appliquée à ce cas particulier,
- la r*elativité restreinte*, la contraction des règles et la dilatation du temps pour un observateur en mouvement au sein et par rapport au réseau, qui est une conséquence directe de la première équation partielle de Newton,
- la *gravitation newtonienne* et la *relativité générale*, qui sont des conséquences directes de la solution quasi-statique de la deuxième équation partielle de Newton, dans le cas où la singulari-

té topologique considérée possède *une densité d'énergie ou une densité de charge de rotation inférieure à une certaine valeur critique,*

- la *courbure spatiale de l'espace* pour l'observateur ***GO*** extérieur au réseau et la *courbure de l'espace-temps pour les observateurs locaux* ***HS*** au sein même du réseau, qui implique une analogie directe entre la divergence de l'équation de Newton et la fameuse équation d'Einstein de *divergence nulle* $\vec{\nabla} \bullet \boldsymbol{T} = 0$ *du tenseur d'énergie-impulsion* qui assure que les lois de conservation de l'énergie et du moment cinétique sont respectées,

- les *trous noirs*, solutions statiques de la deuxième équation partielle de Newton en présence de lacunes macroscopiques du réseau lorsque $\tau_0 > 1$,

- les *étoiles à neutrons ou pulsars*, solutions statiques de la deuxième équation partielle de Newton en présence d'amas interstitiels macroscopiques dans le réseau,

- la *force d'interaction faible* entre les boucles de dislocation coin et les boucles de désinclinaison vis, qui est aussi une conséquence de la deuxième équation partielle de Newton,

- la *physique quantique*, les *fonctions d'onde*, l'*équation d'onde de Schrödinger*, et la *notion de spin*, qui sont des conséquences de la deuxième équation partielle de Newton dans le cas dynamique des perturbations gravitationnelles associées aux singularités topologiques localisées du réseau cosmologique, lorsque celles-ci présentent une densité d'énergie ou un densité de charge de rotation d'une singularité topologique qui est supérieure à un certaine valeur critique. Cette valeur critique de la densité d'énergie ou de la densité de charge de rotation devient alors une grandeur extrêmement importante puisqu'elle correspond en fait à *une valeur quantitative qui définit la fameuse limite de décohérence quantique,* c'est-à-dire la limite de passage entre un comportement classique et un comportement quantique d'une singularité topologique,

- les *photons*, quanta de la solution transversale de polarisation circulaire de l'équation de Newton,

- et finalement des concepts quantiques purs et durs, tels que *les bosons, les fermions* et *l'indiscernabilité des singularités topologiques,* ainsi que *le principe d'exclusion de Pauli*, qui se déduisent tous directement de l'application de la deuxième équation partielle de Newton à plusieurs singularités topologiques localisées.

Du rôle parfaitement novateur de la charge de courbure

Dans notre approche du réseau cosmologique, il apparaît un concept parfaitement novateur, *la charge de courbure des boucles coin*, qui est une conséquence incontournable du traitement d'un réseau solide et des ses singularités topologiques en coordonnées d'Euler. Ce concept n'apparaît absolument pas dans toutes les théories modernes de la physique, que ce soit en relativité générale, en physique quantique ou dans le Modèle Standard, alors que dans notre approche ce concept apporte des explications à de nombreux points obscurs de ces théories, parmi lesquels les principaux sont:

- *la force faible associée à la cohésion des dispirations coin-vis:*

En considérant des singularités topologiques formées du couplage d'une boucle de désinclinaison vis avec une boucle de dislocation coin, qui sont appelées des *boucles de dispiration*, il apparaît *une force d'interaction similaire à un potentiel de capture,* avec *une portée très faible*,

qui induit des interactions entre boucles présentant une analogie parfaite avec les *interactions faibles* entre particules élémentaires du Modèle Standard. En fait, *la force faible est une interaction entre la charge de rotation d'une boucle de désinclinaison vis avec la charge de courbure d'une boucle de dislocation coin*.

- *l'asymétrie matière-antimatière:*

Dans notre théorie, l'asymétrie matière-antimatière n'a plus de mystère car c'est précisément la charge de courbure qui devient responsable de l'apparition d'une *faible asymétrie* entre les particules (contenant hypothétiquement des boucles coin de nature interstitielle) et les antiparticules (contenant hypothétiquement des boucles coin de nature lacunaire).

- *la masse de courbure associée à la charge de courbure et ses conséquences:*

A chaque singularité topologique est associée une masse de courbure due à la charge de courbure qui s'ajoute à sa masse d'inertie, et qui induit de légère différences du comportement des forces d'interaction gravitationnelles entre matière et anti-matière, et qui fournit des explications simples à plusieurs phénomènes encore mystérieux de l'évolution cosmologique de la matière, comme *(i)* la ségrégation entre matière et antimatière au sein des galaxies, *(ii)* la formation de gigantesques trous noirs (singularités lacunaires macroscopiques) au coeur des galaxies par effondrement gravitationnel de l'antimatière, *(iii)* la disparition apparente de l'antimatière dans l'Univers suite la formation des trous noirs au coeur des galaxies, et *(iv)* la formation d'étoiles à neutrons (singularités interstitielles macroscopiques) par effondrement gravitationnel des étoiles de matière au sein des galaxies.

- *l'apparition de l'antigravité du neutrino et ses conséquences:*

La masse de courbure négative domine la masse d'inertie positive dans le cas de la boucle coin, qu'on associe au neutrino du modèle standard. Ce phénomène conduit à ce que le neutrino est gravitationnellement répulsif pour les autre particules, ce qui fournit des explications simples à plusieurs phénomènes encore mystérieux de l'évolution cosmologique de la matière, comme *(i)* la formation des galaxies par précipitation de la matière et de l'antimatière sous forme d'agrégats au sein d'une mer de neutrinos répulsifs, et *(ii)* le concept de matière noire qui est remplacé par le concept de *«mer de neutrinos répulsifs»* dans laquelle baignent toutes les galaxies, les amas globulaires, et les autres structures de l'Univers visible. Cette mer de neutrinos exerce une force de compression sur les étoiles de la périphérie des galaxies, qui doivent forcément tourner plus vite pour compenser cette force de compression par une force centripète additionnelle de rotation.

- *la nature bosonique ou fermionique des particules:*

La charge de courbure a un autre intérêt majeur lié à la nature bosonique ou fermionique des particules. En effet, on constate que *toutes les particules auxquelles est associé une charge de courbure (les leptons, les quarks et les baryons) sont des fermions avec un spin demi-entier, qui satisfont le principe d'exclusion de Pauli*, alors que *toutes les particules qui n'ont pas de charge de courbure (les photons, les bosons de jauge, les gluons et les mésons) sont des bosons avec un spin entier, non soumis au principe d'exclusion de Pauli*. Il y a très probablement là un rôle crucial joué par la charge de courbure, qui pourrait imposer un comportement de boson ou de fermion à une particule donnée.

De l'importance de la structure microscopique du réseau cosmologique

La structure du réseau cosmologique joue aussi un rôle prépondérant dans les analogies que nous avons développées, mais c'est surtout au niveau des structures des singularités topologiques microscopiques en boucles qu'elle joue un rôle crucial. Il a fallu en effet imaginé *un réseau de structure cubique à faces centrées avec une propriété axial des plans denses, imaginairement «colorés» en rouge, vert et bleu, et satisfaisant à certaines règles simples concernant leur arrangement,* pour retrouver des boucles topologiques étonnamment analogues à toutes les particules, leptons, quarks, bosons intermédiaires et gluons de la première famille de particules élémentaires du Modèle Standard. Et l'existence d'une énergie de faute de raccordement entre plans denses a permis d'expliquer l'apparition d'une force à comportement asymptotique entre les singularités analogues aux quarks, tout-à-fait similaire à la force forte du Modèle Standard, et qui oblige la formation de doublets ou de triplets de boucles de singularité analogues aux mésons et aux baryons du Modèle Standard.

Et il a aussi fallu imaginer *l'existence de deux types de fautes d'empilement entre les plans denses de ce réseau CFC axial*, pour essayer d'expliquer l'existence des trois familles du Modèle Standard des particules élémentaires.

De cette énumération des rôles importants de l'équation de Newton et de la structure du réseau cosmologique, on peut conclure que *l'inertie newtonienne du réseau dans l'espace absolu, son élasticité par cisaillement, par rotation et par expansion volumique*, *sa structure microscopique et l'existence de la charge de courbure associée aux boucles de dislocation coin* sont les principaux ingrédients de la théorie du réseau cosmologique et sont les clefs d'explication de toutes les propriétés de ce réseau particulier, et donc, par analogie, de l'Univers réel, même s'il reste encore de nombreux points obscurs dans cette analogie.

Des points encore obscurs concernant l'Ether Cristallin

Il est clair que *l'Ether Cristallin* que nous avons développé tout au long de ce livre, malgré les succès indéniables auxquelles il nous a amené, n'est de loin pas parfait. Il subsiste encore de nombreux points obscurs qui mériteraient d'être étudiés, et si possible élucidés, parmi lesquels on citera les plus importants, dans l'ordre d'apparition au cours de l'exposé, et sous forme de questionnements:

- existe-t-il réellement un «éther cristallin», à savoir un réseau cosmologique de structure CFC avec des propriétés axiales, que sont réellement les «corpuscules» qui le composent, qui possèderaient une masse d'inertie purement newtonienne dans l'espace absolu, et quelles sont les relations existant entre ces «corpuscules» et le boson de Higgs du Modèle Standard?
- quelle est la nature physique de l'élasticité isotrope du réseau cosmologique constituant l'éther cristallin, qui conduit aux modules $K_0 = K_3 > 0,\ 0 < K_1 << K_0,\ 0 \leq K_2 << K_3$ permettant d'exprimer l'énergie libre élastique du réseau par unité de volume?
- quelle est l'origine de l'énergie cinétique du réseau nécessaire aux comportements de l'expansion cosmologique du réseau?
- quel rôle pourraient jouer les «corpuscules» du réseau cosmologique dans d'hypothétiques phénomènes de diffusion au sein du réseau cosmologique (qui pourraient très bien expliquer certaines propriétés du magnétisme)?

- serait-il possible qu'il existe tout de même des charges électriques vectorielles?
- que valent exactement les paramètres ζ_{BV}, ζ_{BC}, ζ_{BM} introduits pour calculer l'énergie des boucles, et sont-ils vraiment indépendants de l'expansion de fond du réseau?
- quel pourrait être le rôle des *boucles de dislocation mixte de glissement* dans notre analogie avec les particules élémentaires?
- quel est la pertinence de l'analogie entre amas de lacunes et trous noirs, ainsi qu'entre amas d'interstitiels et étoiles à neutrons?
- quelle explication physique et quelles valeurs numériques faut-il donner aux paramètres α_{BV}, β_{BV}, α_{BC}, β_{BC}, α_{BM}, β_{BM} utilisés pour le calcul de la dépendance de l'énergie des boucles en l'expansion de fond du réseau?
- comment expliquer physiquement le fait que les paramètres a et b utilisés pour retrouver l'horloge et les règles de l'observateur ***HS*** doivent valoir exactement 1/4?
- quelle est la dépendance thermique de l'énergie libre du réseau cosmologique, et celle-ci pourrait-elle justifier une sorte de «liquéfaction» du réseau pour des valeurs extrêmement petites de l'expansion volumique, au voisinage du «big-bang»?
- comment, d'un point de vue topologique, une boucle de dislocation ou une boucle de désinclinaison peut-elle tourner sur elle-même?
- qu'est-ce qui fait qu'une certaine boucle topologique possède un spin 1/2 ou un spin 1, et quel est le rôle exact de la charge de courbure dans la valeur du spin et le comportement bosonique ou fermionique d'une particule?
- que sont exactement la structure du réseau cosmologique et la nature des plans colorés de ce réseau, et quel est le lien entre ces plans colorés et les «corpuscules» composant le réseau?
- comment les singularités topologiques analogiques aux quarks peuvent-elles posséder un spin alors qu'elles sont liées aux autres par un tube d'énergie de faute de raccordement?
- et bien d'autres questions encore, de nature purement physique, ou même philosophique, qui ne sont pas du ressort de ce livre, mais qui sont n'en sont pas moins intrigantes.

Du pouvoir unificateur de notre Théorie de l'Ether Cristallin

En fait, même s'il y reste encore de nombreux points obscurs, il apparaît que notre Théorie de l'Ether Cristallin contient bien des analogies fortes avec toutes les grandes théories de la physique moderne, et qu'en cela elle a une *puissance unificatrice* énorme. Et cette approche de l'Univers par un réseau cosmologique est *très simple*, au contraire des théories de supercordes ou de la théorie M que proposent les théoriciens pour unifier «de force» les théories physiques en *quantifiant la gravité* et en y introduisant indépendamment les quatre interactions élémentaires, ce qui conduit à des théories mathématiques *extrêmement compliquées*, dans des espaces très complexes à n dimensions (n=11 pour la théorie M), et qui n'ont jusqu'à ce jour fait preuve d'aucun pouvoir prédictif.

Il est intéressant de constater ici que les théories de supercordes font appel à des cordes et des branes dans des espaces multidimensionnels compliqués pour quantifier la gravité, alors que notre approche fait aussi appel à des cordes, des boucles et des membranes, mais qui sont alors de simples singularités topologiques d'un réseau purement tridimensionnel, avec une dimension supplémentaire de temps absolu complètement découplée des dimensions d'es-

pace, puisque le temps peut y être mesuré par l'horloge universelle d'un ***GO*** extérieur au réseau dans l'espace absolu.

Et si l'expansion volumique quasi-statique de ce réseau à l'échelle macroscopique est l'expression des phénomènes attribués à la gravitation, les fluctuations dynamiques de l'expansion de ce réseau à l'échelle microscopique ne sont rien d'autre que l'expression des phénomènes attribués à la physique quantique. Il est par conséquent erroné de chercher à quantifier la théorie de la gravitation, puisque la physique quantique dans la Théorie de l'Ether Cristallin, c'est précisément l'expression des fluctuations dynamiques de la gravitation à l'échelle microscopique.

De l'épistémologie et des conséquences de cet essai

Il est vrai que, dans cet essai, rien ne vient encore donner une explication définitive à l'existence de l'Univers, à la raison d'être du big-bang, et pourquoi l'univers pourrait être constitué par *un éther cristallin*. Ces points restent, du moins pour l'instant, du ressort de la philosophie ou des croyances individuelles de chacun. Mais, d'un point de vue épistémologique, cet essai montre qu'il est possible de trouver *un cadre très intéressant pour unifier les diverses théories physiques actuelles*, cadre dans lequel il n'existerait plus beaucoup de phénomènes mystérieux autres que *la raison d'être de l'univers*. Et cette approche est basée en fait sur un seul concept absolument essentiel, mais d'une simplicité désarmante, qu'on pourrait énoncer de la manière suivante, en s'inspirant d'une citation célèbre du grand physicien que fut Richard P. Feynman:

«Il est possible d'observer et de mesurer depuis l'extérieur, avec un référentiel eulérien absolu nanti de règles fixes et immuables et d'une horloge universelle, les évolutions spatio-temporelles d'un réseau solide possédant à la fois une certaine structure microscopique, des propriétés élastiques particulières et des propriétés d'inertie newtonienne. Cette seule phrase contient, comme vous le verrez, une quantité énorme d'informations sur l'univers, pour peu que l'on y mette un peu d'imagination et de réflexion.»



Richard Feynman
(1918-1988)

Glossaire

Activation thermique: processus d'activation d'un mécanisme donné par les fluctuations thermiques localisées au sein du milieu, dues à la température

Contorsions: ensemble des courbures par flexion et torsion d'un réseau solide.

Coordonnées d'Euler: Le système des coordonnées d'Euler est basé sur la description de l'évolution dans l'espace et le temps des vecteurs du champ de vitesse $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ des points du milieu fluide ou solide situés aux coordonnées d'espace $\vec{r}$ et au temps t dans le repère absolu $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ du laboratoire de l'observateur ***GO*** (figure 1.2).

Coordonnées de Lagrange: le système des coordonnées de Lagrange est basé sur la description de l'évolution dans l'espace et le temps des vecteurs d'un champ de déplacement $\vec{u}(\vec{r},t)$, connaissant les coordonnées $\vec{r}$ de tous les points du solide initial dans le repère fixe $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ du laboratoire de l'observateur (figure 1.1).

Densité volumique moyenne $n(\vec{r},t)$: densité volumique moyenne de particules dans un fluide ou de sites substitutionnels élémentaires dans un réseau réseau aux coordonnées d'espace $\vec{r}$ et de temps t

Désinclinaisons: singularités topologiques correspondant à des discontinuités $\vec{\boldsymbol{\Omega}}$ *(vecteur de Frank)* du champ des rotations par déformation au sein du milieu.

Dislocations: singularités topologiques correspondant à des discontinuités $\vec{\boldsymbol{B}}$ *(vecteur de Burgers)* du champ des déplacements au sein du milieu.

Dispirations: singularités topologiques formées par la combinaison d'une dislocation et d'un désinclinaison.

Distorsions: ensemble des déformations, des rotations globales et des rotations locales d'un réseau solide. Seules les translations globales du réseau ne sont pas inclues dans les distorsions.

Dynamique newtonienne: dynamique des particules du milieu qui satisfont la loi de Newton $\vec{f} = m\vec{a}$, et qui implique que l'accélération $\vec{a}$ d'une particule est liée à la force $\vec{f}$ qu'on lui applique via *la masse d'inertie* m de la particule.

Géométro-cinétique: ensemble d'équations qui relient les *variations temporelles des distorsions du solide*, qui sont calculées le long de la trajectoire des particules du milieu à l'aide d'un *opérateur mathématique de temps* appelé *la dérivé particulaire,* aux *variations spatiales du champ de vitesse* $\vec{\phi}(\vec{r},t)$ du milieu, qui sont calculées à l'aide d'*opérateurs mathématiques d'espace* de l'analyse vectoriel appliqués au champ de vitesse

Géométro-compatibilité: ensemble d'équations qui assurent, d'un point de vue topologique, qu'il n'existe pas, ou bien qu'il existe, au sein du milieu des discontinuités $\vec{\boldsymbol{B}}$ du champ des déplacements, appelées dislocations.

Grand Observateur GO: la personne extérieur au milieu qui observe, décrit et analyse le milieu continu depuis son observatoire, qui est muni d'un référentiel composé d'un repère euclidien orthonormé $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, c'est-à-dire de trois règles de longueur unité, orientées perpendiculairement entre elles et représentées par trois flèches qu'on appelle les vecteurs de base $(\vec{e}_1,\vec{e}_2,\vec{e}_3)$ du repère, et d'une horloge universelle assurant que le temps t est mesuré de manière identique en tout lieu du laboratoire.

Milieu solide: un milieu sera dit *solide* lorsque, à l'échelle microscopique, il correspond à une collection de particules telle que *l'identité des plus proches voisines d'une particule donnée ne change pas au cours du temps*.

Modèle de la corde: modèle mathématique permettant de décrire le mouvement d'une dislocation qui se meut et se courbe au sein d'un réseau

Opérateur dérivée particulaire: c'est *un opérateur mathématique de temps* permettant de calculer les variations temporelles d'une grandeur physique le long de la trajectoire des particules d'un milieu se déplaçant à vitesse $\vec{\phi}$. Cet opérateur est représenté par une dérivé droite définie comme $d/dt = \partial/\partial t + (\vec{\phi}\vec{\nabla})$.

Opérateur divergence: la *divergence d'un champ vectoriel* $\vec{u}$ est *un opérateur mathématique d'espace de l'analyse vectorielle* fournissant un champ scalaire g. Le scalaire g représente la limite du flux du champ $\vec{u}$ à travers une surface fermée $\boldsymbol{S}$ autour d'un point $\boldsymbol{A}$ et ne peut être différent de zéro que si le champ $\vec{u}$ «diverge localement autour du point $\boldsymbol{A}$». La divergence est un *invariant* du champ $\vec{u}$, c'est-à-dire qu'elle ne dépend pas du système de coordonnées choisi.

Opérateur gradient: le *gradient d'un champ scalaire* f est *un opérateur mathématique d'espace de l'analyse vectorielle* fournissant un champ vectoriel $\vec{u}$. La direction du vecteur $\vec{u}$ est perpendiculaire aux surfaces de niveau de la fonction f dans l'espace. Sa norme est proportionnelle à la vitesse de variation de la fonction f dans cette direction, et n'est donc différent de zéro que si la valeur de la fonction f «varie dans une direction de l'espace». Le gradient est un *invariant* du champ f, c'est-à-dire qu'il ne dépend pas du système de coordonnées choisi.

Opérateur rotationnel: le *rotationnel d'un champ vectoriel* $\vec{u}$ est *un opérateur mathématique d'espace de l'analyse vectorielle* fournissant un autre champ vectoriel $\vec{v}$. La direction du vecteur $\vec{v}$ est perpendiculaire à la surface de circulation maximum du vecteur $\vec{u}$ autour d'un point $\boldsymbol{A}$. Sa norme est proportionnelle à la vitesse de circulation de $\vec{u}$ autour de $\boldsymbol{A}$ dans cette direction, et n'est différente de zéro que si le champ $\vec{u}$ «tourne autour du point $\boldsymbol{A}$». Le rotationnel est un *invariant* du champ $\vec{u}$, c'est-à-dire qu'il ne dépend pas du système de coordonnées choisi.

Processus non-markovien: processus physique au sein d'un système qui dépend non seulement des conditions présentes agissant sur le système, mais aussi de l'histoire du système qui le subit

Scalaire: un scalaire est un objet mathématique correspondant à une grandeur physique décrite par *un seul nombre.* On parle de *champ scalaire* lorsqu'une grandeur physique scalaire prend différentes valeurs en tous les points de l'espace et au cours du temps.

Scalaire d'expansion volumique $\tau(\vec{r},t)$: défini comme $\tau(\vec{r},t)=-\ln(n/n_0)=\ln(v/v_0)$, dépendant des coordonnées d'espace $\vec{r}$ et de temps t au sein du réseau, et mesurant de manière parfaite la notion d'expansion volumique du réseau puisque $\tau \to \infty$ pour les expansions intenses (lorsque $v \to \infty$), $\tau \to -\infty$ pour les contractions intenses (lorsque $v \to 0$) et $\tau \to 0$ lorsque $v \to v_0$.

Scalaire d'expansion τ ***:*** scalaire déduit de la trace du tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$ ou du tenseur de déformation $\vec{\varepsilon}_i$, qui représente l'expansion volumique du réseau, et qui est relié à la densité volumique moyenne de sites de réseau $n(\vec{r},t)$ et au volume moyen occupé par un site du réseau solide $v(\vec{r},t)$ par un logarithme $\tau(\vec{r},t)=-\ln(n/n_0)=\ln(v/v_0)$

Source de Frank-Read: mécanisme de création de dislocations par un segment de dislocation ancré en deux points et soumis à une force excédant une certaine valeur limite

Tenseur d'ordre deux: un tenseur d'ordre deux est un objet mathématique représenté par un tableau 3 sur 3 de *neuf nombres différents*. Un tenseur d'ordre deux représente en fait une grandeur physique décrite par *neufs nombres.* Il peut être très commode de représenter un tenseur d'ordre deux à l'aide de trois vecteurs dans le système des coordonnées d'Euler. On parle de *champ tensoriel d'ordre deux* lorsqu'une grandeur physique tensorielle prend différentes valeurs en tous les points de l'espace et au cours du temps.

Tenseur de cisaillement $\vec{\alpha}_i$ ***:*** tenseur symétrique d'ordre deux, sans trace, déduit du tenseur de déformation $\vec{\varepsilon}_i$ auquel on soustrait la trace, et qui représente l'ensemble des cisaillements du milieu, sans tenir compte de l'expansion volumique du réseau.

Tenseur de contorsion $\vec{\chi}_i$ ***:*** variations spatiales du champ de déformation $\vec{\varepsilon}_i$ qui peut se décomposer par des symétries en un vecteur de flexion $\vec{\chi}$ et un tenseur symétrique transverse (sans trace) de torsion $\left[\vec{\chi}_i\right]^S$.

Tenseur de déformation $\vec{\varepsilon}_i$ ***:*** tenseur symétrique d'ordre deux déduit de la partie symétrique du tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$, qui représente l'ensemble des déformations du milieu, mais sans les rotations globales du milieu.

Tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$ ***:*** tableau de neufs nombres β_{ij} suffisant à décrire parfaitement l'ensemble des rotations globales et locales et des déformations du réseau solide. Le champ tensoriel de distorsion β_{ij} du réseau sera représenté par commodité par un champs de trois vecteurs $\vec{\beta}_1$, $\vec{\beta}_2$, $\vec{\beta}_3$, en se rappelant qu'un vecteur est une flèche orientée dans l'espace composée de trois nombres.

Tenseur de torsion $\left[\vec{\chi}_i\right]^S$ ***:*** tenseur symétrique transverse (sans trace) déduit du tenseur de contorsion $\vec{\chi}_i$, et représentant les torsions du milieu, comme illustré à la figure 1.18.

Thermocinétique eulérienne: ensemble des deux principes de continuité de l'énergie totale et de l'entropie, absolument incontournables en coordonnées d'Euler et déduits des deux premières lois de la thermodynamique et de l'énergie cinétique newtonienne.

Vecteur: un vecteur est un objet mathématique correspondant à *une flèche orientée dans l'espace*. Un vecteur représente en fait une grandeur physique décrite par *trois nombres* qui correspondent respectivement aux longueurs des trois projections de la flèche sur les axes $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ du système de coordonnées. On parle de *champ vectoriel* lorsqu'une

grandeur physique vectorielle prend différentes valeurs en tous les points de l'espace et au cours du temps.

Vecteur de flexion $\vec{\chi}$ ***:*** vecteur déduit de la partie anti-symétrique du tenseur de contorsion $\vec{\chi}_i$, et représentant les flexions du milieu, comme illustré à la figure 1.17.

Vecteur de rotation $\vec{\omega}$ ***:*** vecteur axial déduit de la partie anti-symétrique du tenseur de distorsion $\vec{\beta}_i$, et qui représente toutes les rotations locales et globales au sein du milieu.

Vitesse locale moyenne $\vec{\phi}(\vec{r},t)$: vitesse des particules au sein d'un liquide ou d'un solide aux coordonnées d'espace $\vec{r}$ et de temps t dans le repère absolu $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ du laboratoire de l'observateur ***GO.***

Volume moyen $v(\vec{r},t)$: volume moyen occupé par un site du réseau solide, définie comme l'inverse de n, c'est-à-dire $v = 1/n$

Symboles mathématiques et physiques

Opérateurs mathématiques

$\overrightarrow{grad}$ = opérateur gradient de l'analyse vectoriel

$\overrightarrow{rot}$ = opérateur rotationnel de l'analyse vectoriel

div = opérateur divergence de l'analyse vectoriel

$\vec{\nabla}$ = opérateur «del» de l'analyse vectoriel

$\partial / \partial t$ = dérivé temporelle pour mesurer les variations temporelles d'une grandeur physique en un endroit donné de l'espace dans le système des coordonnées d'Euler

$d / dt = \partial / \partial t + (\vec{\phi}\vec{\nabla})$ = dérivé particulaire pour mesurer les variations temporelles d'une grandeur physique le long de la trajectoire des particules d'un milieu

Système de coordonnées

$\vec{r}$ = vecteur-lieu dans le repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$

$\vec{u}(\vec{r},t)$ = champ de déplacement en coordonnées de Lagarange

$\vec{u}_E(\vec{r},t)$ = champ de déplacement en coordonnées d'Euler

$\phi(\vec{r},t)$ = vitesse locale moyenne

$n(\vec{r},t)$ = densité volumique moyenne

$v(\vec{r},t)$ = volume moyen occupé par un site de réseau

$\tau(\vec{r},t)$ = scalaire d'expansion volumique

Distorsions et contorsions

$\vec{\beta}_i$ = tenseur de distorsion

$\vec{\varepsilon}_i$ = tenseur de déformation

$\vec{\alpha}_i$ = tenseur de cisaillement

$\vec{\omega}$ = vecteur de rotation

τ = scalaire d'expansion volumique

$\vec{\omega}^{(\varepsilon)}$ = champ de rotation $\vec{\omega}^{(\varepsilon)}$ déduit du tenseur de déformation

$\vec{\beta}_i^{\,el}, \vec{\varepsilon}_i^{\,el}, \vec{\alpha}_i^{\,el}, \vec{\omega}^{el}, \tau^{el}$ = tenseurs de distorsions élastiques

$\vec{\beta}_i^{\,an}, \vec{\varepsilon}_i^{\,an}, \vec{\alpha}_i^{\,an}, \vec{\omega}^{an}, \tau^{an}$ = tenseurs de distorsions anélastiques

$\vec{\beta}_i^{\,pl}, \vec{\varepsilon}_i^{\,pl}, \vec{\alpha}_i^{\,pl}, \vec{\omega}^{pl}, \tau^{pl}$ = tenseurs de distorsions plastiques

$\vec{\chi}_i$ = tenseur de contorsion

$\left[\vec{\chi}_i\right]^S$ = tenseur de torsion

$\vec{\chi}$ = vecteur de flexion

Grandeurs physiques

$\rho(\vec{r},t)$ = densité volumique de masse du milieu

S_m = source volumique de masse

$\vec{J}_m$ = flux surfacique de transport de masse
S_n = source volumique de sites de réseau
e_{cin} = énergie cinétique moyenne par site de réseau
s = entropie moyenne par site de réseau
u = énergie interne moyenne par site de réseau
S_w^{ext} = source volumique de travail externe
$\vec{J}_w$ = flux surfacique de travail
$\vec{J}_q$ = flux surfacique de chaleur
S_e = source volumique d'entropie
T = température locale du milieu
$\Delta\vec{\varphi}_L$ = vitesse relative d'une lacune par rapport au réseau
$\Delta\vec{\varphi}_I$ = vitesse relative d'un interstitiel par rapport au réseau
$n_L(\vec{r},t)$ = nombre de lacunes par unité de volume du réseau
$n_I(\vec{r},t)$ = nombre d'auto-interstitiels par unité de volume du réseau
$C_L = n_L / n$ = concentrations atomiques de lacunes par rapport à la densité n de sites
$C_I = n_I / n$ = concentrations atomiques d'auto-interstitiels par rapport à la densité n de sites
$\vec{J}_L$ = flux surfacique de diffusion de lacunes par rapport au réseau
$\vec{J}_I$ = flux surfacique de diffusion d'auto-interstitiels par rapport au réseau
S_L = source volumique de lacunes au sein du réseau
S_L = source volumique d'auto-interstitiels au sein du réseau

Fonctions et équations d'état

$u(\vec{\alpha}_i^{\,el}, \vec{\alpha}_i^{\,an}, \vec{\omega}^{el}, \vec{\omega}^{an}, \tau^{el}, C_L, C_I, s)$ = fonction d'état énergie interne d'un solide élastique, anélastique et auto-diffusif
$\vec{\Sigma}_k, \vec{\sigma}_k, \vec{s}_k, \vec{m}, p, \vec{\Sigma}_k^{\,cons}, \vec{\sigma}_k^{\,cons}, \vec{s}_k^{\,cons}, \vec{m}^{cons}$ = potentiels mécaniques conjugués respectivement aux tenseurs de distorsions élastiques et anélastiques $\vec{\beta}_i^{\,el}, \vec{\varepsilon}_i^{\,el}, \vec{\alpha}_i^{\,el}, \vec{\omega}^{el}, \tau^{el}, \vec{\beta}_i^{\,an}, \vec{\varepsilon}_i^{\,an}, \vec{\alpha}_i^{\,an}$
$\vec{\Sigma}_k$ = tenseur de contrainte conjugué au tenseur des distorsions élastiques $\vec{\beta}_i^{\,el}$
$\vec{\Sigma}_k^{\,cons}$ = tenseur de contrainte conjugué au tenseur des distorsions anélastiques $\vec{\beta}_i^{\,an}$
$\vec{\sigma}_k$ = tenseur de contrainte conjugué au tenseur des déformations élastiques $\vec{\varepsilon}_i^{\,el}$
$\vec{\sigma}_k^{\,cons}$ = tenseur de contrainte conjugué au tenseur des déformations anélastiques $\vec{\varepsilon}_i^{\,an}$
$\vec{s}_k$ = tenseur de contrainte conjugué au tenseur des cisaillements élastiques $\vec{\alpha}_i^{\,el}$
$\vec{s}_k^{\,cons}$ = tenseur de contrainte conjugué au tenseur des cisaillements anélastiques $\vec{\alpha}_i^{\,an}$
$\vec{m}$ = torseur de moment $\vec{m}$ conjugué au vecteur de rotation élastique $\vec{\omega}^{el}$
$\vec{m}^{cons}$ = torseur de moment conjugué respectivement au vecteur de rotation anélastique $\vec{\omega}^{an}$
p = pression conjuguée au scalaire d'expansion volumique τ^{el}
μ_L = potentiel chimique conjugué à la concentration atomique C_L de lacunes
μ_I = potentiel chimique conjugué à la concentration atomique C_I d'auto-interstitiels
T = potentiel thermique conjugué à l'entropie s du milieu, appelé la température locale

Dislocations et désinclinaisons

$\vec{\boldsymbol{B}}$ = vecteur de Burgers
$\vec{\boldsymbol{\Omega}}$ = vecteur de Frank

$\vec{\lambda}_i$ = densité tensorielle de charge de dislocation

$\vec{\lambda}$ = densité vectorielle de charges de flexion, déduite de la partie anti-symétrique de $\vec{\lambda}_i$

λ = densité scalaire de charges de rotation, déduite de la trace de $\vec{\lambda}_i$

$\vec{\lambda}_i - \vec{e}_i \wedge \vec{\lambda} - \vec{e}_i \lambda$ = densité tensorielle de charge de contorsion

$\vec{\lambda}_i - (\vec{e}_i \wedge \vec{\lambda})/2 - \vec{e}_i \lambda$ = densité tensorielle de charge de torsion

$\vec{\theta}_i = rot\left[\vec{\lambda}_i - \vec{e}_i \wedge \vec{\lambda} - \vec{e}_i \lambda\right]$ = densité tensorielle de charge de désinclinaison

$\theta = div\,\vec{\lambda}$ = densité scalaire de charge de courbure

$\vec{\Lambda}_i$ = charge tensorielle linéique de dislocation d'une ligne de dislocation

$\vec{\Lambda}$ = charge vectorielle linéique de flexion d'une ligne de dislocation coin,

Λ = charge scalaire linéique de rotation d'une ligne de dislocation vis

$\vec{\Pi}_i$ = charge tensorielle surfacique de dislocation d'une membrane mince

$\vec{\Pi}$ = charge vectorielle surfacique de flexion d'une membrane mince de flexion ou de désorientation

Π = charge scalaire surfacique de rotation d'une membrane mince de torsion

$\boldsymbol{q}_\theta$ = charge scalaire globale de courbure d'une boucle prismatique de dislocation

$\boldsymbol{q}_\lambda$ = charge scalaire globale de rotation d'une boucle de désinclinaison vis

$\boldsymbol{Q}_\lambda$ = charge scalaire globale de rotation d'un amas localisé de singularités topologiques

$\boldsymbol{Q}_\theta$ = charge scalaire globale de courbure d'un amas localisé de singularités topologiques

$\vec{J}_i$ = flux surfacique tensoriel de charges de dislocation

$\vec{J}$ = flux surfacique vectoriel de charges de rotation, déduit de la partie anti-symétrique de $\vec{J}_i$

S_n = source volumique scalaire de sites de réseau, déduite de la trace de $\vec{J}_i$

$\vec{\boldsymbol{v}}$ = vitesse relative d'une singularité par rapport au réseau

$\vec{\Upsilon}_i$ = flux tensoriel linéïque de charge de dislocation par unité de longueur de dislocation

$\vec{\Upsilon}$ = flux vectoriel linéïque de flexion par unité de longueur de dislocation

Υ = source linéïque de sites de réseau par unité de longueur de dislocation

$\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ = force de Peach et Koehler agissant par unité de longueur sur une dislocation

$E_t(d) = \gamma d + E_d(d)$ = énergie totale de dissociation d'une dislocation en deux partielles, en fonction de la distance d les séparant

$E_d(d)$ = énergie d'interaction de deux partielles en fonction de la distance d les séparant, par unité de longueur de dislocation

γ = énergie de faute d'empilement par unité de surface

Un des problèmes fondamentaux de la physique moderne est la recherche de la Théorie du Tout, capable d'expliquer la nature de l'espace-temps, ce qu'est la matière et comment la matière interagit. Il existe de nombreuses propositions comme la "Grande Unification", la Gravité Quantique, la Gravitation Quantique à Boucles, les Théories de Cordes et de Supercordes, la Supersymétrie et la Théorie M. Cependant, aucune de ces approches n'est capable pour l'instant d'expliquer de manière consistante et en même temps, l'électromagnétisme, la relativité, la gravitation, la physique quantique et les particules élémentaires observées.
En développant une théorie complète de la déformation des réseaux solides en coordonnées d'Euler, on constate que celle-ci peut être utilisée pour décrire l'évolution spatio-temporelle de l'Univers, en lieu et place de la relativité générale. De la sorte, il est suggéré que l'Univers pourrait être un réseau tridimensionnel, élastique et massif, décrit dans l'espace absolu par des coordonnées d'Euler, et que les composants fondamentaux de la Matière Ordinaire pourraient consister en des singularités topologiques de ce réseau, à savoir diverses boucles de dislocation, de désinclinaison et de dispiration. On trouve ainsi que, pour un réseau isotrope obéissant à la loi de Newton, avec des propriétés élastiques très spécifiques, les comportements de ce réseau et de ses défauts topologiques obéissent à « toute » la physique connue. En effet, cette *théorie de l'éther cristallin* contient intrinsèquement et permet de déduire directement les divers formalismes de l'électromagnétisme, de la relativité restreinte, de la relativité générale, de la gravitation et de la physique quantique. Elle permet aussi de donner des réponses simples à des questions de longue date de la physique moderne, comme l'expansion de l'univers, le big-bang, la matière et l'énergie noires, le spin des particules ou la décohérence quantique. Mais il y apparaît surtout une toute nouvelle charge scalaire, *la charge de courbure*, qui n'a pas d'analogue dans les théories modernes de la physique, qui fait apparaître une très faible déviation au principe d'équivalence d'Einstein entre masse gravifique et masse d'inertie, et qui permet d'expliquer très simplement la faible asymétrie existant entre matière et antimatière, l'origine de la force d'interaction faible, la formation des galaxies, la disparition de l'antimatière de l'univers, la formation de gigantesques trous noirs au cœur des galaxies ainsi que la nature de la fameuse matière sombre. De plus, en décrivant dans cette troisième version l'éther cristallin par un *réseau cubique à faces centrées avec des symétries axiales*, on a pu identifier une structure de réseau dont les défauts topologiques en boucles coïncident parfaitement avec la zoologie complexe et le comportement des particules élémentaires, et qui permet d'expliquer physiquement et assez simplement la nature des forces faible et forte, l'existence de trois familles de particules dans le modèle standard ainsi que le comportement asymptotique de la force forte.

Gérard Gremaud reçoit son diplôme d'ingénieur-physicien en 1974 et son doctorat en physique en 1981 à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL). A partir de là, il devient responsable de recherche à l'EPFL. En 2005, il obtient le titre de professeur EPFL. En 2011, il reçoit la Médaille Zener. Depuis 2012, il est professeur honoraire de l'EPFL. Domaines de recherche : dynamique des dislocation, transitions de phase structurales, propriétés mécaniques et tribologiques à l'échelle du nanomètre, propriétés mécaniques des milieux granulaires vibrés, spectroscopie mécanique.

Troisième version du livre « vulgarisé », revue et corrigée, mai 2021