Chapitre 3

Le «Réseau Cosmologique» et ses propriétés

Par l'introduction d'une énergie de déformation élastique du réseau, appelée *énergie interne élastique*, exprimée *par unité de volume de réseau* et dépendante à la fois de *l'expansion volumique*, *des cisaillements* et surtout *des rotations locales* au sein du réseau, on obtient un réseau imaginaire, qu'on dénommera *«réseau cosmologique».* Ce réseau possède *une équation de Newton* très particulière, dans laquelle apparaît notamment *un terme inédit de force*, qui est directement lié à l'énergie de distorsion due aux singularités topologiques contenues dans le réseau, et qui sera appelé par la suite à jouer un rôle fondamental dans les analogies avec la Gravitation et avec la Physique Quantique.

La propagation d'ondes dans le réseau cosmologique présente des particularités très intéressantes. La propagation d'ondes transversales de polarisation linéaire y est toujours associée à des ondelettes longitudinales, et la propagation d'ondes transversales pures ne peut se faire que par *des ondes à polarisation circulaire,* ce qui aura par la suite un lien direct avec l'existence des photons. D'autre part, la propagation d'ondes longitudinales peut disparaître au profit de l'apparition de *modes de vibrations longitudinales localisées* dans le cas où l'expansion volumique du milieu est inférieure à une certaine valeur critique, ce qui aura par la suite un lien direct avec la physique quantique.

Il apparaît aussi une *courbure des rayons d'onde* au voisinage d'une singularité de l'expansion volumique du réseau. Ce phénomène permet de trouver les conditions auxquelles doit satisfaire le champ d'expansion associé à une singularité topologique pour qu'il apparaisse un piège qui capture toutes les ondes transversales, autrement dit un *«trou noir».*

Un réseau cosmologique fini dans l'espace absolu peut présenter *une expansion et/ou une contraction volumique dynamique,* moyennant qu'il contienne une certaine quantité d'énergie cinétique, phénomène tout à fait similaire à l'expansion cosmologique de l'Univers. Suivant les signes et les valeurs des modules élastiques, plusieurs types de comportements cosmologiques du réseau sont possibles, dont certains présentent les phénomènes *de big-bang, d'inflation rapide et d'accélération de la vitesse d'expansion,* et qui peuvent être suivis dans certains cas d'une *re-contraction du réseau conduisant à un phénomène de big-bounce.* On en déduit que c'est *l'énergie élastique contenue dans le réseau et due à l'expansion* qui est responsable de ces phénomènes, et notamment de *l'accroissement de la vitesse d'expansion*, phénomène qui est observé sur l'Univers actuel par les astrophysiciens et qui est attribué par eux à une hypothétique *«énergie noire»*.

Le «réseau cosmologique» et son équation de Newton

Introduisons un réseau solide imaginaire, qu'on nommera arbitrairement «*réseau cosmologique»*, *et* dont *l'énergie interne de distorsion est exprimée par unité de volume* sous forme d'un développement de l'expansion volumique τ , des cisaillements élastiques $\vec{\alpha}_i^{\acute{e}l}$ et anélastiques

$\vec{\alpha}_i^{an}$, mais aussi directement des vecteurs de rotation élastique $\vec{\omega}^{él}$ et anélastique $\vec{\omega}^{an}$. Notre conjecture initiale est donc *à priori* la suivante: l'énergie interne du «réseau cosmologique» s'exprime comme une fonction $U^{déf} = U^{déf}\left[\tau, \tau^2, (\vec{\alpha}_i^{\,él})^2, (\vec{\omega}^{\,él})^2, (\vec{\alpha}_i^{\,an})^2, (\vec{\omega}^{\,an})^2\right]$ de l'état de déformation par unité de volume de réseau.

Un tel réseau correspond en fait au réseau parfait isotrope le plus général qu'on puisse imaginer si on fait dépendre son énergie à la fois linéairement des expansions volumiques et quadratiquement des expansions volumiques, des cisaillements et des rotations par déformation de torsion. Toujours par esprit de simplification, on peut encore supposer qu'il n'existe pas d'anélasticité par expansion volumique dans ce réseau. La fonction d'état par unité de volume de ce *réseau cosmologique* s'écrit par conséquent sous la forme de l'expression présentée dans la figure 3.1, dans laquelle apparaît quatre constantes élastiques K_0, K_1, K_2, K_3 et deux constantes anélastiques K_1^{an}, K_2^{an} qui caractérisent complètement l'élasticité et l'anélasticité de ce réseau.

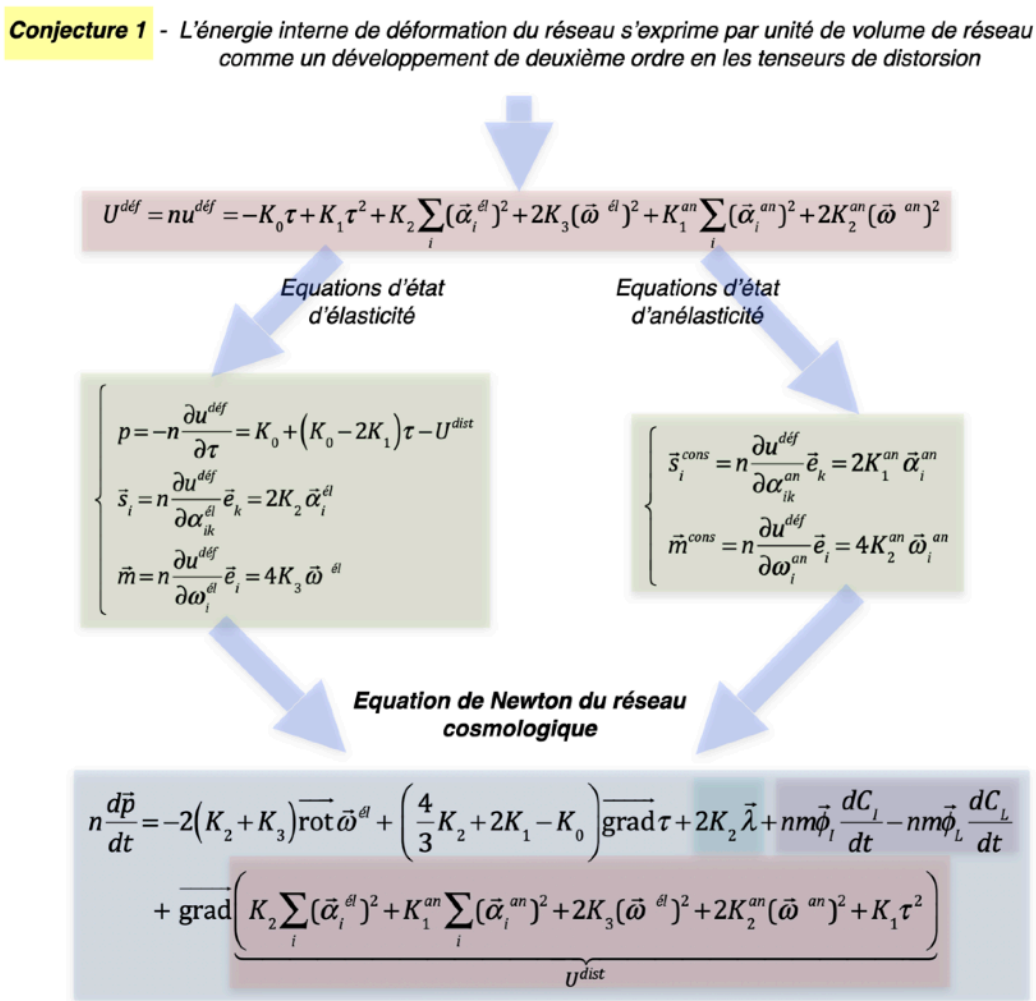

Figure 3.1 *- La première conjecture qui conduit au réseau cosmologique et à son équation de Newton*

On en déduit alors cinq *équations d'état de l'élasticité et de l'anélasticité*, respectivement pour le scalaire de pression p, les tenseurs symétriques transverses de contraintes de ci-

saillement $\vec{s}_i$ et $\vec{s}_i^{cons}$ ainsi que les torseurs de moment $\vec{m}$ et $\vec{m}^{cons}$, qui sont aussi reportées dans la figure 3.1. Ces équations d'état peuvent être utilisées pour effectuer un calcul assez fastidieux qui fournit finalement l'*équation de Newton du réseau cosmologique* reportée dans la figure 3.1. Cette équation est bien une équation de Newton car elle fournit *la variation temporelle de la quantité de mouvement par site de réseau prise le long de la trajectoire du milieu* en fonction des variations spatiales des tenseurs de distorsion, via les constantes élastiques et anélastiques.

Nous verrons par la suite que cette équation de Newton va jouer un rôle absolument central sur le comportement du *réseau cosmologique*. Elle est assez compliquée, notamment de par la présence de *la densité de charge de flexion* $\vec{\lambda}$, de termes liés à *la diffusion des défauts ponctuels intrinsèques* et surtout du *terme inédit de force* dépendant directement de *la densité volumique d'énergie interne de distorsion* U^{dist}, qui est directement liée à l'énergie de distorsion élastique et anélastique, à savoir les termes quadratiques de l'énergie de déformation $U^{déf}$, due aux singularités topologiques contenues dans le réseau, et qui sera appelée par la suite à jouer un rôle fondamental dans les analogies avec la Gravitation et avec la Physique Quantique.

Le fait d'introduire une énergie de rotation avec des termes en $\vec{\omega}^{él}$ et $\vec{\omega}^{an}$ dans l'expression de l'énergie interne du réseau cosmologique, de même que le fait de développer son énergie interne par unité de volume et non par site de réseau, ne sont pas du tout élémentaires à comprendre, et font vraiment de ce réseau *un réseau parfaitement imaginaire* dont on ne trouve absolument pas d'équivalent parmi les solides usuels.

Plutôt que de se lancer maintenant dans une recherche superfétatoire d'interprétation de la *«face cachée»* de ce réseau imaginaire, il semble préférable de commencer par explorer en détail les conséquences que cette *face cachée* implique au niveau des comportements que peut présenter le réseau cosmologique. C'est donc à cette tâche qu'est dévolue toute la suite de ce livre, qui sera consacrée à extraire la substantifique moelle de cette *face cachée.* Pour ce faire, on va montrer que c'est *l'équation de Newton* qu'on vient de déduire qui présente des propriétés spectaculaires et qui est au coeur des très nombreuses analogies que nous allons développer dans la suite avec les grandes théories de la physique, à savoir l'Electromagnétisme de Maxwell, la Gravitation de Newton, la Relativité Générale d'Einstein, la Transformation de Lorentz et la Relativité Restreinte d'Einstein, et même la Physique Quantique et le Modèle Standard des particules élémentaires.

Perturbations transversales et longitudinales dans le réseau cosmologique

On va s'intéresser en premier lieu aux perturbations transversales et longitudinales qui peuvent régner au sein du réseau cosmologique. Il y apparaît des phénomènes vibratoires assez surprenants (figure 3.2), comme l'existence d'un *mode de propagation d'ondes transversales polarisées linéairement qui sont obligatoirement couplées à des ondelettes longitudinales,* alors que des ondes transversales polarisées circulairement sont exemptes de ces ondelettes. Il existe aussi la possibilité d'une propagation *d'ondes longitudinales*. Mais, sous certaines conditions qui dépendent fortement des modules élastiques et de l'état d'expansion de repos du réseau, le mode de propagation longitudinale peut disparaître et être remplacé par un *mode*

très étonnant de vibrations localisées d'expansion, qui va jouer par la suite un rôle clef dans les analogies avec la gravitation et la physique quantique.

Pour discuter ces divers modes de perturbations mécaniques dans le réseau cosmologique, on va émettre des hypothèses simplificatrices, à savoir qu'il n'existe pas de perturbations anélastiques, donc que $\vec{\alpha}_i^{\,an} = 0$ et $\vec{\omega}^{an} = 0$, qu'il n'existe pas de lacunes et d'auto-interstitiels, donc que $C_I = C_L \cong 0$ et qu'il n'existe pas de densité de charges de flexion $\vec{\lambda}$, donc que $\vec{\lambda} = 0$.

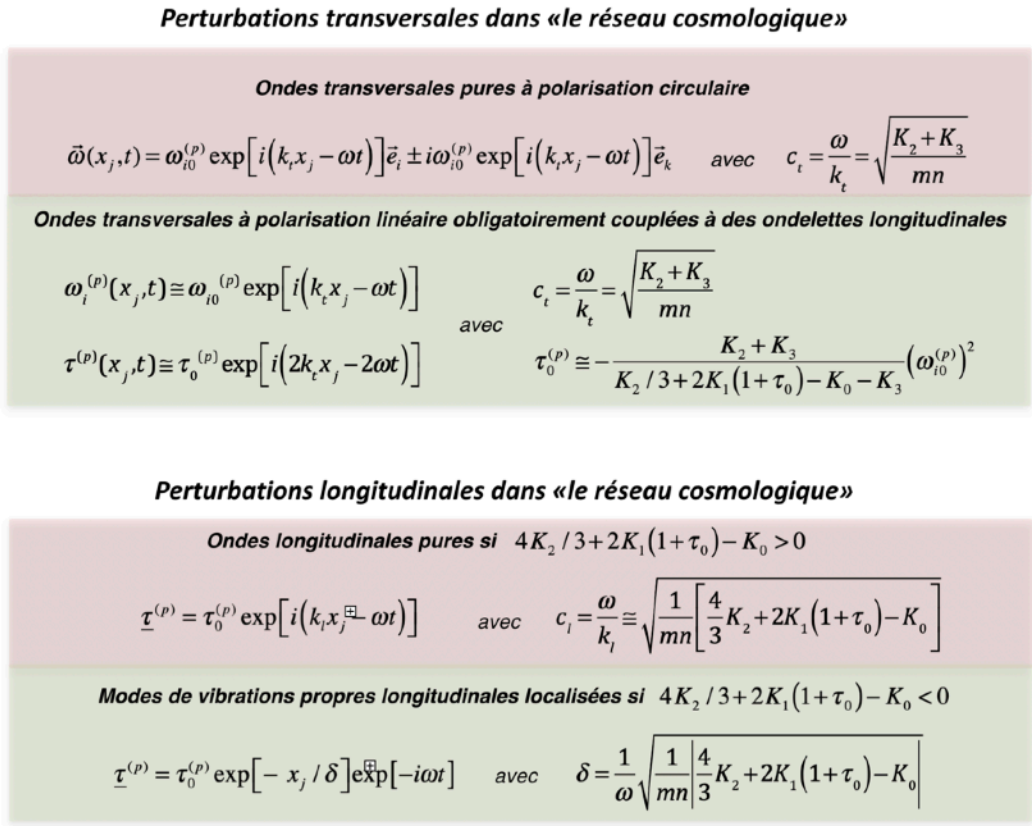

Figure 3.2 *- Perturbations transversales et longitudinales dans le réseau cosmologique*

On va supposer de plus que l'état d'expansion volumique de fond du solide est une constante valant τ_0, de sorte que l'expansion volumique totale du réseau s'écrit $\tau = \tau_0 + \tau^{(p)}$, dans laquelle $\tau^{(p)}$ représente les perturbations mécaniques de l'expansion autour de la valeur de repos τ_0. Pour calculer les divers modes de perturbations, on injecte l'expression de la quantité de mouvement des perturbations, à savoir $\vec{p}^{\,(p)} = m\dot{\vec{\phi}}^{(p)}$, dans l'équation de Newton de la figure 3.1. On peut alors décrire quatre modes de perturbations différents:

- *la propagation d'une onde transversale polarisée linéairement* dans le réseau cosmologique, c'est-à-dire d'une onde pour laquelle la vibration des particules du réseau est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Une telle onde satisfait une équation d'onde tout-à-fait conventionnelle à la condition que son amplitude ne soit pas trop forte. Mais elle obligatoirement accompagnée d'une *ondelette longitudinale* qui se propage dans la même direction et à la même vitesse que la perturbation transversale. La fréquence de cette ondelette longitudinale

est le double de la fréquence ω de la perturbation transversale, et son amplitude est proportionnelle au carré de l'amplitude des perturbations transversales. On notera aussi que la célérité de propagation de la perturbation transversale dépend fortement de l'expansion volumique τ_0 de fond du réseau puisque la valeur de la densité de sites n du réseau qui apparaît dans les expressions de la célérité $c_t = \omega / k_t$ des ondes transversales est une fonction exponentielle $n = n_0 \mathrm{e}^{-\tau_0}$ de l'expansion volumique τ_0 de fond du réseau**.**

- *la propagation d'une onde transversale polarisée circulairement* dans le réseau cosmologique, c'est-à-dire d'une onde pour laquelle la vibration des particules du réseau tourne autour de la direction de propagation de l'onde. On dit qu'une telle onde présente une *hélicité positive ou négative* suivant que la direction de vibration des particules fait une rotation dextrogyre ou lévogyre de 360° sur une longueur d'onde. Les ondes transversales polarisées circulairement sont pures, en ce sens qu'elles ne sont pas couplées à des ondelettes longitudinales.

- *la propagation d'une onde longitudinale* dans le réseau cosmologique, c'est-à-dire d'une onde pour laquelle la direction de vibration des particules du réseau est la même que la direction de propagation de l'onde est assez compliquée à calculer, car les équations de propagation sont fortement non-linéaires et dépendent directement de l'état d'expansion de repos τ_0 du réseau. En ce cas, on considère uniquement des perturbations $\tau^{(p)}$ très faibles au sein du réseau, ce qui permet de linéariser les équations d'ondes. La célérité c_l des ondes longitudinales de faible amplitude qui apparaît dans la figure 3.2 s'exprime avec la racine carrée d'un argument qui doit être positif pour qu'elle existe. Comme cet argument dépend à la fois des constantes élastiques K_0, K_1, K_2 et de l'état d'expansion volumique de repos τ_0 du réseau, de manière directe et de manière exponentielle via l'expression $n = n_0 \mathrm{e}^{-\tau_0}$ *, l'existence d'une propagation d'onde longitudinale est soumise à la condition* $4K_2/3 + 2K_1\left(1+\tau_0\right) - K_0 > 0$.

- les perturbations longitudinales sous forme de modes propres localisés de vibrations de l'expansion volumique. Dans le réseau cosmologique, si la célérité c_l des ondes longitudinales devient un nombre imaginaire (c'est ainsi qu'on appelle la racine carrée d'un nombre négatif), *il n'existe plus de propagation d'ondes longitudinales*. En ce cas, on peut réécrire la solution complexe des perturbations sous la forme représentée dans la figure 3.2. Il survient ici un phénomène très étonnant, à savoir l'apparition de *modes propres localisés de vibrations longitudinales,* qui ne se propagent pas à grande distance, mais qui sont au contraire confinés sur des distances de l'ordre de δ. Pour de fortes amplitudes des ces modes localisés de perturbations longitudinales, ceux-ci deviendront non-linéaires et dépendront donc fortement de l'amplitude des perturbations $\tau^{(p)}$. L'apparition de ces modes «étranges» est évidemment soumise à la condition que $4K_2/3 + 2K_1\left(1+\tau_0\right) - K_0 < 0$.

Il est remarquable que dans le réseau cosmologique, la célérité des ondes transversales $c_t = \omega / k_t$ dépendent exponentiellement de l'état d'expansion τ du réseau via la valeur d'un terme multiplicatif valant $\mathrm{e}^{\tau/2} / \sqrt{n_0}$. De même en va-t-il d'ailleurs avec la célérité des ondes longitudinales c_l, quoiqu'il existe en plus dans ce cas une dépendance de leur célérité via un terme τ au sein de l'argument de la racine.

Il est aussi remarquable que les ondes transversales polarisées linéairement soient forcément couplées à des ondelettes longitudinales dans le réseau cosmologique, et que les seules ondes transversales qui soient pures, non couplées à des ondelettes longitudinales, sont alors les ondes de rotation à polarisation circulaire droite ou gauche, c'est-à-dire des ondes transver-

sales d'hélicité positive ou négative. Etrangement, on retrouve déjà là une propriété propre aux photons de l'Univers réel, à savoir que les photons sont obligatoirement d'hélicité non nulle. Comme les photons sont des objets quantiques, on retrouve là une particularité étonnante sur laquelle on reviendra.

L'existence de domaines d'expansion volumique du réseau cosmologique dans lesquels la propagation d'ondes longitudinales n'est pas possible, lorsque $4K_2/3+2K_1(1+\tau_0)-K_0<0$ correspond bien par analogie avec le fait qu'il n'existe pas de propagation d'ondes longitudinales dans la théorie de la Relativité Générale d'Einstein. En effet, dans cette dernière, les ondes gravitationnelles sont des ondes transverses, définies comme la propagation de perturbations de la métrique espace-temps. Ces ondes ont une symétrie tensorielle, avec deux polarisations indépendantes perpendiculaires à la direction de propagation, au contraire des perturbations longitudinales qui ont une symétrie scalaire.

La condition $4K_2/3+2K_1(1+\tau_0)-K_0<0$ pour qu'il n'existe pas d'ondes longitudinales implique l'existence d'une *expansion critique* τ_{0cr} *de fond du réseau*, limite entre les domaines d'expansion où il existe et où il n'existe pas d'ondes longitudinales. Pour que le «réseau cosmologique» présente des analogies avec la Gravitation Générale d'Einstein, avec l'électromagnétisme et avec les photons de la physique quantique, il faut qu'il n'existe pas d'ondes longitudinales, mais qu'il existe des ondes transversales pures de polarisation circulaire. D'où la nécessité d'émettre une deuxième conjecture qui est reportée à la figure 3.3.

Conjecture 2 *- Pour que le «réseau cosmologique» présente des analogies avec la Gravitation Générale d'Einstein, avec l'électromagnétisme et avec les photons de la physique quantique, il faut nécessairement que:*

1) *il existe des ondes transversales de polarisation circulaire* $\Rightarrow$ $K_2+K_3>0$

2) *il n'existe pas d'ondes longitudinales* $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \tau_0<\tau_{0cr}=\dfrac{K_0}{2K_1}-\dfrac{2K_2}{3K_1}-1 & (si\ K_1>0) \\ \tau_0>\tau_{0cr}=\dfrac{K_0}{2K_1}-\dfrac{2K_2}{3K_1}-1 & (si\ K_1<0) \end{cases}$$

Figure 3.3 *- La deuxième conjecture nécessaire pour le réseau cosmologique*

Cette conjecture implique, pour qu'il n'existe pas d'ondes longitudinales, que l'expansion volumique τ_0 du réseau cosmologique soit plus petite ou plus grande que la valeur de l'*expansion critique* τ_{0cr} suivant que le module élastique K_1 est positif ou négatif.

En l'absence d'ondes longitudinales, le réseau cosmologique présente alors *des modes propres localisés de perturbations longitudinales*, donc des vibrations locales du scalaire d'expansion volumique τ. De tels modes font immédiatement penser aux idées de fluctuations quantiques de la gravitation à très faible échelle puisqu'ils affectent le scalaire τ qui présente indéniablement un lien avec le champ de gravitation. Mais ces perturbations localisées du sca-

laire d'expansion volumique font aussi penser aux fluctuations quantiques du vide décrites par la physique quantique. On peut dès lors, sur la base de cette analogie entre τ et le champ de gravitation, se poser la question suivante: «est-ce la gravité qu'il faut quantifier à très petite échelle, ou est-ce plutôt la gravitation qui est, à très petite échelle, responsable de la physique quantique?» On tentera d'apporter dans la suite quelques éléments de réponse à cette question d'actualité des plus pertinentes.

Courbure des rayons d'ondes par une singularité de l'expansion et trous noirs

Parmi les comportements surprenants que peut présenter un réseau cosmologique en ce qui concerne la propagation d'ondes, il apparaît *une courbure non-dispersive des rayons de propagation d'ondes par un gradient d'expansion volumiqu*e dû à la présence d'une singularité topologique forte de l'expansion τ . Cette courbure peut aller jusqu'à la formation de «*trous noirs»* absorbant toutes les ondes passant dans sa proximité, ou de *«trous blancs»* impénétrables, repoussant toutes les ondes passant en sa proximité.

Le fait que les célérités des ondes transversales et longitudinales augmentent non-linéairement avec la valeur de l'expansion volumique statique τ via la valeur de la densité de sites $n = n_0 \, \mathrm{e}^{-\tau}$ va entraîner une courbure des rayons de propagation de ces ondes si celles-ci passent dans le voisinage direct d'une singularité d'expansion volumique au sein du réseau, comme illustré dans la figure 3.4.

En effet, imaginons un réseau cosmologique immobile dans le référentiel absolu de l'observateur ***GO*** et contenant une singularité d'expansion volumique de symétrie sphérique située au centre du système de coordonnées $O\xi_1\xi_2\xi_3$. Considérons aussi une onde longitudinale ou transversale, initialement plane, arrivant vers cette singularité selon une direction initiale donnée. La vitesse de propagation augmente ou diminue en s'approchant de la singularité, sous l'effet de la densité $n = n_0 \, \mathrm{e}^{-\tau}$. Suivant que la singularité de τ est «positive» (τ passe par un maximum à l'origine) ou «négative» (τ passe par un minimum à l'origine), il va apparaître une courbure des rayons de propagation des ondes, de telle sorte que l'onde semble repoussée par une «singularité positive», ou attirée par une «singularité négative».

Ce phénomène ne dépend pas de la forme du champ autour de la singularité, mais uniquement de son gradient, c'est-à-dire de *la pente de la fonction* $\tau(r)$. Pour une onde plane incidente sur la singularité, ce phénomène d'accélération ou de freinage de l'onde entraînera alors une déformation des plans d'onde similaire à l'effet d'une lentille divergente dans le cas d'une «singularité positive» ou d'une lentille convergente dans le cas d'une «singularité négative». De plus, comme ce phénomène ne dépend pas de la fréquence de l'onde, la singularité se comporte comme une lentille convergente ou divergente *de nature non-dispersive* dans le réseau cosmologique, c'est-à-dire qui ne dépend pas de la fréquence de l'onde incidente.

Imaginons maintenant que, dans un réseau cosmologique immobile dans le référentiel absolu de l'observateur ***GO***, et contenant une *«singularité négative»* de l'expa $O\xi_1\xi_2\xi_3$ nsion volumique $\tau(r)$, de symétrie sphérique, située au centre du système de coordonnées , il passe une onde transversale *(* $c_i = c_t$ *)* ou longitudinale *(* $c_i = c_l$ *)* au voisinage de la singularité, à une distance $r = r_{cr}$ de l'origine de la singularité telle que les plans d'onde situés au voisinage de r_{cr} seront toujours parallèle à une ligne passant par l'origine, de sorte que le rayon de l'onde transversale ou longitudinale située en $r = r_{cr}$ est en fait une cercle centré sur l'origine, comme illus-

tré à la figure 3.5. La *condition d'existence* de cette sphère de perturbations autour de la singularité dépend effectivement de la pente de $\tau(r)$ et elle est explicitée dans la figure 3.5.

Ainsi, si une onde transversale ou longitudinale passe à une distance $r \le r_{cr}$ satisfaisant cette relation, il devient impossible que celle-ci puisse s'échapper de la sphère virtuelle de rayon r_{cr}. Si le champ de la singularité présente un gradient monotone croissant depuis son origine, la courbure des rayons d'ondes situés à l'intérieur de cette sphère critique sera encore accentuée, de sorte que toutes ces ondes seront définitivement piégées par la singularité. Par analogie avec la *«sphère de photons»* entourant un *trou noir* en relativité générale, on appellera *«sphère des perturbations transversales et longitudinales»* la couche située à une distance $r = r_{cr}$ du coeur de la singularité. Il est clair que l'existence d'une telle *sphère de perturbations* est soumise à la condition que celle-ci se situe en-dehors de *l'«objet»* responsable de la singularité négative du champ d'expansion. Si le rayon de cet *«objet»* est R, on déduit qu'il faut aussi que $r_{cr} > R$ fasse partie des conditions d'existence d'un *«trou noir».*

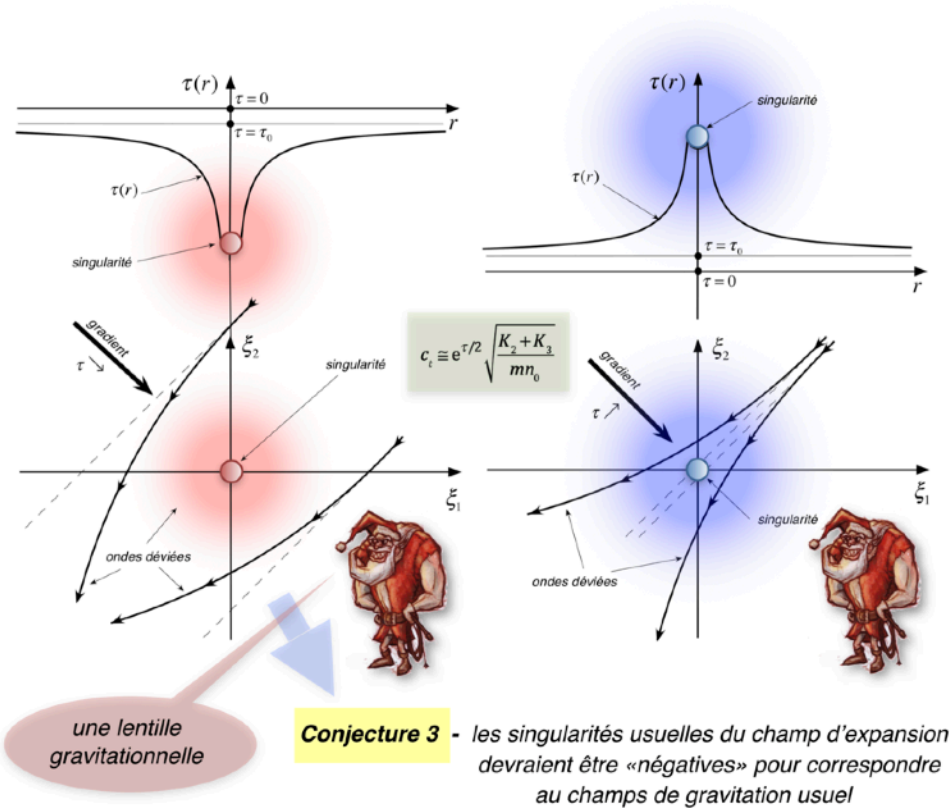

Figure 3.4 *- La courbure des rayons d'onde au voisinage d'une singularité de l'expansion volumique τ de symétrie sphérique*

Nous avons vu à la section précédente que la propagation d'ondes longitudinales dans le réseau parfait est soumise à la condition que l'expression $4K_2/3 + 2K_1(1+\tau_0) - K_0$ soit positive. Cette condition prend la forme d'une condition sur l'expansion volumique de fond τ_0 du réseau, qui doit être plus grande ou plus petite qu'une valeur critique τ_{0cr} donnée dans la figure 3.3. Si la propagation d'ondes longitudinales est possible dans le réseau, alors les ondes

longitudinales subiront aussi le phénomène de piégeage à la limite $r = r_{cr}$. Dans le cas où $K_1 > 0$, il intervient encore un autre phénomène. En effet, si la singularité présente un gradient monotone croissant depuis son origine, il pourrait exister un rayon $r = r_{cr2}^{(l)} < r_{cr}$ l'entourant au-delà duquel la valeur de $\tau(\vec{r})$ devient inférieur à τ_{0cr} , de sorte que toute onde longitudinale piégée initialement à la limite $r = r_{cr}$, atteindra ensuite cette deuxième limite $r = r_{cr2}^{(l)} < r_{cr}$ au-delà de laquelle elle ne pourra même plus se propager, mais viendra accroître des modes propres de vibrations longitudinales localisés à l'intérieur de ce volume. Dans le cas où $K_1 < 0$, ce même phénomène n'existe pas puisque l'existence d'une propagation implique que $\tau(r) < \tau_0 < \tau_{0cr}$ en ce cas.

Le réseau cosmologique présente une analogie très intéressante avec la théorie de la Gravitation Générale d'Einstein puisque qu'on peut y trouver, au voisinage de singularités de l'expansion volumique, des *sphères de perturbations* très similaires à la *sphère de photons* entourant un *trou noir*. On déduit donc de cet *effet non-dispersif de courbure des rayons par les gradients de l'expansion volumique* que *le scalaire d'expansion volumique a assurément une relation analogique forte avec le champ de gravitation* en Relativité Générale.

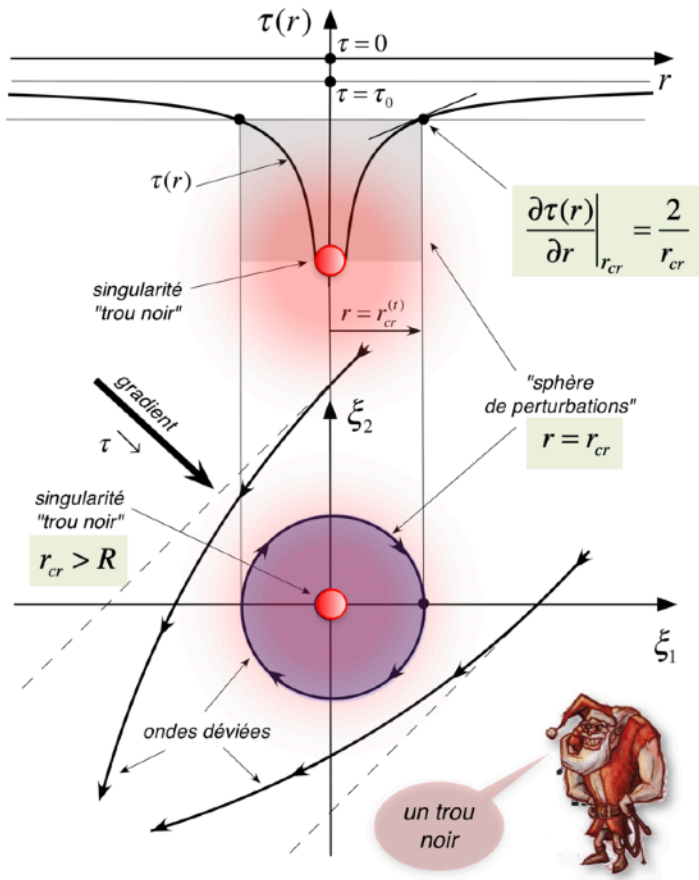

Figure 3.5 *- La «sphère de perturbations», véritable «trou noir» au voisinage d'une singularité négative de* τ

Il est intéressant aussi de constater que seule une singularité négative de τ possède cette propriété similaire à celle d'un *«trou noir»*, captant toutes les ondes passant dans sa proximité,

alors qu'une singularité positive de τ se comporterait comme un «*trou blanc*», c'est-à-dire comme une entité qui repousserait les ondes, et qui ne pourrait donc pas être pénétrée par des ondes. D'où la troisième conjecture pour notre analogie avec la Gravitation, reportée dans la figure 3.4

Il est tout-à-fait remarquable de constater que la courbure des ondes par un gradient d'expansion volumique et l'existence d'une sphère de perturbations autour d'une singularité localisée d'expansion volumique sont exclusivement dues au développement de l'énergie interne *par unité de volume* que nous avons utilisé pour le réseau cosmologique. En effet, si on essaie de regarder de plus près ce qui se passerait dans le cas d'un *solide parfait* pour lequel l'énergie interne serait écrite comme un développement exprimé *par site de réseau*, on constaterait que la célérité des ondes transversales serait «invariante» quel que soit l'état d'expansion du réseau, ce qui ne peut évidemment pas conduire à une courbure non dispersive des rayons d'onde en présence d'un gradient d'expansion volumique, ni à l'apparition d'une sphère de perturbations en présence d'une singularité localisée d'expansion volumique. Cette analogie justifie donc *à fortiori* la conjecture 1 que nous avions posée à la figure 3.1, puisque c'est elle qui permet l'existence de la courbure des ondes et de la sphère de perturbations dans le réseau cosmologique.

Expansion-contraction cosmologique d'une sphère de réseau parfait et énergie noire

En considérant une sphère imaginaire finie de *réseau cosmologique*, on peut introduire le concept d'«*évolution cosmologique*» du réseau, en supposant qu'on lui injecte une certaine quantité d'énergie cinétique. En ce cas, le réseau présente de fortes variations temporelles de son expansion volumique, qu'on peut modéliser de façon très simpliste en supposant que l'expansion volumique reste parfaitement homogène dans tout le réseau au cours de son évolution.

Imaginons que, dans le référentiel absolu $\boldsymbol{O}\xi_1\xi_2\xi_3$, le ***GO*** observe un solide, de forme sphérique, de rayon R_U, constitué d'un réseau de N mailles (figure 3.6), et que ce solide possède une expansion volumique homogène de fond qui dépend du temps, mais pas de la position au sein du milieu, de sorte que $\tau(t)=\tau_0(t)\neq\tau_0(\vec{\xi},t)$. En ce cas, le ***GO*** observera que le rayon R_U de cette sphère solide dépend du temps $R_U = R_U(t)$ et donc que cette sphère aura tendance à se dilater ou se contracter. Ce comportement, que l'on pourrait qualifier de *«cosmologique»* par analogie aux *théories cosmologiques d'expansion de l'Univers*, implique forcément la conservation de l'énergie, à savoir que l'énergie totale $\boldsymbol{E}$ du solide, composée de l'énergie élastique $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$ d'expansion et de l'énergie cinétique $\boldsymbol{T}(\tau)$ d'expansion, est une constante.

L'énergie cinétique totale $\boldsymbol{T}$ d'expansion volumique est forcément liée à la vitesse d'expansion, qu'on peut caractériser par la vitesse $\vec{\phi}_U(t)$ de la surface de la sphère (figure 3.6). L'énergie cinétique $\boldsymbol{T}$ peut alors s'obtenir en sommant (par intégration sur toute la sphère) l'énergie cinétique des sites de réseau situés dans une calotte sphérique de rayon r et d'épaisseur dr. La vitesse d'expansion dans la calotte sphérique est simplement donnée par $\phi(r)=\phi_U\ r/R_U$ puisque l'expansion volumique τ a été supposée homogène. De l'expression de l'énergie cinétique $\boldsymbol{T}$ obtenu ainsi en fonction de $\vec{\phi}_U$ et du nombre total de site N contenus dans la sphère, on déduit la dépendance de $\phi_U(\tau)$ en fonction de $\boldsymbol{T}(\tau)$. D'autre part, comme $\boldsymbol{T}(\tau)=\boldsymbol{E}-\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$, *on obtient finalement la dépendance de* $\phi_U(\tau)$ *en fonction de* $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$.

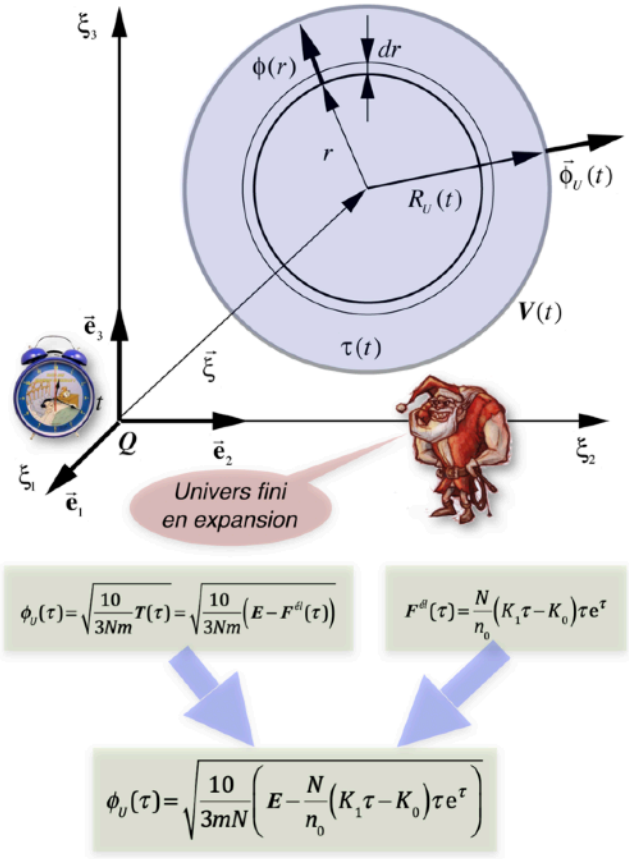

Figure 3.6 *- Expansion volumique «cosmologique» $\tau(t)$ d'une sphère solide imaginaire*

Mais l'énergie élastique totale peut se calculer assez facilement à partir de la fonction d'état du réseau $U^{déf}$ *puisque* τ est homogène dans l'espace de la sphère et que les autres tenseurs de distorsion sont nuls. Avec l'expression de $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$ *calculée et reportée dans la figure 3.6* , on peut directement exprimé $\phi_U(\tau)$ en fonction de τ et de l'énergie totale par site de réseau $\boldsymbol{E}/N$. L'expression $\phi_U(\tau)$ reportée à la figure 3.6 montre qu'il est possible de tracer ϕ_U en fonction de τ , pour diverses valeurs de $\boldsymbol{E}/N$. Comme cette expression dépend aussi des deux constantes élastiques K_0 et K_1 , on va obtenir huit graphes différents, reportés dans la figure 3.8, suivant que ces deux constantes élastiques sont positives, nulles ou négatives, sachant que le graphe dans le cas où les deux constantes étaient nulles n'a pas de sens.

A titre d'exemple, considérons le cas du réseau pour lequel $K_0 > 0$ et $K_1 > 0$. Les relations de la figure 3.6 permettent de déduire son *«comportement cosmologique»*, comme représenté à la figure 3.7:

- si $\boldsymbol{E} < 0$, le réseau présente une seule trajectoire possible, entièrement située dans le domaine $\tau > 0$, et qui correspond à se dilater et se contracter indéfiniment entre deux valeurs extrêmes de τ ,
- si $0 < \boldsymbol{E} < \boldsymbol{F}^{él}_{max}$, le réseau présente deux trajectoires possibles: la première correspond à se dilater et se contracter indéfiniment entre une valeur positive et une valeur négative de τ , et la deuxième correspond à osciller indéfiniment entre une valeur négative de τ et une expansion tendant vers $\tau \to -\infty$,

- si $E > F_{max}^{él}$, le réseau présente une seule trajectoire possible très intéressante. Il pulse indéfiniment en passant d'un *big-bang* vers un *big crunch*. Le big-bang est suivi d'une phase d'expansion rapide, suivi par un ralentissement, puis à nouveau une expansion à vitesse croissante, et soudainement une inversion de la vitesse d'expansion, pour se recontracter en suivant en sens inverse tous les stades parcourus lors de l'expansion. La contraction se termine par un big crunch, qui ne peut être suivi que par un bigbang puisque le réseau a alors accumulé une énergie cinétique totale T égale à E, phénomène qualifié de «*big bounce*»..

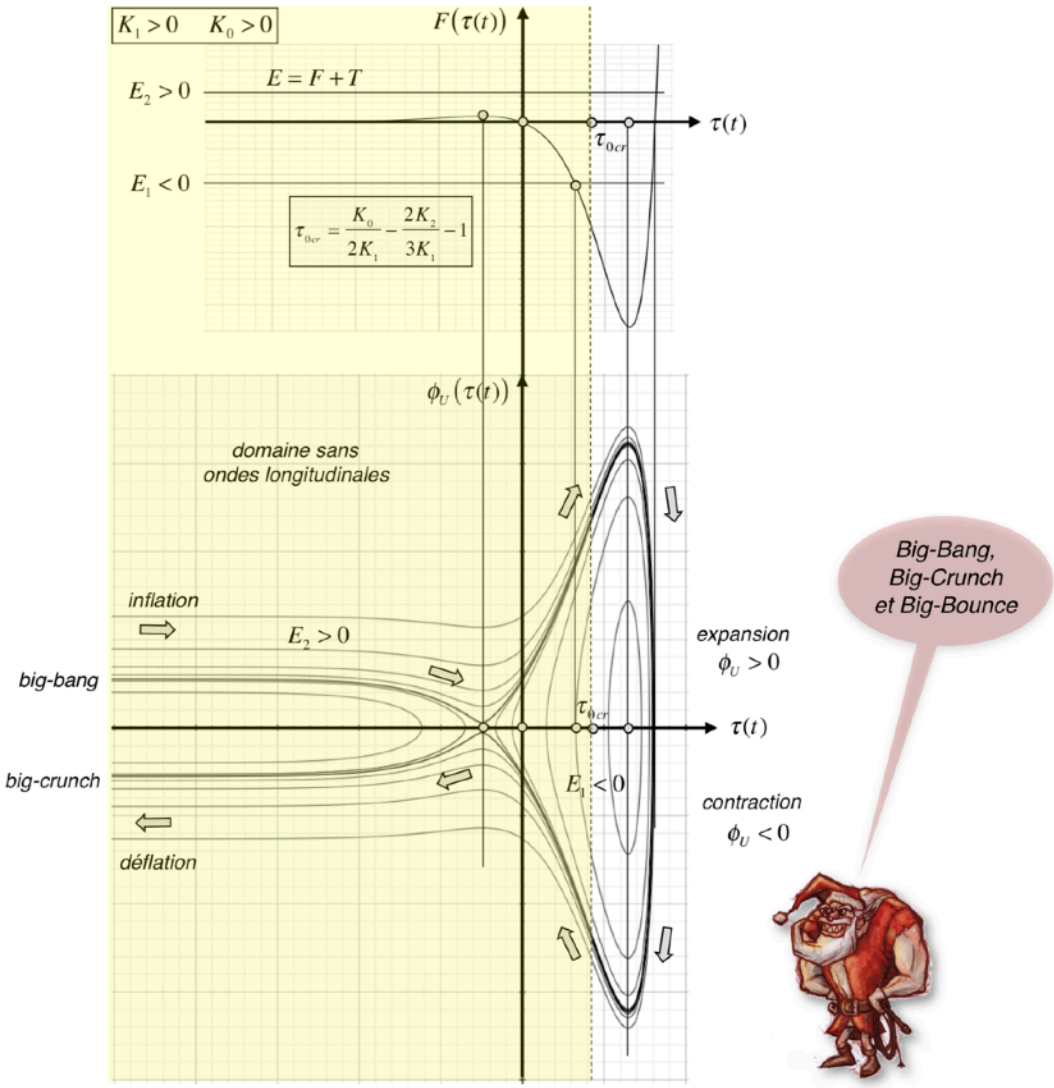

Figure 3.7 *- «comportement cosmologique» de l'énergie élastique $F^{él}(\tau)$ d'expansion et de la vitesse $\vec{\phi}_U(\tau)$ d'expansion d'un réseau cosmologique avec $K_0 > 0$ et $K_1 > 0$*

Dans le cas de ce réseau, on constate aussi l'existence de domaines d'expansion volumique présentant des comportements différents concernant les ondes longitudinales: un domaine où il coexiste des ondes transversales et longitudinales, pour $\tau > \tau_{0cr} = K_0 / 2K_1 - 2K_2 / 3K_1 - 1$, et un domaine où il n'existe que des ondes transversales et des modes de vibrations longitudinales localisés, pour $\tau < \tau_{0cr} = K_0 / 2K_1 - 2K_2 / 3K_1 - 1$. Et le domaine où il n'existe pas

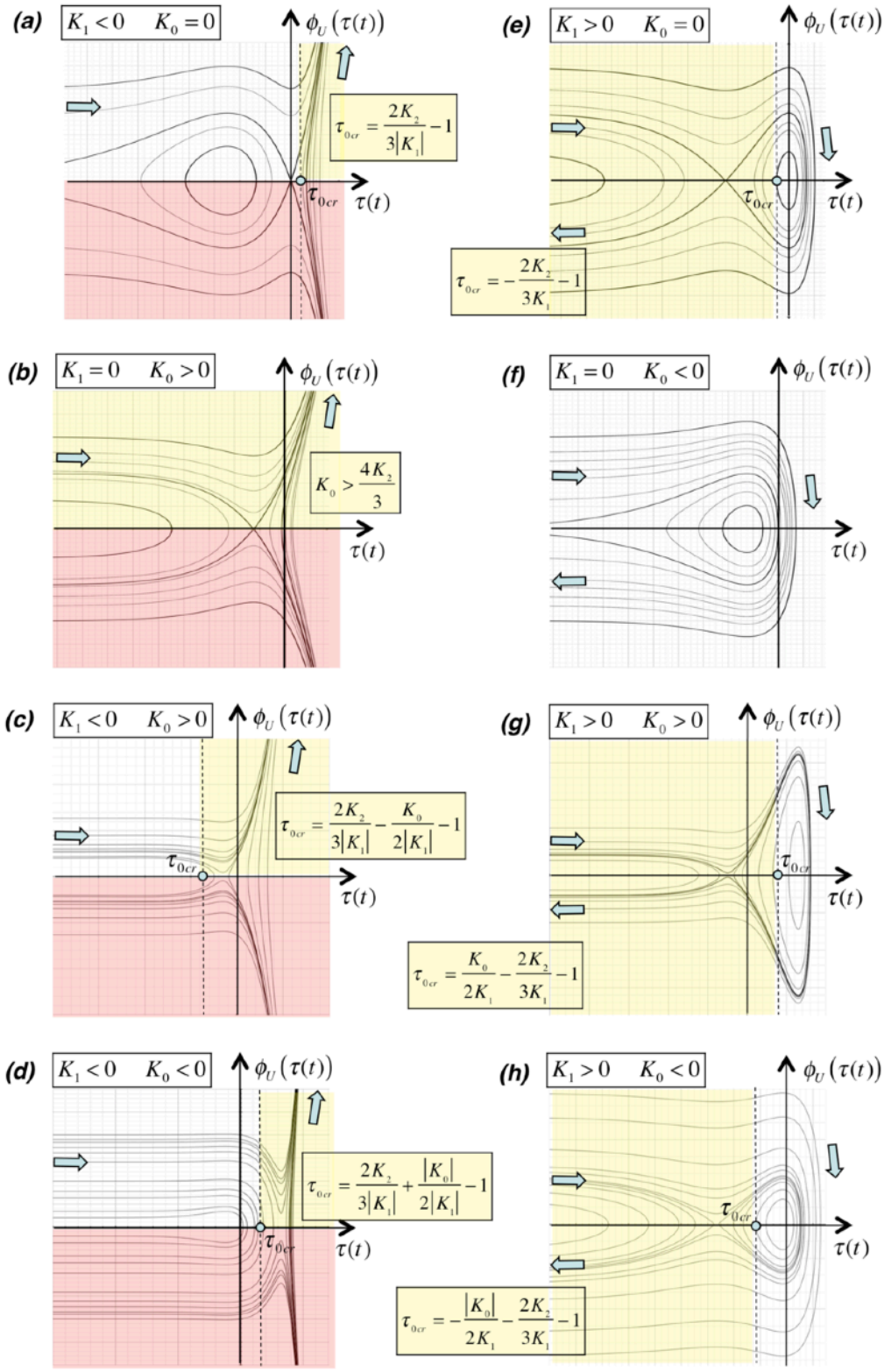

Figure 3.8 *- tous les «comportements cosmologiques» possibles d'un réseau cosmologique, suivant les valeurs de* K_0 *et* K_1 *: de* ***(a)*** *à* ***(d)*** *les solides à expansion croissante infinie, et de* ***(e)*** *à* ***(h)*** *les solides oscillant du big-bang au big-crunch*

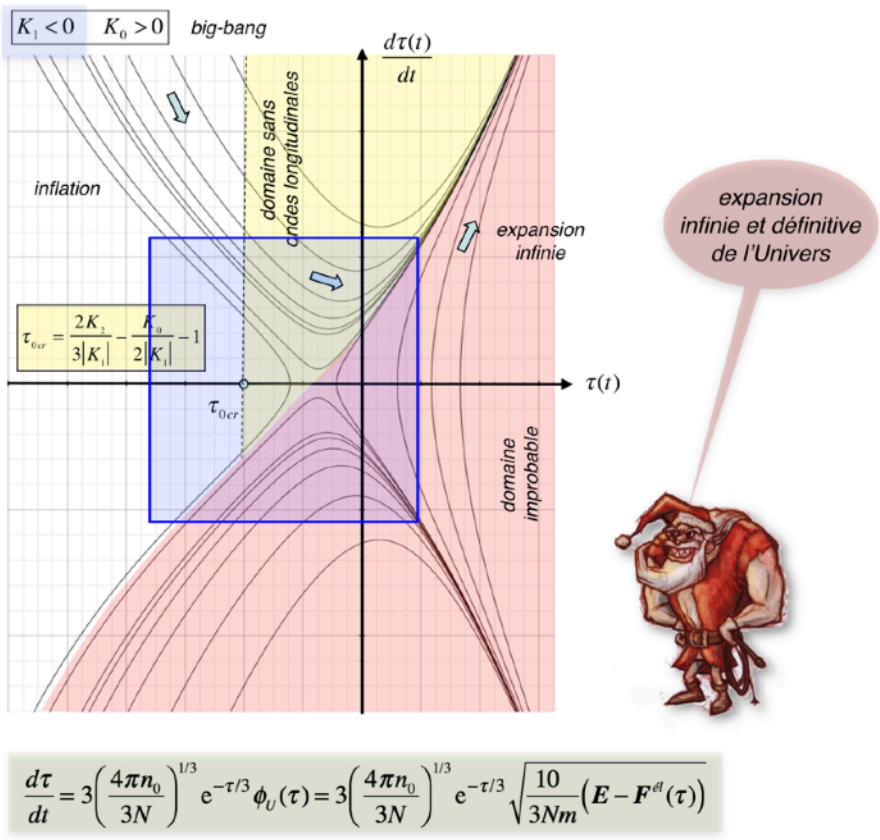

Figure 3.9 *- «comportement cosmologique» de la vitesse d'expansion cosmologique $d\tau / dt$ en fonction de l'expansion τ d'un réseau cosmologique imaginaire avec $K_1 < 0$.*

d'ondes longitudinales correspond précisément au domaine du big-bang, de l'inflation, du ralentissement de l'inflation, suivi finalement par une accélération de l'expansion.

Dans la figure 3.8, on a reporté les huit différents comportements qu'il est possible d'obtenir avec un *réseau cosmologique,* suivant les valeurs que peuvent prendre les modules K_0 et K_1. On y aussi reporté dans cette figure les domaines d'expansion dans lesquels les ondes longitudinales ne peuvent pas exister.

On constate qu'il existe quatre *«comportements cosmologiques»* vraiment différents, dont trois présentent des analogies nettement plus convaincantes avec ce que l'on sait de la cosmologie de l'Univers réel:

- les réseaux cosmologiques avec $K_1 < 0$ qui sont reportés dans les figures 3.8 *(a)*, *(c)* et *(d)*. Ces trois types de réseau présentent bien un big-bang suivi d'une inflation à grande vitesse, d'un ralentissement de l'inflation et finalement d'une expansion à vitesse croissante vers $\tau \to +\infty$, stades qui se suivent dans un ordre parfait. La disparition des ondes longitudinales intervient dans ces réseaux pour des expansions supérieures à une valeur critique τ_{0cr} qui dépend de la valeur du module de cisaillement $K_2 > 0$,
- le réseau cosmologique de la figure 3.8 *(b)*, avec $K_1 = 0$ et $K_0 > 0$, pour lequel il n'existe jamais d'ondes longitudinales à condition que $K_0 > 4K_2 / 3$, ce qui en fait un cas très simple et très intéressant pour décrire le comportement cosmologique de l'Univers réel,

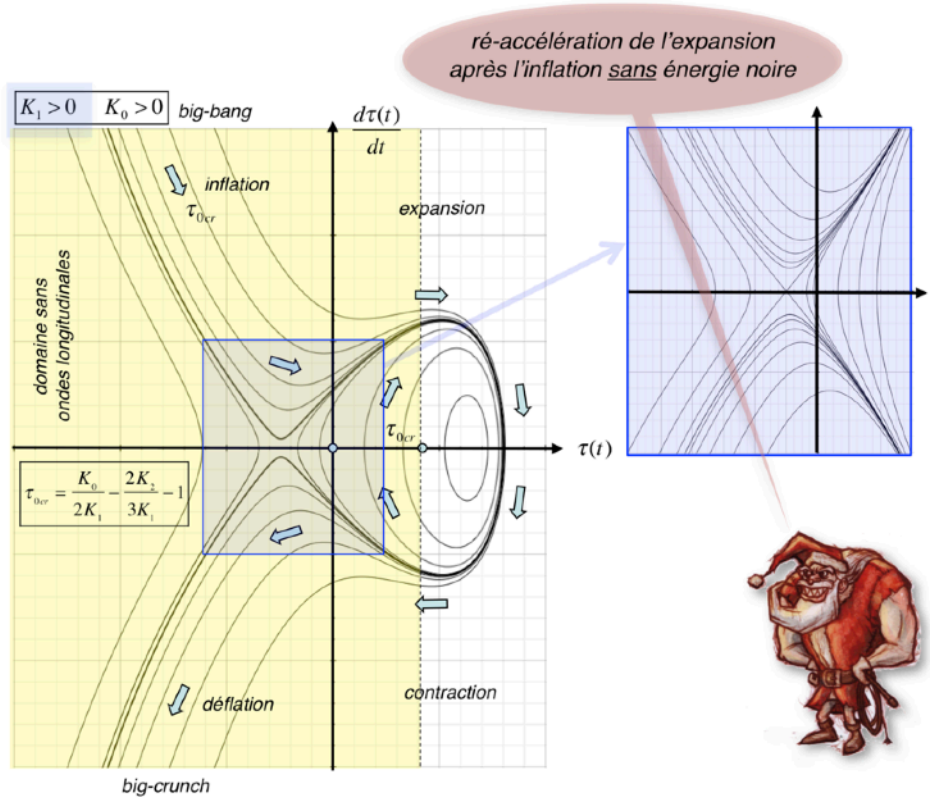

Figure 3.10 *- «comportement cosmologique» de la vitesse d'expansion cosmologique $d\tau / dt$ en fonction de l'expansion τ d'un réseau cosmologique imaginaire avec $K_1 > 0$*

- les réseaux cosmologiques avec $K_1 > 0$ ou $K_1 = 0$ et $K_0 < 0$ qui sont reportés dans les figures 3.8 *(e)*, *(g)* et *(h)*. Ces trois types de réseau parcourent bien les quatre stades de la cosmologie de l'Univers réel, en l'absence d'ondes longitudinales (un «big-bang» à partir d'une singularité d'espace-temps, suivi d'une période d'inflation très rapide, puis un ralentissement de l'inflation, suivi d'une expansion dont la vitesse semble bien s'accroître au cours du temps), avant d'entrer dans une phase d'expansion au cours de laquelle les ondes longitudinales apparaissent, et qui précède une phase de contraction symétrique de retour vers l'état de singularité $\tau \rightarrow -\infty$ («big-crunch»). En ce cas, il existe bien une région du diagramme, pour $\tau < \tau_{0cr}$, qui se situe dans le domaine où il n'existe pas d'ondes longitudinales, et dans laquelle le réseau est en expansion à vitesse croissante. A noter que le réseau de la figure 3.8 *(g)* pourrait être un excellent candidat pour décrire le comportement cosmologique de l'Univers réel, car tous ses modules élastiques sont positifs,
- finalement, le réseau cosmologique de la figure 3.8 *(f)*, avec $K_1 = 0$ et $K_0 < 0$, ne présente pas les stades correspondant à la cosmologie de l'Univers réel, et il présente toujours des ondes longitudinales. Il n'est pas apte à décrire le comportement cosmologique de l'Univers réel.

Le «comportement cosmologique» d'un réseau cosmologique peut s'illustrer encore plus clairement en calculant la vitesse de l'expansion volumique $d\tau / dt$ en fonction de l'expansion volumique τ, comme représenté pour le cas *(c)* avec $K_1 < 0$ dans la figure 3.9, et pour le cas

(g) avec $K_1 > 0$ dans la figure 3.10. Le comportement de la vitesse d'expansion volumique $d\tau / dt$ en fonction de τ peut être déduite de la connaissance de $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$ comme le montre la relation reportée dans la figure 3.9.

Les figures 3.9 et 3.10 sont très intéressantes, car elles montrent bien l'existence d'un stade initial d'inflation extrêmement rapide de l'expansion volumique τ dans les *réseaux cosmologiques* puisque $d\tau / dt \to \pm\infty$ pour $\tau \to -\infty$, juste après le stade du big-bang ou juste avant le stade du big-crunch, et que la vitesse $d\tau / dt$ de l'expansion ou de la contraction volumique passe par un minimum avant de s'accélérer à nouveau, juste après le stade d'inflation ou juste après le stade de re-contraction.

Il va sans dire que la modélisation utilisée ici pour décrire les «comportements cosmologiques» de réseaux imaginaires est extrêmement simplifiée, et on pourrait même la qualifier de simpliste.

En fait, c'est essentiellement l'hypothèse initiale d'une expansion volumique homogène dans tout le réseau qui peut être mise en doute, car avec cette hypothèse on a éludé les deux problèmes majeurs qui conduiraient en principe à des modèles beaucoup plus compliqués: le fait que le solide est soumis à la dynamique newtonienne dans l'espace absolu du ***GO*** , et le fait qu'on aurait dû en principe posé une condition sur la nullité de la pression à la limite extérieure du solide. Mais malgré les simplifications extrêmes de notre modélisation, les comportements globaux prédits dans les figures 3.8 à 3.10 doivent tout de même rester assez proches des comportements qu'on aurait pu obtenir par un traitement plus réaliste du problème.

Il n'est évidemment pas possible de choisir ici le réseau cosmologique qui se rapprocherait le plus de l'évolution cosmologique connue de l'Univers réel. Mais d'un point de vue philosophique et du point de vue du bon sens, les réseaux cosmologiques des figures 3.8 *(e)* à *(h)*, qui présentent un big-bang suivi d'un big crunch, et donc finalement un big-bounce paraissent nettement plus satisfaisants pour un esprit cartésien que les réseaux des figures 3.8 *(a)* à *(d)* , qui présentent une expansion infinie et unique. On peut donc émettre ici une *conjecture «de nature philosophique»* reportée à la figure 3.11.

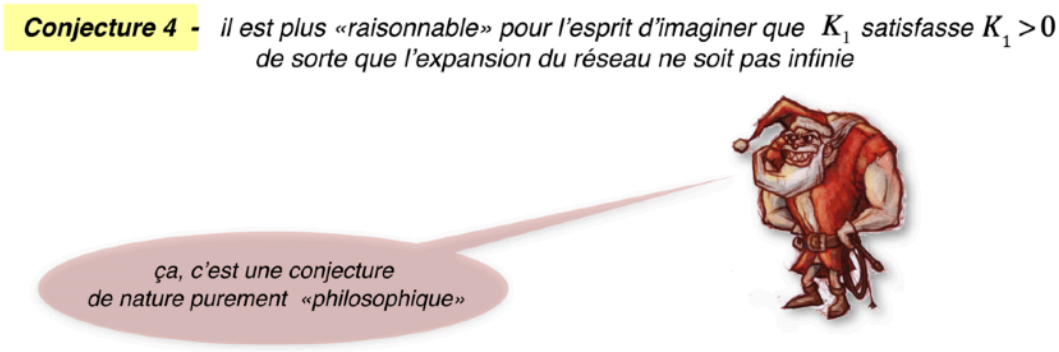

Figure 3.11 *- la quatrième conjecture dictée par le bon sens*

Quant à la valeur de K_0, rien ne nous permet pour l'instant de proposer une valeur positive, nulle ou négative, car les cas illustrés dans les figures 3.8 *(e), (g)* et *(h)* sont tous trois très intéressants.

A noter aussi que l'énergie élastique $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$ contenue dans le réseau cosmologique pourrait bien correspondre à la fameuse *«énergie noire»* des astrophysiciens, introduite pour expliquer l'augmentation de la vitesse de l'expansion de l'Univers récemment observée expérimentalement, puisque c'est cette énergie élastique qui est entièrement responsable de l'augmentation de la vitesse de l'expansion volumique via la relation reportée dans la figure 3.9.

Il est à nouveau remarquable de constater que ces comportements de l'expansion volumique d'une sphère de réseau cosmologique sont exclusivement dues au développement de l'énergie interne *par unité de volume* que nous avons utilisé pour celui-ci. En effet, si on essaie de regarder ce qui se passerait dans le cas d'un *solide parfait* pour lequel l'énergie interne serait écrite comme un développement exprimé *par site de réseau*, on constaterait que le comportement d'expansion est radicalement différent comme le relate la figure 3.12:

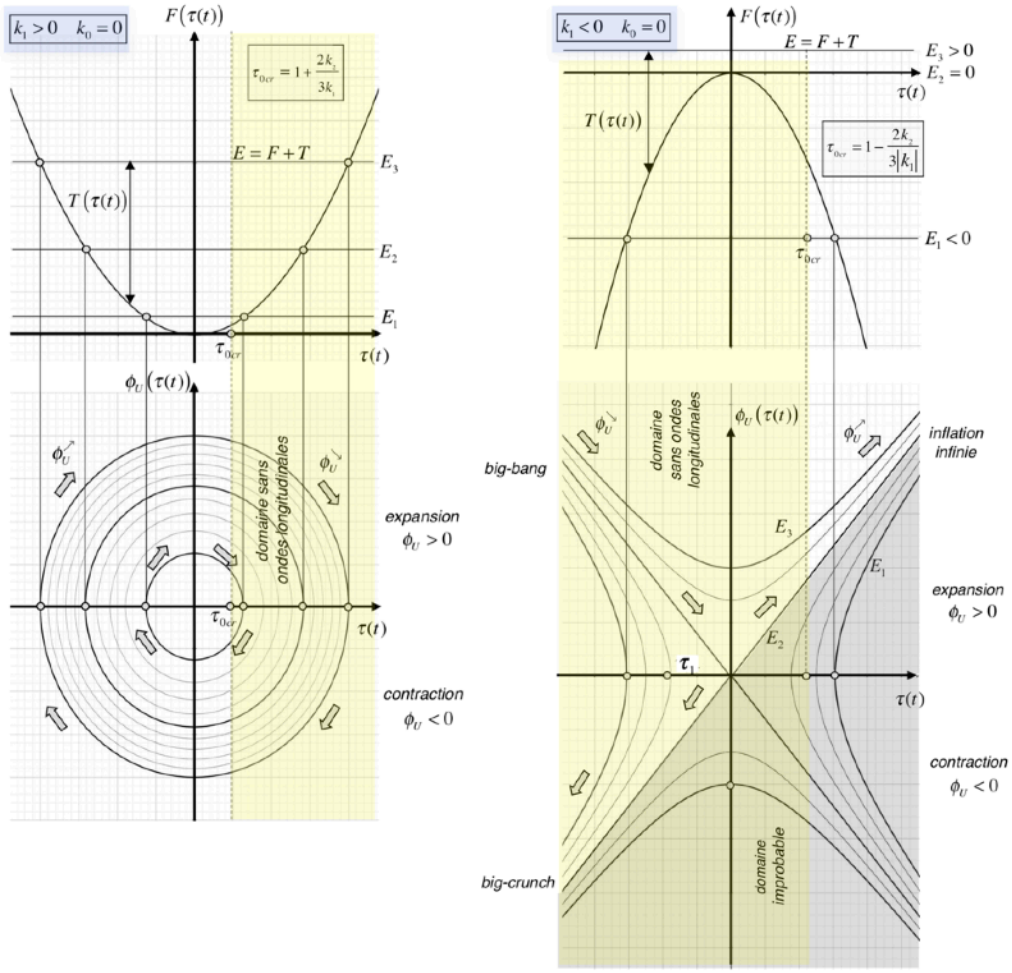

Figure 3.12 *- «comportements cosmologiques» de l'énergie élastique $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$ d'expansion et de la vitesse $\vec{\phi}_U(\tau)$ d'expansion d'un solide parfait imaginaire dont l'énergie interne serait écrite comme un développement exprimé par site de réseau, pour $k_1 < 0$ et $k_1 > 0$*

- s*i le module k_1 du solide parfait imaginaire est positif,* celui-ci ne pourra qu'osciller indéfiniment entre un état d'expansion volumique minimum $\tau_{\min}$ et un état d'expansion volumique

maximum $\tau_{\max}$, comme illustré par la première figure 3.12. Si on reporte dans les diagrammes $\boldsymbol{F}^{él}(\tau)$ et $\vec{\phi}_U(\tau)$, la valeur critique $\tau_{0cr} = 1 + 2k_2 / 3k_1 > 1$ de τ_0 au-dessous de laquelle il existe des ondes longitudinales dans ce réseau parfait, on constate qu'au cours de son *«évolution cosmologique»*, le solide passera alternativement d'un domaine ($\tau \le \tau_{0cr}$) où il coexiste des ondes transversales et longitudinales, à un autre domaine ($\tau \ge \tau_{0cr}$) où il n'existe que des ondes transversales et des modes de vibrations longitudinales localisés. Mais dans ce domaine sans ondes longitudinales, la vitesse d'expansion ne peut que ralentir, ce qui est en désaccord avec les observations faites sur l'Univers actuel.

- *si le module* k_1 *du solide parfait imaginaire est négatif,* suivant la valeur de l'énergie totale $\boldsymbol{E}$, ce solide pourrait avoir plusieurs *«comportements cosmologiques»* différents comme l'illustre bien la deuxième figure 3.12. Si $\boldsymbol{E} \le 0$, il peut se contracter et s'expanser en un mouvement de va et vient entre $\tau \to -\infty$ et τ_1, ou alors s'expanser indéfiniment à partir de $\tau = 0$. A noter qu'il est difficile d'imaginer un solide qui évoluerait en se contractant depuis $\tau = \infty$, raison pour laquelle ces comportements sont reportés dans une zone grisée. Si $\boldsymbol{E} \ge 0$, il peut se dilater indéfiniment à partir de $\tau \to -\infty$. En ce cas, les ondes longitudinales apparaissent dans le domaine $\tau \ge \tau_{0cr} = 1 - 2k_2 / 3|k_1| < 1$.

Les différents *«comportements cosmologiques»* déduits pour un *solide parfait* imaginaire peuvent aussi être comparés avec le comportement cosmologique qui est attribué à l'heure actuelle à notre Univers réel. En effet, dans le cas de l'Univers réel, on a un système qui ne présente pas d'ondes longitudinales, comme le montre la théorie de la relativité générale, et qui poursuit, à la lumière des dernières observations, une évolution cosmologique en plusieurs stades: un *«big-bang»* à partir d'une singularité d'espace-temps, suivi d'une *période d'inflation* très rapide, puis un ralentissement de l'inflation, suivi, d'après des observations très récentes, d'une *expansion* dont la vitesse semble s'accroître au cours du temps. Ce dernier stade est celui qui correspondrait à l'état actuel de notre Univers.

Parmi les *«comportements cosmologiques»* déduits à partir du *solide parfait*, seul le solide parfait avec $k_1 < 0$ présente quelque analogie avec le comportement cosmologique de l'Univers réel. En effet, le solide parfait avec $k_1 < 0$, dans le cas où E est supérieure à zéro (deuxième figure 3.12), parcourt bien les stades de big-bang, d'inflation, de ralentissement de l'inflation et d'expansion à vitesse croissante dans le domaine où il n'existe pas d'ondes longitudinales. Mais pour ce solide, le stade d'expansion à vitesse croissante se poursuit inéluctablement vers $\tau \to +\infty$, ce qui ne satisfait pas trop notre quatrième conjecture dictée par le bon sens.

Ces résultats dans le cas du solide parfait dont l'énergie interne serait écrite comme un développement exprimé *par site de réseau* sont très loin d'être satisfaisants si on les compare avec l'expansion connue de l'univers. Ceci justifie donc *à nouveau* la conjecture 1 que nous avions posée à la figure 3.1, puisque c'est elle qui permet l'existence des comportements cosmologiques reportés dans les figures 3.7 à 3.10, et surtout qui permet l'existence de la courbure des rayons d'onde par les gradients d'expansion volumique des figures 3.4 et 3.5.