Chapitre 6

La transformation de Lorentz et la relativité restreinte

Grâce à *la première équation partielle de Newton en présence de singularités topologiques* on a pu obtenir *les champs de distorsion élastiques associés aux diverses singularités élémentaires du réseau cosmologique*. Dans ce chapitre, on va montrer que ces champs de distorsions élastiques satisfont *la transfomation de Lorentz*, et qu'ils font apparaître *une interprétation nouvelle de la relativité restreinte*.

On a déduit l'énergie cinétique associée au mouvement d'une dislocation ou d'une boucle de dislocation ou de désinclinaison au sein du réseau cosmologique parfait, *en supposant implicitement* que les perturbations de distorsion dues à la charge en mouvement sont transmises au sein du réseau à une célérité quasi-infinie en comparaison à la vitesse de la charge au sein du réseau. Cependant, on sait bien que les perturbations au sein d'un réseau solide sont transmises en réalité aux vitesses finies c_t des perturbations transversales ou c_l des perturbations longitudinales. Pour tenir compte des effets de propagation des perturbations à célérité finie au sein du réseau solide lorsque la vitesse de déplacement de la charge devient non négligeable en comparaison avec les célérités de propagation des ondes transversales et/ou longitudinales, on démontre ici la *transformation de Lorentz* pour passer d'un repère immobile dans le réseau au repère mobile associé à la charge en mouvement. On applique alors cette transformation aux singularités en mouvement à vitesse relativiste au sein d'un réseau topologique parfait, à savoir les dislocations vis et coin, la charge localisée de rotation, la boucle de désinclinaison vis, la boucle de dislocation prismatique et la boucle de dislocation de glissement. On calcule leur énergie totale, due à la somme de l'énergie potentielle stockée par les distorsions du réseau générées par la présence de la charge et de l'énergie cinétique emmagasinée dans le réseau par le mouvement de leur charge, et on montre que celles-ci satisfont bien une *dynamique relativiste*. De plus, on trouve une explication très élégante du fameux «*paradoxe de l'énergie des électrons»,* qui dit que la masse associée aux champs électromagnétiques de l'électron ne satisfait pas les principes de la relativité restreinte.

On montre ensuite que la transformation de Lorentz fait aussi apparaître un terme de *force relativiste* agissant sur les charges de rotation en mouvement, terme qui est parfaitement analogue à la *force de Lorentz* en électromagnétisme.

Sur ces bases, on discute de l'analogie entre notre approche et la théorie de la *Relativité Restreinte.* On constate que le réseau cosmologique se comporte en fait comme un *éther*, dans lequel les singularités topologiques satisfont exactement les mêmes propriétés que celles de la Relativité Restreinte, non seulement concernant la contraction des règles et la dilatation du temps, mais aussi concernant l'expérience de Michelson-Morley et l'effet Doppler-Fizeau. Mais l'existence du réseau cosmologique permet alors d'interpréter assez différemment le concept de relativité restreinte, et d'expliquer par exemple très simplement certains côtés quelque peu obscurs de la relativité restreinte, comme le fameux «*paradoxe des jumeaux».*

Charges mobiles et transformations de Lorentz

Lorsque des singularités topologiques de densités de charge $\vec{\lambda}_i$, $\vec{\lambda}$ ou λ se déplacent dans le repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ fixé au réseau solide à des vitesses non négligeables par rapport aux célérités de propagation d'ondes transversales et/ou longitudinales, il serait évidemment très utile de pouvoir retrouver les champs dynamiques $\tau(\vec{r},t)$, $\vec{\omega}(\vec{r},t)$ and $\vec{\alpha}_i(\vec{r},t)$ générés par ces singularités dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Trouver une solution des équations différentielles pour des singularités se mouvant dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ n'est pas aisé du tout. Par contre, utiliser un référentiel mobile avec les singularités, dans lequel les singularités paraissent immobiles, devrait nous permettre de calculer beaucoup plus simplement les champs statiques dans $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$, puis d'obtenir les champs dynamiques dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ en utilisant des lois de transformation qui doivent encore être définies.

Considérons par exemple une dislocation vis infinie le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_1$ et supposons que celle-ci se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction de l'axe $\boldsymbol{O}x_2$ Le choix de la dislocation vis n'est pas gratuit, car il s'avère que c'est la seule singularité qui n'induit pas de distorsions du réseau par expansion volumique, mais seulement un champ de rotation divergent, ce qui doit simplifier grandement les calculs. Dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ se déplaçant avec la corde de dislocation, le champ de déplacement $\vec{u}_{ext}^{vis\,\prime}$ doit être celui d'une dislocation vis statique, comme reporté dans la figure 6.1.

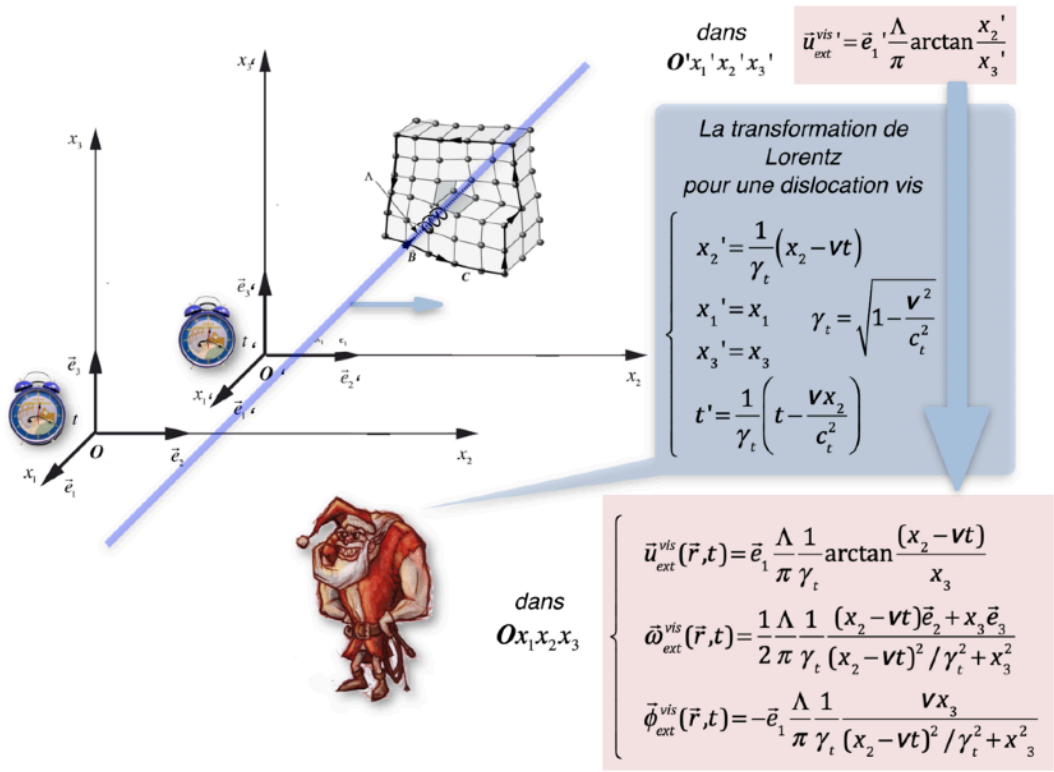


Figure 6.1 - *La transformation de Lorentz déduite à l'aide d'une dislocation vis en mouvement*

Dans le but de transformer ce champ statique dans $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ en un champ dynamique associé à la dislocation vis mobile dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, on doit établir les lois de transformation qui

nous fourniront les champs dynamiques dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Et les champs dynamiques ainsi obtenus doivent satisfaire les équations d'évolution spatio-temporelles dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Comme il y translation du repère $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ par rapport au repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, Les lois de transformation doivent transformer la coordonnée x_2' de $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ en une coordonnée qui doit dépendre de la vitesse et du temps, sous la forme $(x_2-\boldsymbol{v}t)$, dans le repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. On peut émettre *à priori* l'hypothèse que les lois de transformation s'écrivent $x_2'=\alpha(x_2-\boldsymbol{v}t)$, $x_1'=\beta x_1$ et $x_3'=\beta x_3$ selon les trois axes respectifs. Avec ces lois de transformation, le champ de déplacement statique $\vec{u}_{ext}^{vis}{}'$ devient un champ dynamique $\vec{u}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ qui dépend du facteur $(x_2-\boldsymbol{v}t)$ et des constantes α et β dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$.


Hendrik Anton Lorentz (1853-1928)

A partir du champ dynamique $\vec{u}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ ainsi obtenu dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, on peut calculer directement les champs de rotation $\vec{\omega}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ et de vitesse $\vec{\phi}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ via le rotationnel et la dérivé temporelle de $\vec{u}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$. Mais dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, *les champs ainsi obtenus doivent satisfaire les équations d'évolution spatio-temporelle, à savoir le deuxième couple des équations de Maxwell.* Pour que cette exigence soit satisfaite, il faut nécessairement que le paramètre α introduit dans les lois de transformation s'écrive $\alpha=\beta/(1-\boldsymbol{v}^2/c_t^2)^{1/2}=\beta/\gamma_t$, dans laquelle il apparaît le facteur bien connu $\gamma_t=(1-\boldsymbol{v}^2/c_t^2)^{1/2}$ des transformations de Lorentz. En introduisant cette relation pour α dans *les expressions obtenues pour* $\vec{\phi}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ et $\vec{\omega}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$, on obtient les expressions des champs de la dislocation vis dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, comme représentées dans la figure 6.1. Il est alors remarquable que ces champs, qui satisfont parfaitement les équations d'évolution spatio-temporelle dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, ne dépendent absolument pas du paramètre β, mais seulement du paramètre γ_t des transformations de Lorentz, de telle sorte que le paramètre β peut être choisi librement, et on admettra ici la valeur de 1, de telle sorte qu'il est démontré que les lois de transformation spatiale sont bien les lois de Lorentz représentées dans la figure 6.1.

La contraction des longueurs dans la direction du mouvement

Les expressions de la figure 6.1 pour les champs dynamiques $\vec{u}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$, $\vec{\omega}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ et $\vec{\phi}_{ext}^{vis}(\vec{r},t)$ sont des solutions effectives des équations topologiques et de l'équation de Newton pour une dislocation vis se déplaçant dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Il est intéressant de jeter un coup d'oeil sur le comportement de ces champs en fonction de la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ de la dislocation. On peut prendre par exemple la projection ω_2 du champ vectoriel externe de rotation dans la direction du mouvement de la dislocation, et reporter sa valeur $\omega_2(t=0,x_3=0)$, prise à l'instant $t=0$ et pour la coordonnée $x_3=0$, en fonction de x_2 pour différentes valeurs du rapport $\boldsymbol{v}/c_t$, comme illustré dans la figure 6.2. On observe alors que la composante horizontale du champ de rotation semble se contracter le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_2$. Il est facile de calculer qu'une certaine valeur de $\omega_2(t=0,x_3=0)$ est observé à une distance Δx_2 de l'origine qui dépend de la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ de la dislocation, donnée par $\Delta x_2(\boldsymbol{v})=\Delta x_2(\boldsymbol{v}=0)(1-\boldsymbol{v}^2/c_t^2)^{1/2}$, de telle sorte que le champ de rotation de la dislocation vis mobile *est effectivement contracté le long de l'axe* $\boldsymbol{O}x_2$ *d'un facteur* γ_t.

Imaginons maintenant un amas de singularités de rotation qui sont liées entre elles via leurs champs de rotation (il faut rappeler ici que le champ de rotation correspond au champ électrique dans notre analogie avec le monde réel). Si l'amas se déplace le long de l'axe Ox_2 dans le référentiel $Ox_1x_2x_3$ du ***GO,*** les champs de rotation associés à cet amas doivent se contracter le long de l'axe Ox_2 avec un facteur γ_t afin de satisfaire les équations topologiques et l'équation de Newton du réseau. La conséquence est alors que l'amas lui-même, qui est lié par ces champs de rotation, doit se contracter le long de l'axe Ox_2. Si cet amas représente un "objet" pour le grand observateur ***GO*** situé à l'extérieur du réseau, cet "objet" va se contracter le long de l'axe Ox_1. Mais s'il est observé dans son propre référentiel $O'x_1'x_2'x_3'$ par un hypothétique observateur qui serait situé à l'intérieur du réseau, cet "objet" va rester exactement le même qu'il est au repos dans le référentiel absolu $Ox_1x_2x_3$, et sa forme ne changera pas dans le référentiel $O'x_1'x_2'x_3'$ quelle que soit la vitesse de cet "objet" dans $Ox_1x_2x_3$.

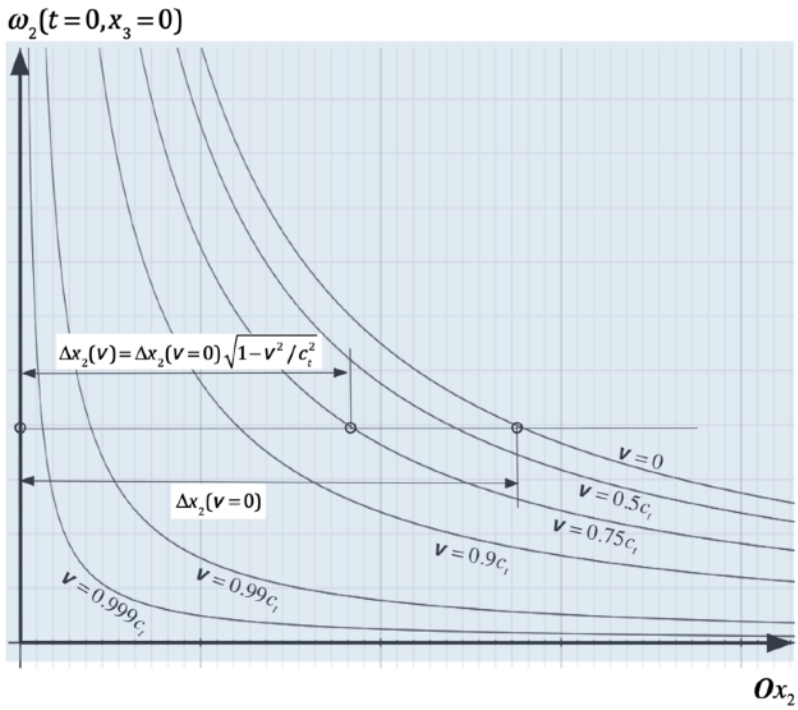


Figure 6.2 - *Contraction de la composante* $\omega_2(t=0,x_3=0)$ *du vecteur de rotation d'une dislocation vis dans* $Ox_1x_2x_3$ *dans la direction de son mouvement, en fonction de sa vitesse* $\vec{v}$

La dilatation du temps d'un amas mobile de singularités topologiques

Imaginons maintenant que l'observateur mesure le temps T_0 nécessaire à une onde transversale pour parcourir la distance d_0 dans le référentiel absolu $Ox_1x_2x_3$, être réfléchie sur un miroir et retourner à son point d'émission. Il est clair que l'observateur mesure un temps égal à $T_0 = 2d_0 / c_t$. Un tel système de mesure du temps basé sur un "objet" constitué par un amas de singularités lié par les champs de rotation peut être utilisé par l'observateur ***GO*** comme une base de temps, *une horloge donnant le le laps de temps de base* T_0.

Imaginons alors que système d'horloge, basé sur le même "objet", mais se déplaçant main-

tenant à une vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_1$ dans le référentiel de base $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, est observé par le ***GO***. Si l'onde transversale est émise dans le référentiel mobile $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ *dans la direction verticale au sein de ce référentiel*, cette même onde est vue par le ***GO*** comme une onde non verticale dans son référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, comme illustré dans la figure 6.3(a). Pour l'observateur ***GO,*** le temps T qui est nécessaire pour que l'onde parcourt son périple à la célérité c_t, via la réflection sur le miroir de l'"objet" mobile, est facilement calculable en utilisant le triangle dans le plan $\boldsymbol{O}x_1x_3$, et on obtient simplement que $T = T_0 / \gamma_t$. Ceci signifie que le temps de base de l'horloge mobile dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$, mesuré par le ***GO*** dans son référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, semble dilaté en fonction de la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ d'un facteur $1/\gamma_t$, et donc que *l'horloge de l'"objet" mobile ralentit en comparaison de l'horloge absolue* du ***GO.***

On peut encore se demander si le temps dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ de l'"objet" reste isotrope dans ce référentiel, autrement dit si une horloge basée sur une trajectoire horizontale de l'onde transversale, donne le même temps que l'horloge verticale. Si l'horloge horizontale est observée par le ***GO*** dans son référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, la trajectoire de l'onde peut être illustrée par le diagramme de la trajectoire de la figure 6.3(b). Dans ce diagramme, les trajectoires des miroirs mobiles sont représentées par deux lignes avec une pente $\boldsymbol{v}$, séparées par une distance d dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$. Les trajectoires des raies d'onde transversale sont représentées par deux lignes avec des pentes $+c_t$ et $-c_t$ respectivement, pour les deux directions de propagation de l'onde. Dans ce diagramme des trajectoires, on peut de nouveau calculer géométriquement le laps de temps T nécessaire à l'onde pour parcourir un chemin d'aller-retour via une réflection sur un miroir de l'"objet" mobile, sachant que la distance d entre les deux miroirs associés à l'"objet" mobile est contractée d'un facteur γ_t comme on l'a vu précédemment, ce qui fournit la relation entre la distance d et la distance d_0 au repos qui séparent les deux miroirs $d = \gamma_t d_0 = d_0\left(1 - \boldsymbol{v}^2 / c_t^2\right)^{1/2}$, et on obtient alors à nouveau $T = T_0 / \gamma_t$ comme résultat de ce calcul.

Les deux diagrammes de la figure 6.3 montrent clairement que les deux horloges mobiles, fonctionnant respectivement avec une propagation d'onde verticale et horizontale dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ fournissent exactement le même temps local, signifiant *qu'il existe bien un temps local t' et que ce temps local t' reste isotrope dans le référentiel mobile $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$, indépendamment de la direction du mouvement de l'"objet" dans le réseau*.

Dans le référentiel mobile $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$, la longueur que l'onde a à parcourir le long de $\boldsymbol{O}'x_1'$ ou $\boldsymbol{O}'x_3'$ à l'intérieur du système de l'horloge est mesurée comme une longueur d_0, et le laps de temps local pour faire l'aller-retour via la réflection sur un miroir est mesurée comme valant T_0 aussi bien dans le cas d'un onde se propageant verticalement qu'horizontalement. ceci signifie que la célérité de l'onde mesurée par un observateur lié au référentiel mobile $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ a exactement la même valeur c_t que celle mesurée dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, indépendamment de la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ du référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ par rapport au référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Imaginons alors qu'une onde transversale $\vec{\omega}' = \omega_0 \vec{e}_3' \sin\left[\omega'\left(x_1'/c_t - t'\right)\right]$ se propage le long de $\boldsymbol{O}'x_1'$ dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction $\boldsymbol{O}'x_1'$ par rapport au référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. Pour exprimer cette onde dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, on utilise la transformation d'espace déjà obtenue auparavant $x_1' = \left(x_1 - \boldsymbol{v}t\right)/\gamma_t$ et une nouvelle relation de transformation de temps $t' = \varepsilon t + \delta x_1$, dans laquelle les paramètres ε et δ doivent encore être déterminés. En introduisant ces deux relations dans l'expression de

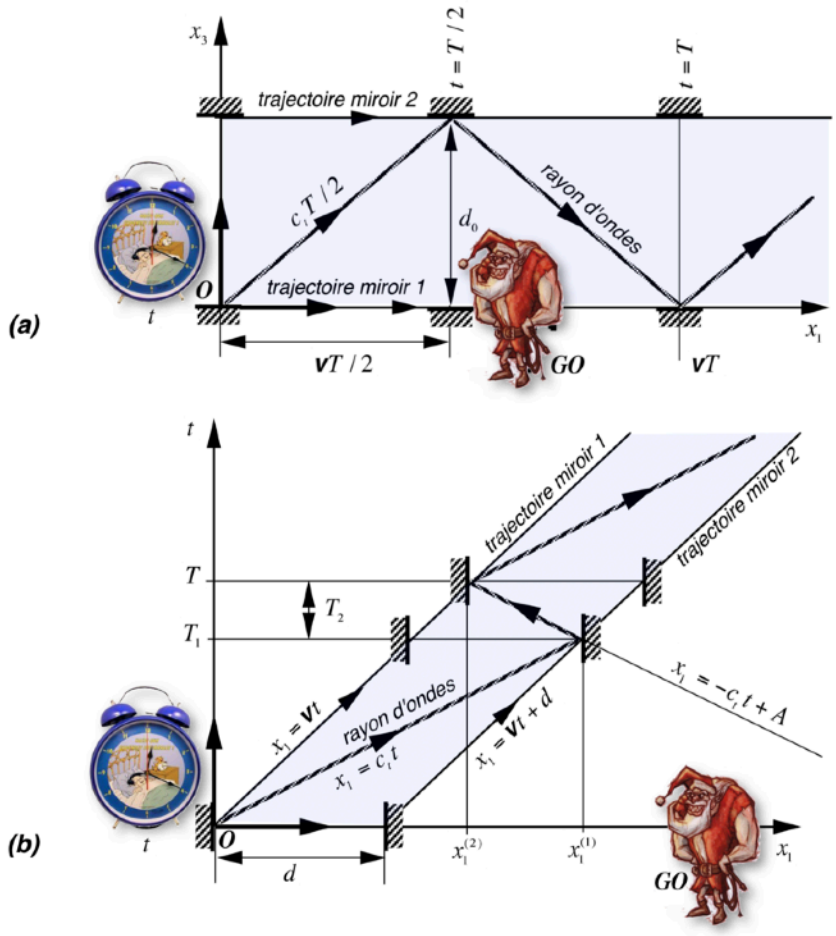


Figure 6.3 - (a) *la trajectoire de l'onde transversale émise verticalement par l'horloge locale de l'«objet» mobile dans le référentiel, telle qu'observée par le* ***GO*** *dans son référentiel* ***(b)*** *la trajectoire de l'onde transversale émise horizontalement par l'horloge locale de l'«objet» mobile dans le référentiel, telle qu'observée par le* ***GO*** *dans son référentiel*

l'onde dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$, celle-ci doit obligatoirement prendre la forme simple $\vec{\omega} = \omega_0 \vec{e}_3 \sin\left[\omega(x_1/c_t - t)\right]$ dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, ce qui implique que les constantes doivent prendre les valeurs $\delta = -\boldsymbol{v}/\gamma_t c_t^2$ et $\varepsilon = 1/\gamma_t$, et que par conséquent la loi de Lorentz pour la transformation du temps s'écrit $t' = (t - \boldsymbol{v}x_1/c_t^2)/\gamma_t$, comme il a déjà été reporté dans la figure 6.1.

La transformation de Lorentz pour un "objet" mobile lié par les champs de rotation

Le fait que les champs de rotation, et par conséquent les "objets" mobiles liés par les champs de rotation, sont réellement contractés dans la direction du mouvement d'un facteur $\gamma_t = (1 - \boldsymbol{v}^2/c_t^2)^{1/2}$, que le temps isotrope mesuré par les horloges de l'"objet" mobile est réellement dilaté d'un facteur $1/\gamma_t$ et que les vitesses des ondes transversales mesurées dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ et dans $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ ont exactement les mêmes valeurs c_t, signifient que les lois de transformation *reportées dans la figure 6.1,* permettant de passer d'un référentiel à l'autre, sont les mêmes que les *transformations de Lorentz* bien connues de l'électromagnétisme.

Il faut noter ici que ces transformations ont été utilisées initialement comme de simples *outils mathématiques* permettant de calculer avec les équations de Maxwell les champs électromagnétiques générés par des charges électriques mobiles. Plus tard, ces transformations ont été utilisées en relativité restreinte par Einstein, en postulant que les relations de Lorentz sont applicables *à tout référentiel se déplaçant à vitesse* $\boldsymbol{v}$ *par rapport à un autre*, d'où d'ailleurs le terme de «relativité», ce qui correspond en fait à *admettre axiomatiquement la constance de la vitesse de la lumière* dans tout référentiel.

Ici, dans le cas d'un réseau solide, la transformation de Lorentz est obtenue par une approche assez différente basée sur l'existence d'un réseau solide dans le référentiel absolu $Ox_1x_2x_3$ du ***GO***, qui est *le support (on parle alors d'éther) pour la propagation des ondes transversales*. Cette approche permet de démontrer la réalité des conséquences physiques de la transformation de Lorentz, telles que la contraction spatiale et la dilatation du temps mesurées dans $Ox_1x_2x_3$ pour des "objets" mobiles constitués de singularités topologiques liées par des champs de rotation. Et cette démonstration est basée sur l'hypothèse initiale que le ***GO*** peut introduire un référentiel relatif $O'x_1'x_2'x_3'$ associé à l'"objet" mobile dans son référentiel absolu $Ox_1x_2x_3$. L'utilisation de la transformation de Lorentz dans le cas du réseau cosmologique est donc limitée uniquement à transformer les champs entre un référentiel relatif mobile $O'x_1'x_2'x_3'$ par rapport au réseau et le référentiel absolu $Ox_1x_2x_3$ du ***GO,*** qui est fixé au réseau. Par conséquent, il n'y a absolument pas ici d'hypothèse axiomatique de «relativité» stipulant que la transformation de Lorentz est applicable à tout référentiel se mouvant relativement à un autre. Nous verrons que cette remarque est très importante, car elle implique un point de vue radicalement différent de celui de la relativité restreinte d'Einstein.

Unicité de la transformation de Lorentz suivant la valeur de l'expansion de fond

Dans la conjecture 6, nous avons stipulé que le module K_1 devait être forcément positif pour que le dislocations coin satisfassent la même relation d'Einstein que les dislocations vis dans le réseau cosmologique. Cette conjecture implique donc que l'existence d'ondes longitudinales est soumise à ce que l'expansion de fond du réseau cosmologique satisfasse l'hypothèse $\tau_0 > \tau_{0cr}$. Dans ce cas particulier, comme des ondes transversales et longitudinales peuvent se propager au sein du réseau avec les célérités différentes c_t et c_l respectivement, les champs associés avec un "objet" mobile, qui serait constitué de singularités topologiques comme des dislocations coin qui sont liées à la fois par des champs de rotation et d'expansion, deviendraient immensément plus compliqués à calculer. En effet, en supposant que le déplacement des charges liées dans le référentiel $Ox_1x_2x_3$ à lieu à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction Ox_1, on devrait définir deux référentiels mobiles $O'x_1'x_2'x_3'$ et $O''x_1''x_2''x_3''$ qui se déplacent avec les charges, en attribuant à chacun de ces référentiels les lois de transformation de Lorentz avec les vitesses c_t et c_l respectivement, donc avec deux facteurs de Lorentz $\gamma_t = (1-\boldsymbol{v}^2/c_t^2)^{1/2}$ et $\gamma_l = (1-\boldsymbol{v}^2/c_l^2)^{1/2}$.

On imagine assez facilement que la résolution complète de ce type de problème pour une densité $\vec{\lambda}_i$ quelconque de charges mobiles dans $Ox_1x_2x_3$ peut s'avérer extrêmement complexe, notamment s'il existe encore un champ d'expansion non homogène au sein du réseau, et d'autant plus que les perturbations longitudinales peuvent se propager comme des ondes.

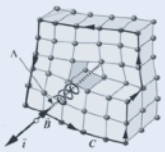
C'est pourquoi nous ne traiterons dans la suite que le cas particulier, *qui est en fait le cas*

vraiment intéressant pour notre analogie avec l'univers, de singularités topologiques qui se déplacent dans le réseau cosmologique parfait présentant une expansion volumique homogène et constante qui satisfait la relation $\tau_0 < \tau_{0cr}$. Dans ce cas, nous savons que *les ondes longitudinales n'existent pas*, signifiant par là que *toute perturbation des champs de distorsion ne peut se propager qu'à la vitesse des ondes transversales*, et que le problème de déterminer les champs générés par des singularités mobiles peut être résolu *en appliquant l'unique transformation de Lorentz pour le référentiel* $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$, celle qui est reportée dans la figure 6.1. Le problème des champs de perturbation de l'expansion liés aux singularités topologiques sera traité plus tard, dans les chapitres traitant, d'une part des *"champs gravitationnels"* , à savoir les perturbations statiques du champ d'expansion dues aux singularités topologiques, et d'autre part des *"champs quantiques"*, à savoir les perturbations dynamiques du champ d'expansion dues aux singularités topologiques mobiles lorsque $\tau_0 < \tau_{0cr}$.

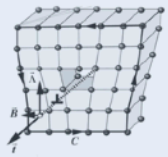
Transformations relativistes de la quantité de mouvement et du moment

$$\begin{cases} m_1' = m_1 \\ m_2' = \left(m_2 - 2\boldsymbol{v} n p_3\right)/\gamma_t \\ m_3' = \left(m_3 + 2\boldsymbol{v} n p_2\right)/\gamma_t \end{cases} \qquad \begin{cases} np_1' = np_1 \\ np_2' = \left(np_2 + \boldsymbol{v} m_3/(2c_t^2)\right)/\gamma_t \\ np_3' = \left(np_3 - \boldsymbol{v} m_2/(2c_t^2)\right)/\gamma_t \end{cases}$$

Energies relativistes totales des dislocations rectilignes vis et coin



$$E_{\boldsymbol{v}}^{vis} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}^2}{2c_t^2}\right)E_{dist}^{vis}}_{E_{\boldsymbol{v}}^{dist}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{1}{2}M_0^{vis}\boldsymbol{v}^2}_{E_{\boldsymbol{v}}^{cin}} = \frac{E_{dist}^{vis}}{\gamma_t} = \frac{M_0^{vis}c_t^2}{\gamma_t} = \frac{1}{\gamma_t}\frac{\left(K_2+K_3\right)\Lambda^2}{\pi}\ln\frac{R_\infty}{R}$$



$$E_{\boldsymbol{v}}^{coin} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}^2}{2c_t^2}\right)E_{dist}^{coin}}_{E_{\boldsymbol{v}}^{dist}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{1}{2}M_0^{coin}\boldsymbol{v}^2}_{E_{\boldsymbol{v}}^{cin}} = \frac{E_{dist}^{coin}}{\gamma_t} = \frac{M_0^{coin}c_t^2}{\gamma_t} = \frac{1}{\gamma_t}\left(\frac{K_2}{K_3}\right)^2\frac{K_3\vec{\Lambda}^2}{2\pi}\ln\frac{R_\infty}{R}$$

Figure 6.4 *- Les transformations relativistes de la quantité de mouvement et du moment , et les énergies relativistes des dislocations vis et coin qui en découlent.*

Si on considère maintenant des charges de rotation mobiles, de densité de charge λ , qui se déplacent au sein du réseau à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ le long de l'axe Ox_1 , les champs $\vec{\omega}$ générés par ces charges seront des champs dynamiques qui évolueront en fonction des mouvements des charges. Comme la transmission des informations des charges mobiles en un point quelconque du réseau solide se fait en ce cas à la vitesse c_t des ondes transversales, on peut utiliser la transformation de Lorentz reportée à la figure 6.1 en associant un référentiel mobile $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ aux charges. Il est intéressant de montrer ici les relations de transformation concernant le couple d'équations de Maxwell gérant la dynamique au sein du réseau, à l'exté-

rieur des charges, dans le cas où l'expansion volumique est homogène et constante ($n = cste$). Ces relations de transformation des champs de quantité de mouvement $(n\vec{p})$ et de moment $\vec{m}$ dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ en les champs $(n\vec{p})'$ et $\vec{m}'$ dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ sont obtenues par calcul assez simple, et sont reportées dans la figure 6.4. Grâce à ces relations de transformation, on va pouvoir calculer les champs associés au mouvement au sein d'un réseau solide de différents types de charges de rotation, ainsi que leur énergie totale, composée de leur énergie potentielle élastique et de leur énergie cinétique.

Energies relativistes des dislocations vis et coin

Considérons une corde vis cylindrique infinie et supposons que celle-ci se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction de l'axe $\boldsymbol{O}x_1$. Dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ en mouvement avec la corde, on peut appliquer le relations de transformation de la figure 6.4 pour trouver, à partir de l'expression du champ statique $\vec{\omega}_{ext}$ de rotation de la dislocation ainsi que des relations de transformation de Lorentz, les champs dynamiques $\vec{\omega}_{ext}$ et $\vec{\phi}$ exprimés dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. On déduit alors directement de ces expressions la densité d'énergie élastique de distorsion F_{dist}^{vis} et la densité d'énergie cinétique F_{cin}^{vis} dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. On obtient l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{vis}$ par unité de longueur de la dislocation par intégration de ces densités d'énergie dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. L'énergie totale de la dislocation vis ainsi obtenue est reportée dans la figure 6.4, et son expression mérite bien quelques commentaires:

- en fait, cette expression est tout à fait remarquable, car non seulement y apparaît-il la masse d'inertie $M_0^{vis} \cong E_{dist}^{vis} / c_t^2$ au repos de la dislocation vis que nous avions déjà obtenue de manière tout-à-fait classique, mais aussi permet-elle de mieux comprendre les véritables origines physiques des termes relativistes d'énergie de distorsion $E_{\boldsymbol{v}}^{dist}$ et d'énergie cinétique $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ qui y apparaissent. En effet, sous cette forme, le terme $E_{\boldsymbol{v}}^{dist}$ correspond à *la correction relativiste de l'énergie de distorsion élastique de repos* E_{dist}^{vis}, alors que le terme $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ correspond à *la correction relativiste de l'énergie cinétique non relativiste* $M_0^{vis}\boldsymbol{v}^2/2$,

dans ce cas de dislocation vis, c'est-à-dire lorsque la densité de charge scalaire λ se trouve répartie dans une *corde rectiligne infinie*, le comportement de l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{vis}$ est un pur *comportement relativiste*, satisfaisant très exactement la fameuse relation de la relativité restreinte $E = E_0 / \gamma$, alors qu'une charge scalaire localisée de rotation ne satisfait pas une telle relation comme nous le verrons dans la suite,

- l'énergie totale associée à la charge en mouvement tend vers une valeur infinie lorsque la vitesse $\boldsymbol{v}$ tend vers la célérité des ondes transversales c_t comme le montre la figure 6.5. Ce comportement est généré par la présence du terme $\gamma_t = (1 - \boldsymbol{v}^2 / c_t^2)^{1/2}$ dans l'expression de l'énergie, terme qui est dû à la contraction relativiste du champ de rotation dans la direction du mouvement, imposée par la transformation de Lorentz,
- l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{vis}$ associée à la charge en mouvement n'est pas du tout de l'énergie stockée dans la singularité elle-même, mais c'est le mouvement de la singularité dans le réseau qui stocke à la fois de l'énergie potentielle $E_{\boldsymbol{v}}^{dist}$ de distorsion élastique du réseau et de l'énergie cinétique newtonienne $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ de mouvement du réseau dans son voisinage,
- les fractions de l'énergie totale se retrouvant sous forme d'énergie potentielle élastique de rotation du réseau et sous forme d'énergie cinétique des mailles du réseau dépendent de la valeur du rapport $\boldsymbol{v} / c_t$ comme le montre la figure 6.6. On y constate entre autre que les fractions

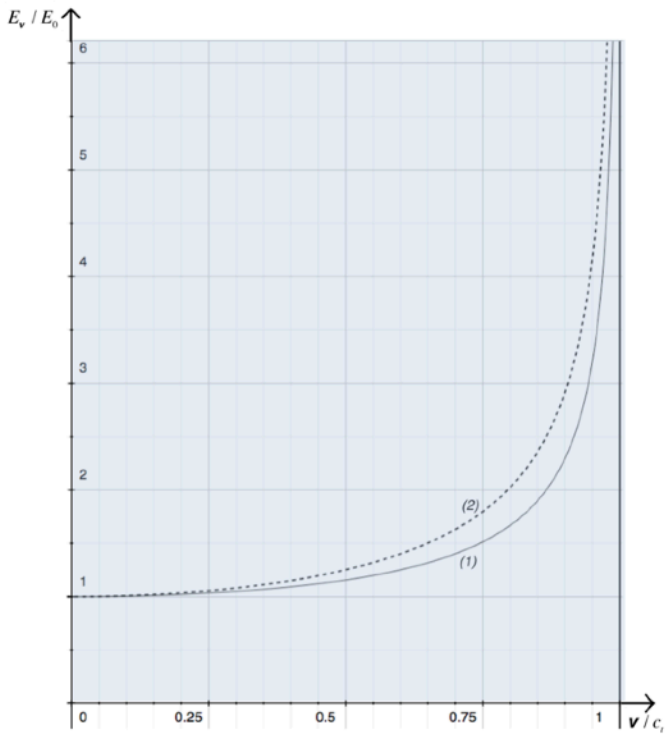


Figure 6.5 *- Energie totale de la charge rapportée à son énergie de repos, en fonction de la valeur de* v / c_t *, dans le cas d'une dislocation vis ou coin (1) ou d'une charge sphérique de rotation (2)*

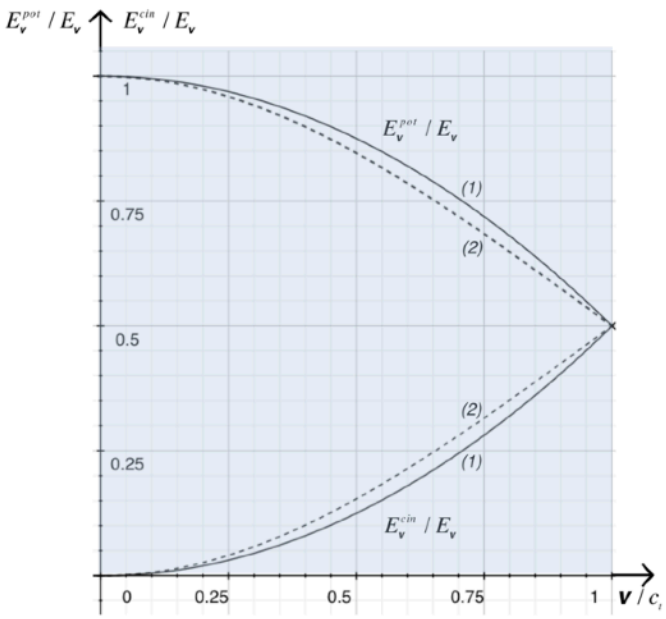


Figure 6.6 *- fractions de l'énergie totale sous forme potentielle et cinétique, en fonction de la valeur de* v / c_t *, dans le cas d'une dislocation vis ou coin (1) ou d'une charge sphérique de rotation (2)*

d'énergie sous forme potentielle et sous forme cinétique deviennent parfaitement égales lorsque la vitesse $\boldsymbol{v}$ d'une charge tend vers la célérité c_t des ondes transversales,
- le fait d'obtenir très exactement un comportement relativiste est dû à la particularité que le terme d'énergie cinétique $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ est exactement compensé par un terme négatif additionnel dans l'énergie potentielle $E_{\boldsymbol{v}}^{dist}$ dans le cas d'une dislocation vis. Nous verrons par la suite que cet effet de compensation n'est pas systématique, et qu'il dépend essentiellement de la topologie de la charge considérée. On a par conséquent ici une situation quelque peu paradoxale, à savoir que *la dynamique relativiste des dislocations vis est une conséquence directe de la dynamique purement newtonienne du réseau* dans l'espace absolu du ***GO***, car c'est la compensation exacte du terme d'énergie cinétique newtonienne $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ du réseau par le terme négatif additionnel dans l'énergie potentielle élastique $E_{\boldsymbol{v}}^{pot}$ qui en est responsable.

En ce qui concerne les dislocations coin rectilignes, supposer que le réseau est un *réseau cosmologique parfait* satisfaisant la conjecture 6, à savoir que $K_0 = K_3 > 0$ *,* que $K_1 << K_0$ et que $K_2 << K_3$ *,* et satisfaisant aussi l'hypothèse $\tau_0 < \tau_{0cr}$ *, implique* que les dislocations coin dans un réseau cosmologique parfait sont soumises exactement aux mêmes comportements relativistes que les dislocations vis, et donc qu'on a notamment $E_{\boldsymbol{v}}^{coin} = E_{dist}^{coin} / \gamma_t$ où l'énergie de distorsion satisfait aussi une vraie relation d'Einstein $E_{dist}^{coin} \cong M_0^{coin} c_t^2$ comme nous l'avons montré précédemment de manière purement classique. On obtient donc pour la dislocation coin une expression tout-à-fait similaire de son énergie relativiste totale $E_{\boldsymbol{v}}^{coin}$ que dans le cas de la dislocation vis, comme montré dans la figure 6.4.

L'équation de la dynamique relativiste d'une dislocation vis ou coin

Supposons qu'une dislocation rectiligne vis ou coin, qui se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans le *réseau cosmologique parfait*, soit soumise à une *force de Peach et Koehler* $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ par unité de longueur. De par la géométrie rectiligne de la dislocation, les vecteurs $\vec{\boldsymbol{v}}$ et $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ ne peuvent être que perpendiculaire à la ligne de dislocation. La puissance transmise à la dislocation par la force $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ s'écrit évidemment $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}\vec{\boldsymbol{v}}$, et cette puissance vient accroître l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{disloc}$ de la dislocation, de sorte que l'équation dynamique relativiste de la dislocation correspond à égaler la variation temporelle de l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{disloc}$ prise le long de la trajectoire avec la puissance $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}\vec{\boldsymbol{v}}$ fournie à la dislocation par la force de Peach et Kohler, comme indiqué dans la figure 6.7. Mais dans le cas d'une dislocation rectiligne, les vecteurs $\vec{\boldsymbol{v}}$ et $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ sont parallèles, de sorte qu'on peut écrire une équation vectorielle pour la dynamique relativiste de la dislocation faisant intervenir directement l'accélération $\vec{\boldsymbol{a}} = d\vec{\boldsymbol{v}} / dt$ de la dislocation. A noter que la dérivé temporelle $dE_{\boldsymbol{v}}^{disloc} / dt = \left(\partial E_{\boldsymbol{v}}^{disloc} / \partial \boldsymbol{v}\right)\left(d\boldsymbol{v} / dt\right) = \boldsymbol{a}\,\partial\left(E_{dist}^{disloc} / \gamma_t\right) / \partial \boldsymbol{v}$ doit tenir compte du fait que le facteur de Lorentz γ_t dépend aussi de la norme de $\vec{\boldsymbol{v}}$. En introduisant la *quantité de mouvement relativiste* $\vec{\boldsymbol{P}}^{disloc}$ par unité de longueur de la dislocation vis ou coin, on peut encore écrire l'équation dynamique relativiste d'une façon différente qui est reportée dans la figure 6.7. L'expression de la quantité de mouvement relativiste $\vec{\boldsymbol{P}}^{disloc}$ permet d'introduire une masse relativiste généralisée $M_{\boldsymbol{v}}^{disloc}$ de la dislocation en mouvement, qu'on peut utiliser pour écrire l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{disloc}$ et la quantité de mouvement $\vec{\boldsymbol{P}}^{disloc}$ *de la dislocation.* Les relations dans la figure 6.7 sont parfaitement identiques aux relations dynamiques obtenues en relativité restreinte. On peut d'ailleurs vérifier que la relation classique en relativité restreinte $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$ possède aussi son analogue $\left(E_{\boldsymbol{v}}^{disloc}\right)^2 = \left(M_0^{disloc}\right)^2 c_t^4 + \left(\vec{\boldsymbol{P}}^{disloc}\right)^2 c_t^2$.

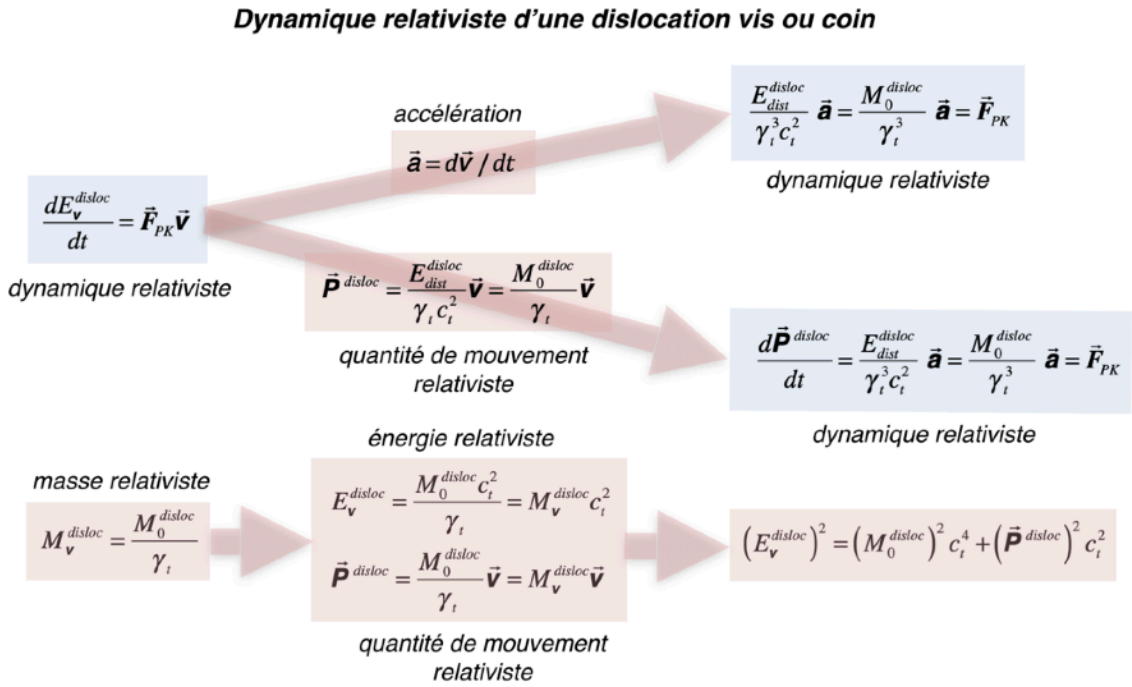


Figure 6.7 *- équation dynamique relativiste, quantité de mouvement relativiste et masse relativiste d'une dislocation vis ou coin*

Une remarque très intéressante s'impose ici: l'énergie relativiste totale $E_{\boldsymbol{v}}^{disloc}$ associée au mouvement de la dislocation est la somme de l'énergie potentielle $E_{\boldsymbol{v}}^{dist}$ de déformation élastique du réseau et de l'énergie cinétique newtonienne $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ de mouvement du réseau. Mais en associant l'énergie relativiste totale $E_{\boldsymbol{v}}^{disloc}$ à cette corde en mouvement, et sachant que l'énergie au repos de cette corde est donnée par E_{dist}^{disloc}, on pourrait aussi considérer que l'énergie de la corde en mouvement est égale la somme de son énergie de repos E_{dist}^{disloc} et d'une *énergie de mouvement* E_{mvt}^{disloc} qui correspond à l'énergie additionnelle générée par son déplacement au sein du milieu, à savoir $E_{mvt}^{disloc} = E_{\boldsymbol{v}}^{disloc} - E_{dist}^{disloc} = \left(M_{\boldsymbol{v}}^{disloc} - M_0^{disloc}\right)c_t^2 = M_0^{disloc}\left(1/\gamma_t - 1\right)c_t^2$. En relativité restreinte, cette énergie de mouvement E_{mvt}^{disloc} est souvent appelée *l'énergie cinétique* T *de la particule*. Mais dans le cas de la dislocation considérée ici, on sait qu'il ne s'agit pas réellement d'une énergie cinétique puisque E_{mvt}^{disloc} est en fait la combinaison suivante $E_{mvt}^{disloc} = E_{\boldsymbol{v}}^{dist} + E_{\boldsymbol{v}}^{cin} - E_{dist}^{disloc} = E_{\boldsymbol{v}}^{cin} + \left(1/\gamma_t - \boldsymbol{v}^2/2\gamma_t c_t^2 - 1\right)E_{dist}^{disloc}$ d'énergie cinétique réelle $E_{\boldsymbol{v}}^{cin}$ et d'énergie potentielle $\left(1/\gamma_t - \boldsymbol{v}^2/2\gamma_t c_t^2 - 1\right)E_{dist}^{disloc}$ de la dislocation.

Finalement, si on calcule l'énergie totale pour les faibles vitesses ($\boldsymbol{v} << c_t$), on obtient la relation $E_{\boldsymbol{v}}^{disloc} \cong E_{dist}^{disloc} + M_0^{disloc}\boldsymbol{v}^2/2 + \ldots$ et on retrouve l'énergie cinétique classique liée à la masse d'inertie au repos M_0^{disloc} de la dislocation.

Energies relativistes des singularités en boucles et des charges sphériques de rotation

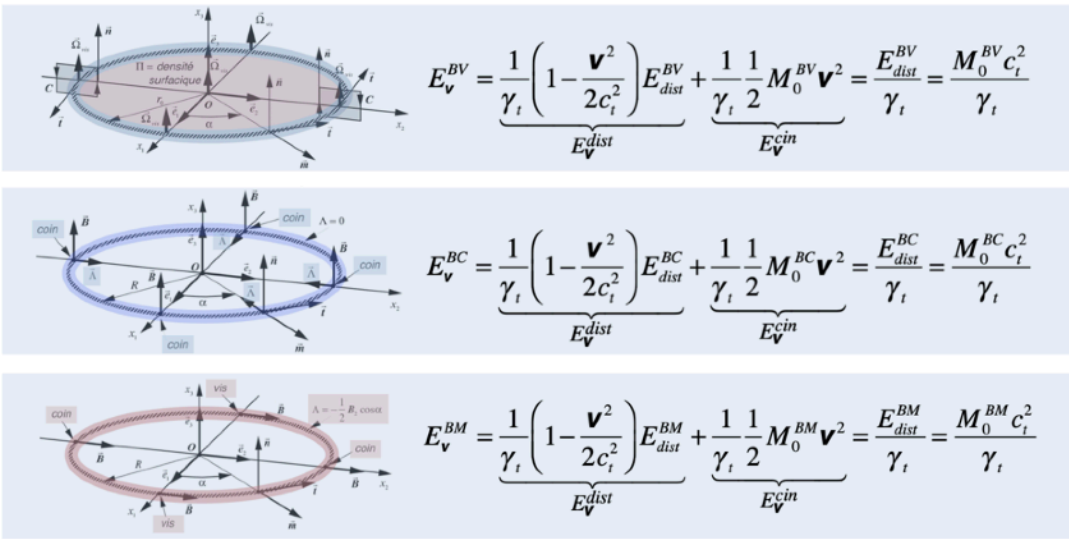
Nous avons vu au chapitre précédent que les singularités topologiques en boucles dans un *réseau cosmologique parfait* satisfont aussi toutes la relation d'Einstein $E_{dist}^{boucle} = M_0^{boucle}c_t^2$ qui a été obtenue à partir d'un calcul classique de leur énergie élastique de distorsion et de leur

énergie cinétique. Ceci implique que l'énergie relativiste des singularités en boucles se déduit de manière identique qu'on a déduit l'énergie relativiste d'une dislocation coin ci-dessus. Par conséquent, on déduit les énergies relativistes repèortées dans la figure 6.8 pour les singularités en boucles dans un réseau cosmologique parfait, à savoir la *boucle de désinclinaison vis, la boucle de dislocation coin prismatique et la boucle de dislocation mixte de glissement.*

On en déduit aussi que, dans un *réseau cosmologique parfait*, l'équation dynamique relativiste d'une singularité en boucle est parfaitement identique à celle d'une dislocation vis ou coin, telles que reportées dans la figure 6.7, à savoir $d\vec{\boldsymbol{P}}^{boucle}/dt = \vec{\boldsymbol{F}}^{boucle}$ dans laquelle $\vec{\boldsymbol{F}}^{boucle}$ est la force agissant globalement sur la boucle et $\vec{\boldsymbol{P}}^{boucle}$ est la quantité de mouvement relativiste de la boucle, donnée par $\vec{\boldsymbol{P}}^{boucle} = M_0^{boucle}\vec{\boldsymbol{v}}/\gamma_t$.

Considérons maintenant une charge sphérique localisée de rotation, comme celle décrite à la figure 5.4, qui se déplace le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_1$ à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$. Dans le référentiel $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ mobile avec la charge, on peut utiliser les relations de transformation relativiste de la quantité de mouvement $n\vec{p}$ et du moment $\vec{m}$ de la figure 6.4, ainsi que les relations de transformation de Lorentz de la figure 6.1 pour déduire les densités d'énergie potentielle $F_{dist}^{\mathcal{Q}_\lambda}$ et d'énergie cinétique $F_{cin}^{\mathcal{Q}_\lambda}$ dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$. L'énergie totale relativiste $E_{\boldsymbol{v}}^{\mathcal{Q}_\lambda}$ se calcule alors par intégration sur tout le volume de réseau, et on obtient l'énergie reportée dans la figure 6.8, qui se compose à nouveau d'une énergie potentielle relativiste $E_{\boldsymbol{pot}}^{\mathcal{Q}_\lambda}$ et d'une énergie cinétique relativiste $E_{\boldsymbol{cin}}^{\mathcal{Q}_\lambda}$.

Energies relativistes des singularités en boucles

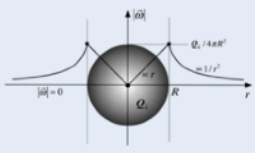


$$E_{\boldsymbol{v}}^{BV} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}^2}{2c_t^2}\right)E_{dist}^{BV}}_{E_{\boldsymbol{v}}^{dist}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{1}{2}M_0^{BV}\boldsymbol{v}^2}_{E_{\boldsymbol{v}}^{cin}} = \frac{E_{dist}^{BV}}{\gamma_t} = \frac{M_0^{BV}c_t^2}{\gamma_t}$$

$$E_{\boldsymbol{v}}^{BC} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}^2}{2c_t^2}\right)E_{dist}^{BC}}_{E_{\boldsymbol{v}}^{dist}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{1}{2}M_0^{BC}\boldsymbol{v}^2}_{E_{\boldsymbol{v}}^{cin}} = \frac{E_{dist}^{BC}}{\gamma_t} = \frac{M_0^{BC}c_t^2}{\gamma_t}$$

$$E_{\boldsymbol{v}}^{BM} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}^2}{2c_t^2}\right)E_{dist}^{BM}}_{E_{\boldsymbol{v}}^{dist}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{1}{2}M_0^{BM}\boldsymbol{v}^2}_{E_{\boldsymbol{v}}^{cin}} = \frac{E_{dist}^{BM}}{\gamma_t} = \frac{M_0^{BM}c_t^2}{\gamma_t}$$

Energies relativistes d'une charge localisée de rotation



$$E_{\boldsymbol{v}}^{\mathcal{Q}_\lambda} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\boldsymbol{v}^2}{3c_t^2}\right)E_{dist}^{\mathcal{Q}_\lambda}}_{E_{pot}^{\mathcal{Q}_\lambda}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{2\boldsymbol{v}^2}{3c_t^2}E_{dist}^{\mathcal{Q}_\lambda}}_{E_{cin}^{\mathcal{Q}_\lambda}} = \frac{1}{\gamma_t}\left(1+\frac{\boldsymbol{v}^2}{3c_t^2}\right)\underbrace{\frac{3(K_2+K_3)\mathcal{Q}_\lambda^2}{5\pi R}}_{E_{dist}^{\mathcal{Q}_\lambda}}$$

Figure 6.8 *- énergies relativistes des singularités en boucles et des charges localisées de rotation*

De par le terme γ_t au dénominateur, on retrouve là un comportement de l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}$ de la charge similaire à celui d'un comportement relativiste puisque celle-ci tend vers une valeur infinie lorsque la vitesse $\boldsymbol{v}$ tend vers la célérité des ondes transversales c_t comme le montre bien la figure 6.5 dans laquelle on a reporté $E_{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} / E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}$ en fonction de $\boldsymbol{v} / c_t$.

Comme dans le cas d'une dislocation vis ou coin, l'énergie totale se retrouve sous forme d'énergie potentielle élastique relativiste $E_{\boldsymbol{pot}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}$ de rotation du réseau et sous forme d'énergie cinétique relativiste $E_{\boldsymbol{cin}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}$ des mailles du réseau, et les fractions de chacune de ces énergies dépendent de la valeur du rapport $\boldsymbol{v} / c_t$ comme le montre la figure 6.6. On constate que ces fractions d'énergie sous forme potentielle et sous forme cinétique deviennent ici aussi parfaitement égales lorsque la vitesse $\boldsymbol{v}$ de la charge localisée tend vers la célérité c_t des ondes transversales.

Cependant, l'expression de l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}$ n'est cette fois pas en parfait accord avec un comportement relativiste classique, car $E_{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} \neq E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} / \gamma_t$. Ce désaccord est à associer au fait que le terme négatif additionnel dans l'énergie potentielle ne compense plus exactement le terme d'énergie cinétique, car le terme d'énergie cinétique est deux fois supérieur à la valeur absolue du terme additionnel dans l'énergie potentielle. Si on calcule l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}$ pour les faibles vitesses ($\boldsymbol{v} << c_t$) en développant le terme γ_t au dénominateur, on obtient la relation $E_{\boldsymbol{v}}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} \cong E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}\left(1+\boldsymbol{v}^2 / 2c_t^2 + ...\right)\left(1+\boldsymbol{v}^2 / 3c_t^2\right) \cong E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} + 5E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda}\boldsymbol{v}^2 / 6c_t^2 + ...$ En ce cas, l'énergie de la charge en mouvement est donc égale à son énergie de repos et à un deuxième terme d'énergie proportionnel à la vitesse de la charge au carré, et qui peut être assimilé à un terme *d'énergie cinétique de la charge*. On peut par conséquent attribuer une *masse d'inertie au repos* M_0 à la charge sphérique de rotation, et la relation d'Einstein s'écrit $E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} \cong 3M_0 c_t^2 / 5$. On constate par conséquent que la relation entre énergie au repos et masse d'inertie pour une charge de rotation $\boldsymbol{Q}_\lambda$ sphérique s'écarte quelque peu de la fameuse relation d'Einstein de la relativité restreinte, qui stipule que $E_0 = M_0 c^2$.

De l'explication probable du paradoxe de l'énergie des électrons

On retrouve avec la relation $E_{dist}^{\boldsymbol{Q}_\lambda} \cong 3M_0 c_t^2 / 5$ pour une singularité localisée de rotation un paradoxe fameux de l'électromagnétisme classique. En effet, le même type de calcul effectué en électromagnétisme classique pour trouver l'énergie stockée par le champ électrique d'un électron en mouvement donne un résultat tout-à-fait similaire à celui-ci, à savoir que $E_{\acute{e}lectromagn\acute{e}tique}^{relativiste} \neq E_{champ\ \acute{e}lectrique}^{repos} / \gamma$, et donc que la masse associée aux champs électromagnétiques de l'électron *ne satisfait pas les principes de la relativité restreinte.* Ce résultat célèbre en électromagnétisme a fait couler beaucoup d'encre et a été l'objet de nombreuses discussions. Plusieurs modèles ont été proposés pour l'expliquer, sans beaucoup de succès d'ailleurs. On peut considérer en fait qu'il n'a jamais été vraiment compris dans le cadre de la théorie classique de l'électromagnétisme et de la relativité restreinte . Une discussion détaillée de ce sujet peut se trouver dans le fameux cours de physique de R. P. Feynman [1].

Ce fameux *paradoxe de l'énergie électrique de l'électron* pourrait trouver ici une explication simple, si on suppose que l'électron possède lui aussi une structure annulaire similaire à une boucle de désinclinaison vis, ou à une boucle de pseudo-dislocation vis et que le champ élec-

---

[1] *Richard P. Feynman, The Feynman Lectures on Physics, Addison-Wesly Publ. Company, 1970, chap. 28*

trique de l'électron est l'analogue du champ de rotation[2]. En effet, l'expression de l'énergie relativiste d'une boucle de désinclinaison vis satisfait parfaitement l'expression d'Einstein $E_{\boldsymbol{v}} \cong E_0 / \gamma_t$, de sorte que si l'électron présentait la structure topologique de boucle de désinclinaison vis dans un réseau cosmologique, on aurait une charge localisée $\boldsymbol{q}_\lambda$ de rotation qui présenterait à grande distance un champ de rotation $\vec{\omega}^{él}$ divergent tout comme l'électron présente un champ électrique $\vec{E}^{él}$ divergent, et qui satisferait à faible vitesse ($\boldsymbol{v} << c_t$) la relation de la relativité restreinte puisque pour une boucle vis on a bien la relation $E_{dist}^{BV} = M_0^{BV} c_t^2$.

Force de Peach & Koehler et force relativiste de Lorentz

Au chapitre 2, nous avons introduit la *force de Peach et Koehler* $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK} = \lambda \vec{m} + \vec{\boldsymbol{v}} \wedge \vec{\boldsymbol{A}}$ qui agit par l'intermédiaire du champ $\vec{m}$ sur l'unité de volume de charges de rotation présentant une densité λ de charges. Dans cette relation, le terme $\lambda \vec{m}$ est l'analogue de la force électrique $\vec{\boldsymbol{f}} = \rho \vec{E}$ agissant par unité de volume sur une densité de charge électrique ρ dans les équations de Maxwell de l'électromagnétisme, alors que le terme $\vec{\boldsymbol{v}} \wedge \vec{\boldsymbol{A}}$ avait été introduit pour tenir compte des forces qui ne produisent aucun travail. Pour une densité λ de charges en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_1$, la densité de force agissant dans le repère $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ lié à la charge s'écrit donc, puisque la charge est immobile dans ce repère et que, par conséquent, $\vec{\boldsymbol{v}} = 0$ dans ce repère, sous la forme $\vec{\boldsymbol{f}}'_{PK} = \lambda \vec{m}'$. On peut dès lors retrouver la force par unité de volume agissant sur la même densité de charge qui se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans le référentiel immobile $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, en utilisant les relations de transformation relativiste de la quantité de mouvement $n\vec{p}$ et du moment $\vec{m}$, et on obtient assez facilement l'expression suivante $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK} = \lambda m_1 \vec{e}_1 + \lambda\left(m_2 \vec{e}_2 + m_3 \vec{e}_3\right)/\gamma_t + 2\lambda\left(\vec{\boldsymbol{v}} \wedge n\vec{p}\right)/\gamma_t$ pour cette force. Dans le cas où $\left|\vec{\boldsymbol{v}}\right| << c_t$, γ_t devient voisin de l'unité et la force par unité de volume dans le repère immobile $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ devient simplement égale à $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK} \cong \lambda \vec{m} + 2\lambda\left(\vec{\boldsymbol{v}} \wedge n\vec{p}\right)$, qui est l'analogue parfait de la *force électromagnétique de Lorentz* $\vec{\boldsymbol{f}}_L = \rho \vec{E} + \vec{j} \wedge \vec{B} = \rho\left(\vec{E} + \vec{\boldsymbol{v}} \wedge \vec{B}\right)$. Le terme $2\lambda\left(\vec{\boldsymbol{v}} \wedge n\vec{p}\right)$ dans la force $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK}$ n'est rien d'autre que le terme $\vec{\boldsymbol{v}} \wedge \vec{\boldsymbol{A}}$ que nous avions introduit dans la figure 2.38 pour tenir compte des forces qui ne travaillent pas, de sorte que le vecteur $\vec{\boldsymbol{A}}$ a maintenant une valeur connue, qui vaut $\vec{\boldsymbol{A}} = 2\lambda n\vec{p}$.

On peut alors appliquer la relation donnant $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK}$ aux diverses singularités topologiques du réseau cosmologique:

- *dans le cas d'une dislocation vis rectiligne*, l'intégration de la relation sur l'unité de longueur de la dislocation donne la force $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK} = \Lambda \vec{m} + 2\Lambda\left(\vec{\boldsymbol{v}} \wedge n\vec{p}\right)$ agissant sur l'unité de longueur de dislocation. Cependant, si une dislocation vis rectiligne se déplace dans un solide, sa vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ est forcément perpendiculaire à la ligne de dislocation, et la force $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ n'aura d'action que si elle est elle aussi perpendiculaire à la corde, de sorte que seule la composante de $n\vec{p}$ dirigée dans la direction de la corde peut donner une force $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK}$ capable d'agir sur la dislocation.
- *dans le cas d'une charge sphérique de rotation de charge* $\boldsymbol{Q}_\lambda$, la relation donnant $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK}$ peut s'intégrer sur le volume de la charge, et on obtient la force totale agissant sur la charge de rotation qui vaut $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK} = \boldsymbol{Q}_\lambda \vec{m} + 2\boldsymbol{Q}_\lambda\left(\vec{\boldsymbol{v}} \wedge n\vec{p}\right)$.

---

[2] *L'idée d'un électron de forme annulaire a été proposée initialement en 1915 par Parson (Smithsonian miscellaneous collections, nov. 1915) puis développée ensuite par Webster (Amer. Acad., janv. 1915) et Allen (Phil. Mag., 4, 1921, p. 113), et la proposition qu'un électron puisse être similaire à une boucle de désinclinaison vis a été proposée en 1996 par Unziker (arXiv:gr-qc/9612061v2).*

- *dans le cas d'une boucle de désinclinaison vis de charge* $\boldsymbol{q}_{\lambda BV} = 2\pi R\Lambda_{BV} = -\pi R\vec{\boldsymbol{B}}_{BV}\vec{\boldsymbol{t}}$, on peut appliquer la relation donnant $\vec{\boldsymbol{f}}_{PK}$, ce qui permet d'écrire $\vec{\boldsymbol{F}}_{PK} = \boldsymbol{q}_{\lambda BV}\vec{m} + 2\boldsymbol{q}_{\lambda BV}\left(\vec{\boldsymbol{v}} \wedge n\vec{p}\right)$ pour la force agissant sur la boucle.

Les deux dernières relations correspondent directement à l'expression de la force électromagnétique $\vec{\boldsymbol{F}} = q\left(\vec{E} + \vec{\boldsymbol{v}} \wedge \vec{B}\right)$ agissant sur une charge électrique q *en mouvement.*

Du rôle d'«éther» joué par le réseau cosmologique

On a vu que le déplacement d'une singularité topologique dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ d'un réseau cosmologique parfait, à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction de l'axe $\boldsymbol{O}x_1$, peut être décrit dans un repère $\boldsymbol{O}'x_1'x_2'x_3'$ mobile avec la singularité grâce à la transformation de Lorentz. A expansion volumique constante, un amas de singularités mobile au sein du réseau, formé par exemple par un ensemble de singularités localisées comme des boucles de dislocation et de désinclinaison interagissant entre elles via leurs champs de rotation, est soumis exactement à *la même transformation de Lorentz, avec toutes les propriétés qui lui sont attribuées comme la dilatation du temps et la contraction des longueurs,* puisque le champ de rotation qui fournit les interactions entre les singularités satisfait cette transformation.

Il existe évidemment une analogie mathématique forte entre la transformation de Lorentz appliquée ici pour la transmission des informations et des interactions via les ondes transversales au sein du réseau cosmologique et la transformation de Lorentz de la Relativité Restreinte appliequée pour décrire la dynamique relativiste des objets mobiles dans l'Univers en relation avec la vitesse de la lumière. Mais il existe aussi une très sérieuse différence physique entre ces deux théories, liée surtout à l'existence d'un *«éther»* pour les singularités topologiques, qui est en fait le réseau et qui donne un statut privilégié aux singularités fixes dans le réseau comparativement aux singularités mobiles par rapport au réseau, alors qu'en théorie de la Relativité Restreinte, tous les objets mobiles ont le même statut, d'où le fameux nom de *«relativité»*. Cette différence essentielle permet d'apporter un éclairage tout-à-fait nouveau et original sur les phénomènes de relativité. C'est ce qu'on va discuter dans la suite.

La dynamique des singularités au sein d'un réseau cosmologique se différencie de la Relativité Restreinte par l'existence même du réseau qui fait office de *référentiel absolu* pour le mouvement des singularités et d'*éther* pour la propagation des ondes transversales et longitudinales. Au contraire de la Relativité Restreinte, le réseau peut être décrit de l'extérieur par un observateur ***GO*** *(**G**rand **O**bservateur imaginaire)* qui possède une horloge universelle et des règles universelles dans le référentiel absolu $\boldsymbol{Q}\xi_1\xi_2\xi_3$. Cet observateur extérieur au réseau n'est soumis à aucune contrainte de vitesse de propagation de l'information, de sorte qu'il est seul à pouvoir observer qualitativement et déterminer quantitativement et exactement la notion *d'instantanéité d'événements* intervenant au sein du réseau.

On peut aussi imaginer un type d'observateurs complètement différent. Ce sont les observateurs locaux ***HS*** *(**H**omo **S**apiens)*, qui font *partie intégrante du réseau* et qui seraient constitués eux-mêmes de singularités topologiques du réseau. Ces observateurs particuliers ont alors un statut très différent de l'observateur ***GO*** puisqu'ils *font partie intégrante du réseau* et qu'ils peuvent s'y mouvoir. Mais ces observateurs sont astreints à une transmission de l'information d'un point à l'autre du réseau à la vitesse finie des ondes transversales ou des ondes longitudinales. Un observateur ***HS*** n'a donc pas d'accès à une définition absolue de la simultanéité

d'événements telle que celle du ***GO***, mais ne possède qu'une définition relativiste de la simultanéité, qui dépend notamment de sa vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ de déplacement par rapport au réseau et de la valeur locale de l'expansion volumique du réseau.

Pour des raisons de commodité, l'observateur extérieur ***GO*** peut évidemment se choisir comme règles universelles et horloge universelle les règles et l'horloge d'un observateur ***HS*** immobile par rapport au réseau, et qui se situerait en un endroit du réseau qui serait immobile et d'expansion volumique nulle ($\tau = 0$).

Tout observateur ***HS*** est muni d'un repère local qui possède des règles et une horloge propre, qui paraissent d'ailleurs immuables pour ce ***HS***, alors que la longueur de ses règles et la vitesse de comptage du temps de son horloge varient en réalité dans le référentiel absolu du ***GO*** en fonction de l'expansion volumique du réseau à l'endroit où il se trouve (on reviendra plus tard sur ce point en détail), et de sa vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ par rapport au réseau. Par conséquent, le ***HS*** n'a pas d'accès direct à la valeur de l'expansion volumique locale du réseau ou à sa propre vitesse de déplacement $\vec{\boldsymbol{v}}$ par rapport au réseau. Seul le ***GO*** a un accès direct à ce type d'informations.

Les transformations de Lorentz que nous avons définies sont donc en réalité des outils du ***GO***, qui peut s'en servir sans problème pour déterminer les règles et les horloges locales de tous les ***HS*** attachés au réseau, ou simplement pour calculer les divers champs associés à des singularités topologiques en mouvement au sein du réseau. Et il peut appliquer ces transformations à tout endroit du réseau où il est possible de trouver un état d'expansion homogène et constant, qui peut très bien être différent de l'expansion nulle puisque les transformations de Lorentz se basent sur la vitesse de transmission des ondes transversales, qui est parfaitement déterminée quelle que soit l'état d'expansion du réseau ($c_t(\tau) = c_{t0}\,\mathrm{e}^{\tau/2}$). De ce point de vue, notre interprétation des transformations de Lorentz est assez éloignée de l'interprétation de la Relativité Restreinte, pour laquelle ces transformations sont des outils que peut utiliser tout observateur ***HS*** pour passer d'un référentiel à un autre référentiel en mouvement par rapport au premier, et pour lequel la vitesse de la lumière est une constante absolue. Les principales conséquences de ces différences essentielles vont être analysées en détail dans la suite de ce chapitre.

Les transformations de Lorentz impliquent de fait que, pour des singularités mobiles à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$, la règle selon la direction $\boldsymbol{O}x_1$ se raccourcit d'un facteur γ_t, de sorte que $\vec{e}_1{}' = \gamma_t \vec{e}_1$. Pour interpréter ce raccourcissement de règle dans la direction du mouvement, il faut imaginer l'architecture de l'amas comme un ensemble de singularités topologiques liées entre elles par leurs interactions via leurs champs de rotation respectifs (figure 6.9). Ces singularités du réseau se déplacent par rapport au réseau à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$, et la finitude de la vitesse c_t de leurs interactions via le champ de rotation impose que l'architecture complète de l'amas de singularité se contracte dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$.

Mais cette contraction n'affecte en rien le réseau, qui conserve son état d'expansion volumique originel, ce qui est représenté dans la figure 6.9 pour le cas de deux amas de singularités identiques qui se meuvent à deux vitesses différentes, $\vec{\boldsymbol{v}}'$ et $\vec{\boldsymbol{v}}''$, mesurées par rapport au réseau par l'observateur **GO**. Ainsi, les effets relativistes sur les règles des observateurs ***HS'*** et ***HS"***, associés au mouvement collectif des singularités par rapport au réseau, n'ont rien à faire avec des effets d'expansion volumique du réseau, pour lesquels les modifications des lon-

gueurs des règles des observateurs ***HS'*** et ***HS''*** seront associées à des variations réelles du paramètre de maille du réseau cosmologique comme nous le verrons par la suite.

A noter aussi que ces deux effets sont cumulatifs, à savoir que les règles d'un observateur ***HS*** peuvent être contractées ou expansées par des variations d'expansion volumique et encore contractées par un mouvement de l'amas de singularités par rapport au réseau. De la sorte, la contraction-expansion des règles et de l'horloge d'un observateur ***HS*** dépend à la fois de l'expansion locale du réseau et de la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ de ***HS*** par rapport au réseau. De plus, dans la transformation de Lorentz appliquée par l'observateur ***GO***, la valeur de $\gamma_t = (1-\boldsymbol{v}^2/c_t^2)^{1/2}$ n'est pas seulement liée à la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ de ***HS*** par rapport au réseau, mais aussi à la célérité locale c_t des ondes transversales, qui dépend de l'expansion volumique τ du réseau cosmologique, puisque $c_t\big|_{\tau\neq 0} = c_{t0}\big|_{\tau=0}\,\mathrm{e}^{\tau/2}$.

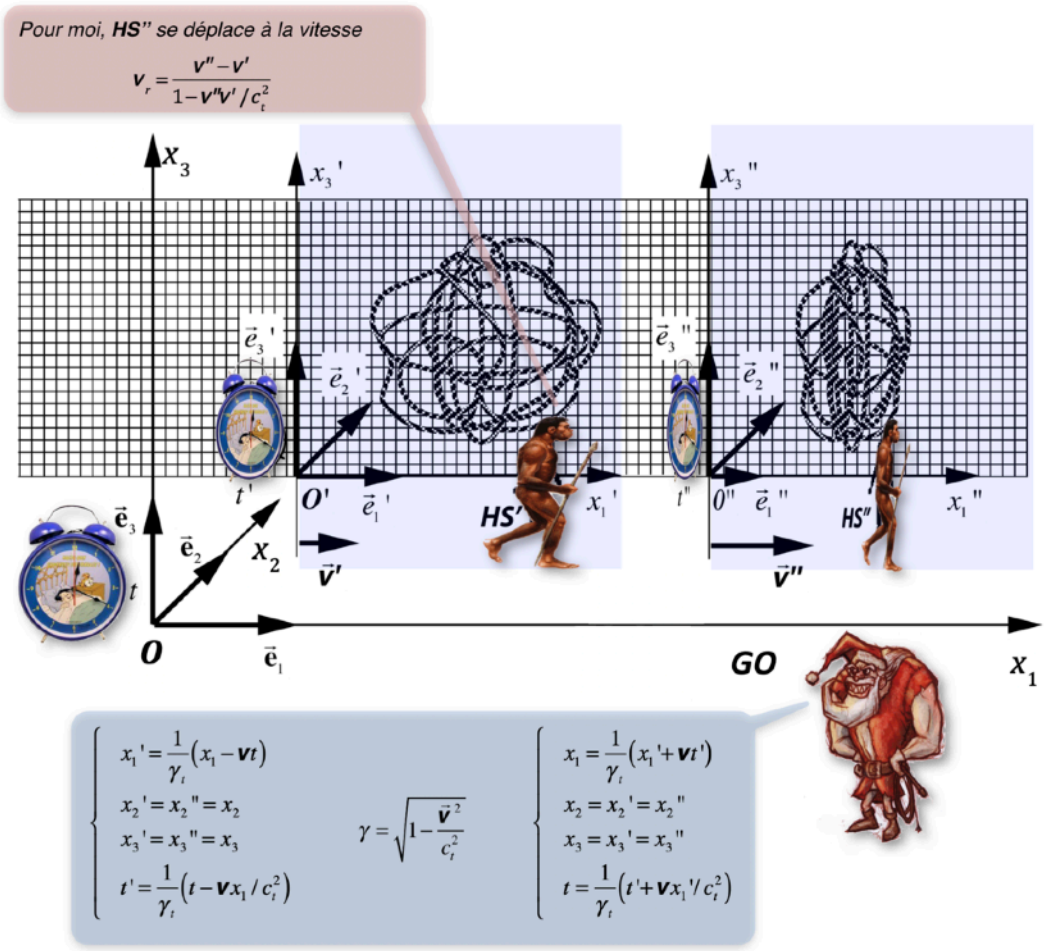


Figure 6.9 *- les repères de Lorentz mobiles des observateurs* ***HS'*** *et* ***HS' '*** *en mouvement*

Le phénomène de ralentissement de l'horloge de l'observateur ***HS*** qui se déplace par rapport au réseau a déjà été expliqué, avec les figures 6.3 (a) et (b). Imaginons qu'il existe un observateur ***HS'*** qui construit ses propres horloges dans son référentiel $\boldsymbol{O}'x'_1x'_2x'_3$, en fixant deux miroirs face à face à une distance d_0 l'une de l'autre, miroirs qui ont la propriété de réflé-

chir les ondes transversales. En envoyant une onde transversale entre les deux miroirs, ***HS'*** peut parfaitement utiliser, comme base de temps, le laps de temps $T_0 = 2d_0 / c_t$ qui s'écoule entre un aller-retour de l'onde entre les deux miroirs, parce que la distance d_0 et la vitesse c_t des ondes transversales sont pour lui des constantes. Si l'observateur ***HS'*** est initialement au repos par rapport au réseau, le ***GO*** peut considérer le laps de temps $T_0 = 2d_0 / c_t$ comme sa propre base de temps dans $Ox_1x_2x_3$.

Imaginons maintenant que l'observateur ***HS'*** se déplace par rapport au réseau avec la vitesse $\vec{v}$ dans la direction Ox_1, et qu'il place deux horloges en quadrature, c'est-à-dire une horloge ayant ses deux miroirs dans la direction Ox_1' et une seconde horloge ayant ses deux miroirs le long de l'axe Ox_3' (ou Ox_2'). En principe, dans son référentiel $O'x'_1x'_2x'_3$, le laps de temps $T_0 = 2d_0 / c_t$ mesuré par ***HS'*** avec ses deux horloges est exactement le même.

Prenons maintenant le point de vue du ***GO***. Nous avons montré que le temps de base de l'horloge mobile de l'observateur ***HS'*** dans $O'x_1'x_2'x_3'$, mesuré par l'observateur ***GO*** dans son référentiel absolu $Ox_1x_2x_3$, paraît dilaté en fonction de la vitesse $\vec{v}$ d'un facteur $1/\gamma_t$, de manière identique pour les deux horloges en quadrature, de sorte que $T = T_0 / \gamma_t$ .Ceci signifie qu'un temps local t' existe réellement pour l'observateur ***HS'***, que ce temps local s'écoule plus lentement pour un observateur ***HS'*** en mouvement par rapport au réseau, et que ce temps local t' reste isotrope dans $O'x_1'x_2'x_3'$, indépendamment de la direction du mouvement de l'observateur ***HS'*** au sein du réseau.

Concernant la dilatation ou la contraction du temps, il peut aussi y avoir couplage entre les effets relativistes et les effets d'expansion volumique. Nous verrons par exemple plus tard que, dans le cas d'un réseau cosmologique, un observateur ***HS'*** qui serait placé dans une zone de forte contraction volumique ($\tau << 0$) présenterait un temps propre très fortement ralenti par rapport au temps propre du ***GO***. De plus, s'il se déplaçait encore à une vitesse $\vec{v}$ proche de c_t par rapport au réseau, son temps propre serait encore plus fortement ralenti par rapport au temps propre du ***GO***.

L'expérience de Michelson-Morley dans le réseau cosmologique

Le réseau joue vis-à-vis des singularités et de la propagation des ondes transversales le même rôle que le fameux *«éther»* censé propagé les ondes lumineuses et tant discuté au début du XXème siècle. L'expérience de Michelson-Morley, qui consistait à essayer de mesurer à l'aide d'un interféromètre une différence de vitesse de propagation des ondes lumineuses dans la direction d'un déplacement à vitesse $\vec{v}$ et transversalement à la direction de ce déplacement, a donné des résultats négatifs, et on en a conclu à l'époque à l'inexistence d'un éther. Mais dans les deux exemples ci-dessus, le calcul proposé dans le réseau solide avec deux horloges locales en quadrature montre que le résultat est identique à celui obtenu par Michelson-Morley, à savoir qu'il n'y a aucune différence de temps de parcours dans les deux directions perpendiculaires, ce que le ***HS*** interprète évidemment comme le fait que la vitesse de propagation ne dépend pas de la direction dans laquelle on la mesure. Mais dans le cas que nous avons traité ici, il existe bel et bien un éther constitué par le réseau au sein duquel les singularités se déplacent, et qui est parfaitement connu du ***GO***.

On en déduit que, dans le cas du réseau solide faisant office d'éther, les singularités qui se déplacent à vitesse $\vec{v}$ ont effectivement leur horloge propre qui ralentit puisque le ***GO*** mesure

un temps d'horloge T_0 avec l'horloge du ***HS*** immobile par rapport au réseau, mais un temps $T = T_0 / \gamma_t$ avec l'horloge d'un ***HS*** qui se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ par rapport au réseau.

D'autre part, si un ***HS'*** mesure la vitesse c_t' d'une onde transversale dans son référentiel en mouvement $\boldsymbol{O}'x'_1 x'_2 x'_3$, avec ses propres règles et horloge, il trouve exactement la même valeur que celle mesurée par le ***GO*** dans le réseau, puisque on a dans la direction $\boldsymbol{O}x_1'$ que $c_t' = 2d_0 / T = \left(2d / \gamma_t\right) / \left(T / \gamma_t\right) = 2d / T = c_t$.

De la composition relativiste des vitesses
et de l'absence de notion absolue de simultanéité pour les HS

Dans la figure 6.9, on a représenté deux repères en translation selon l'axe $\boldsymbol{O}x_1$ aux vitesses $\vec{\boldsymbol{v}}'$ et $\vec{\boldsymbol{v}}''$ mesurées par l'observateur ***GO***. On peut se demander comment se traduit la relativité des vitesses mesurées par les ***HS***, et notamment quelle est *la vitesse relative* $\vec{\boldsymbol{v}}_r$ *que mesure l'observateur* ***HS'*** *dans son repère* $\boldsymbol{O}'x'_1 x'_2 x'_3$ *pour le déplacement du repère* $\boldsymbol{O}''x''_1 x''_2 x''_3$ *de l'observateur* ***HS"***. Pour ***GO***, le point $\boldsymbol{O}''$ du repère de ***HS"*** se déplace dans $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ de $x_1^{(1)}$ à $x_1^{(2)}$ dans un laps de temps qui va de t_1 à t_2, de sorte que la norme de la vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}''$ vaut $\boldsymbol{v}'' = (x_1^{(2)} - x_1^{(1)}) / (t_2 - t_1)$. Si ***HS'*** observe ce même déplacement, il trouve une vitesse relative $\vec{\boldsymbol{v}}_r$ dont la norme vaut $\boldsymbol{v}_r = (x_1^{(2)}' - x_1^{(1)}') / (t_2' - t_1')$. Cette expression peut alors être transformée en utilisant les relations de Lorentz de la figure 6.9, et il vient l'expression de la vitesse relative $\vec{\boldsymbol{v}}_r$ de déplacement de l'observateur ***HS"*** telle que la mesure l'observateur ***HS'***, et exprimée sous la forme $\boldsymbol{v}_r = (\boldsymbol{v}'' - \boldsymbol{v}') / (1 - \boldsymbol{v}''\boldsymbol{v}' / c_t^2)$ en fonction exclusivement des vitesses $\vec{\boldsymbol{v}}'$ et $\vec{\boldsymbol{v}}''$ mesurées par le ***GO***. La vitesse relative du repère $\boldsymbol{O}''x''_1 x''_2 x''_3$ mesurée par ***HS'*** correspond à ce qu'on appelle *la composition relativiste classique des vitesses*. Par symétrie, la vitesse relative du repère $\boldsymbol{O}'x'_1 x'_2 x'_3$ mesurée par ***HS"*** sera donnée par la même expression changée de signe.

Les observateurs liés au réseau n'ont en fait pas d'accès à la notion absolue de simultanéité que peut avoir le ***GO.*** Pour illustrer ce point, on peut imaginer quatre expériences très simples:

1ère expérience: considérons *deux événements simultanés observés par* ***GO*** *dans le référentiel* $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ *à l'instant* $t = 0$ *aux coordonnées* $x_1^{(1)} = 0$ *et* $x_1^{(2)} = \Delta x_1$, *donc distants de* Δx_1 (figure 6.10). Ces deux événements simultanés sont alors observés par un ***HS'*** dans son repère $\boldsymbol{O}'x'_1 x'_2 x'_3$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ aux coordonnées $\left(x_1^{(1)}' = 0 \ , \ t_1' = 0\right)$ et $\left(x_1^{(2)}' = \Delta x_1 / \gamma_t \ , \ t_2' = -\boldsymbol{v}\Delta x_1 / (c_t^2 \gamma_t)\right)$, obtenues par les transformations de Lorentz reportées dans la figure 6.9. On constate donc que les deux événements ne sont pas observés comme simultanés par le ***HS'***, mais séparés par un intervalle de temps non nul $\Delta t' = t_2'$, et la distance mesurée par le ***HS'*** entre les deux événements est égale à $\Delta x_1' = x_1^{(2)}' = \Delta x_1 / \gamma_t$ qui est supérieure à la distance Δx_1 mesurée par le ***GO***, et qui est la conséquence de la contraction de la règle $\vec{e}_1'$ de ***HS'*** dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$.

2ème expérience: considérons *un événement intervenant à l'origine du référentiel* $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ *de* ***GO*** *et qui se prolonge de* $t_1 = 0$ *à* $t_2 = \Delta t$ *, donc sur un laps de temps absolu de* Δt (figure 6.10). Cet événement est alors observé par un ***HS'*** dans son repère $\boldsymbol{O}'x'_1 x'_2 x'_3$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ aux coordonnées $\left(x_1^{(1)}' = 0 \ , \ t_1' = 0\right)$ et $\left(x_1^{(2)}' = -\boldsymbol{v}\Delta t / \gamma_t \ , \ t_2' = \Delta t / \gamma_t\right)$, obtenues à l'aide des relations de Lorentz de la figure 6.9. On constate que l'événement semble se déplacer dans le repère de ***HS'*** sur une distance

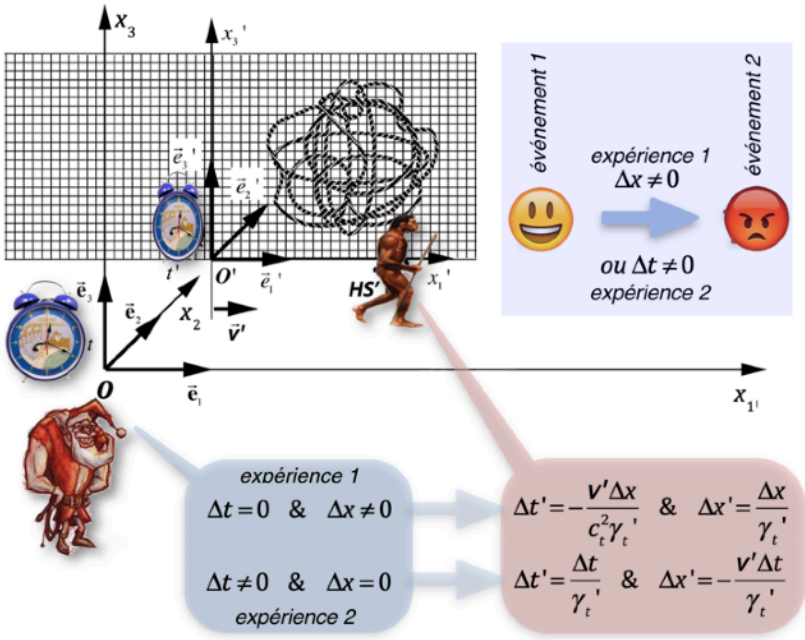


Figure 6.10 *- La non-simultanéité des événements du* ***GO*** *pour l'observateurs* ***HS'*** *en mouvement*

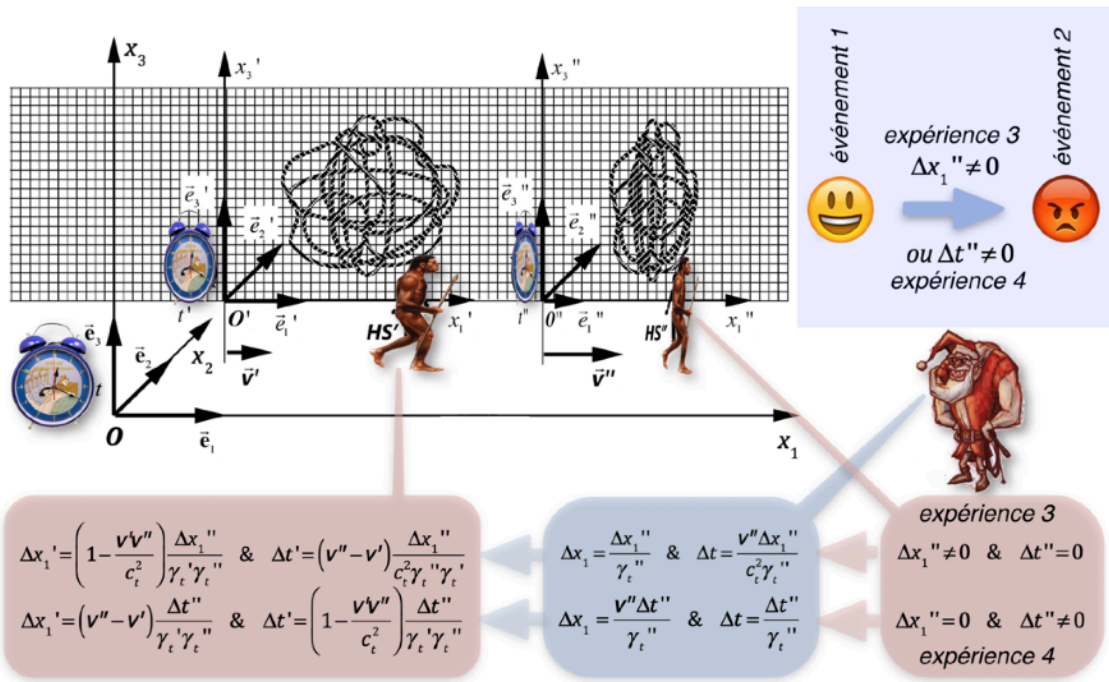


Figure 6.11 *- La non-simultanéité des événements pour les observateurs* ***HS'*** *et* ***HS''*** *en mouvement*

$\Delta x_1' = \left| x_1^{(2)\prime} \right| = \boldsymbol{v}\Delta t / \gamma_t$, plus longue que le parcours absolu $\boldsymbol{v}\Delta t$ du repère $\boldsymbol{O}' x'_1 x'_2 x'_3$ dans le réseau, à cause de la contraction de la règle $\vec{e}_1'$ utilisé par ***HS'***, et que le laps de temps que dure l'événement pour ***HS'*** vaut $\Delta t' = t_2' = \Delta t / \gamma_t$, et paraît donc plus long pour ***HS'*** que pour ***GO***, ce qui est de prime abord assez étrange puisque l'horloge de ***HS'*** tourne plus lentement que celle de ***GO***. Ce phénomène est dû aux temps de vol qu'ont mis les ondes transversales pour atteindre le ***HS'*** en mouvement par rapport au réseau. Cette dernière expérience montre bien que les intervalles de temps mesurés par les ***HS'*** sont des intervalles relatifs puisqu'ils dépendent de la vitesse de propagation finie de l'information au sein du réseau.

3ème expérience: considérons maintenant *deux événements simultanés dans le repère mobile* $\boldsymbol{O}'' x''_1 x''_2 x''_3$ de ***HS''***, *aux coordonnées* $x_1^{(1)\prime\prime} = 0$ et $x_1^{(2)\prime\prime} = \Delta x_1''$, *et survenant à l'instant* $t'' = 0$ (figure 6.11). Dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ immobile par rapport au réseau, les coordonnées de ces deux événements deviennent deux événements distincts dans le temps, dont les intervalles les séparant s'écrivent $\Delta x_1 = \Delta x_1'' / \gamma_t''$ et $\Delta t = \boldsymbol{v''}\Delta x_1'' / (c_t^2 \gamma_t'')$. Ces relations peuvent être utilisées maintenant pour obtenir les coordonnées des deux événements dans le repère $\boldsymbol{O}' x_1' x_2' x_3'$ de ***HS'***, qu'on peut ensuite expliciter sous la forme d'une distance spatiale $\Delta x_1'$ et d'un intervalle de temps $\Delta t'$ entre les deux événements, représentés dans la figure 6.11. Les deux événements simultanés distants de $\Delta x_1''$ dans le repère $\boldsymbol{O}'' x''_1 x''_2 x''_3$ de ***HS''*** deviennent deux événements non simultanés dans le repère $\boldsymbol{O}' x'_1 x'_2 x'_3$ de ***HS'***.

4ème expérience: considérons maintenant *deux événements successifs dans le repère mobile* $\boldsymbol{O}'' x''_1 x''_2 x''_3$, *intervenant au même endroit à la coordonnée* $x_1^{(1)\prime\prime} = 0$ *et survenant aux instants* $t_1'' = 0$ *et* $t_2'' = \Delta t''$ (figure 6.11). Dans le référentiel immobile $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, les coordonnées de ces deux événements deviennent deux événements distincts dans l'espace qui peuvent être utilisés pour obtenir les coordonnées des deux événements dans le repère $\boldsymbol{O}' x_1' x_2' x_3'$ de ***HS'***, qu'on peut expliciter sous la forme d'une distance spatiale $\Delta x_1'$ et d'un intervalle de temps $\Delta t'$ entre les deux événements comme reporté dans la figure 6.11. Les deux événements survenant à l'origine du repère $\boldsymbol{O}'' x''_1 x''_2 x''_3$ de ***HS''*** deviennent donc deux événements séparés dans l'espace du repère $\boldsymbol{O}' x'_1 x'_2 x'_3$ de ***HS'***.

L'effet Doppler-Fizeau entre singularités en mouvement dans le réseau cosmologique

Dans les figures 6.12 et 6.13, on a reporté plusieurs expériences d'échanges de signaux à fréquence donnée entre singularités en mouvement au sein du réseau via les ondes transversales. En prenant le point de vue du ***GO***, il est possible de décrire facilement ces expériences qui font apparaître le phénomène de Doppler-Fizeau. On suppose évidemment que toutes ces expériences ont lieu dans un réseau possédant une valeur d'expansion volumique homogène et constante, sans quoi la description de ces expériences deviendrait beaucoup plus complexe.

1ère expérience: un observateur ***HS'*** dans le repère $\boldsymbol{O}' x'_1 x'_2 x'_3$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}'$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ par rapport au réseau émet une onde à la fréquence f_e', mesurée avec sa propre horloge, vers un observateur ***HS*** dans un référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ immobile par rapport au réseau (figure 6.12a). L'onde transversale émise dans $\boldsymbol{O}' x'_1 x'_2 x'_3$ s'écrit simplement $\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 \sin\left(\omega' t' - k' x_1'\right)$ avec $f_e' = \omega' / 2\pi$ et $k' = \omega' / c_t$. Dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, la même onde s'obtient en remplaçant les coordonnées t' et x_1' de ***HS'*** par les coordonnées t et x_1 de ***HS***, en utilisant les transformations de Lorentz de la figure 6.9, et en identifiant le vec-

teur d'onde et la pulsation obtenue avec ceux de l'expression de l'onde $\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 \sin\left(\omega t - k x_1\right)$ dans le référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$, et on trouve les relations donnant ω et k à partir des valeurs de ω' et k' dans le repère $\boldsymbol{O}'x'_1x'_2x'_3$, sous la forme $\omega = \left(\omega' + k'\boldsymbol{v'}\right)/\gamma_t'$ et $k = \left(k' + \omega'\boldsymbol{v'}/c_t^2\right)/\gamma_t'$. Comme $k' = \omega'/c_t$ et $f_e' = \omega'/2\pi$, on déduit la relation existant entre la fréquence f_e' du signal émis par ***HS'*** et la fréquence f_r du signal reçu mesurée par ***HS*** avec sa propre horloge:, comme reporté dans la figure 6.12a.

Pour $\boldsymbol{v'} > 0$, c'est-à-dire lorsque ***HS'*** se rapproche de ***HS***, la fréquence f_r du signal reçu par ***HS*** est plus élevée que la fréquence f_e' du signal émis par ***HS'***. C'est l'*effet Doppler-Fizeau*, et dans le jargon usuel des physiciens, on parle d'un *«shift du signal vers le bleu»*. Dans le cas contraire, si ***HS'*** s'éloigne de ***HS*** ($\boldsymbol{v'} < 0$), le signal reçu est de fréquence f_r inférieure à la fréquence f_e' du signal émis, et on parle de *«shift du signal vers le rouge»*. Sous la forme reportée dans la figure 6.12a, la relation fait apparaître le terme $(1 - \boldsymbol{v'}/c_t)^{-1}$ de *l'effet Doppler purement classique*, mais qui s'applique à une fréquence émise $\gamma_t' f_e'$, qui n'est rien d'autre que la fréquence du signal émise par ***HS'***, mais mesurée par ***HS*** avec sa propre horloge, ou par ***GO*** avec l'horloge universelle.

2ème expérience: un observateur ***HS*** dans le repère $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ au repos par rapport au réseau transmet un signal de fréquence f_e, mesurée avec sa propre horloge, vers un observateur ***HS"*** qui se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}''$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ par rapport au réseau (figure 6.12b). Avec le même type de calcul que dans le cas de la 1ère expérience, il est possible de vérifier que la fréquence f_r'' du signal reçu par ***HS"*** et mesurée avec sa propre horloge prend la valeur reportée à la figure 6.12b.

Pour $\boldsymbol{v''} > 0$, c'est-à-dire lorsque ***HS"*** s'éloigne de ***HS***, la fréquence f_r'' du signal reçu par ***HS"*** est plus basse que la fréquence f_e du signal émis par ***HS***. C'est à nouveau l'*effet Doppler-Fizeau*. Sous cette forme, l'expression de f_r'' fait apparaître le terme $(1 - \boldsymbol{v''}/c_t)$ de *l'effet Doppler classique*, mais qui s'applique à une fréquence f_e/γ_t'', qui n'est rien d'autre que la fréquence du signal émis par ***HS***, mais telle que mesurée avec l'horloge de ***HS"***.

3ème expérience: un observateur ***HS'*** dans le repère $\boldsymbol{O}'x'_1x'_2x'_3$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}'$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ par rapport au réseau émet une onde à la fréquence f_e', mesurée avec sa propre horloge, vers un observateur ***HS"*** qui se déplace à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}''$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ par rapport au réseau (figure 6.12c). La fréquence f_r'' du signal reçu par ***HS"*** et mesurée par lui avec sa propre horloge s'obtient aisément en combinant les deux relations *(6.12 a)* et *(6.12b)* obtenues précédemment. Sous cette forme, l'expression de f_r'' fait apparaître entre parenthèses *l'effet Doppler classique* dû aux mouvements des deux observateurs par rapport au réseau, ainsi que la fréquence $\gamma_t' f_e'/\gamma_t''$ qui n'est rien d'autre que la fréquence du signal émis par ***HS'***, mais mesurée avec l'horloge de ***HS"***.

4ème expérience: un observateur ***HS'*** dans le repère $\boldsymbol{O}'x'_1x'_2x'_3$ en mouvement à vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}'$ dans la direction $\boldsymbol{O}x_1$ par rapport au réseau émet une onde à la fréquence f_e', mesurée avec sa propre horloge, qui se réfléchit sur un miroir associé à un référentiel $\boldsymbol{O}x_1x_2x_3$ fixe par rapport au réseau, et reçoit l'écho de cette onde dont il mesure la fréquence f_r', toujours avec sa propre horloge (figure 6.13a). Il est facile de trouver la valeur de f_r' en utilisant les relations *(6.12a)* et *(6.12b)* précédemment obtenues dans lesquelles on introduit la fréquence f reçue et re-émise par le miroir dans le référentiel de ***HS.*** La combinaison de ces deux rela-

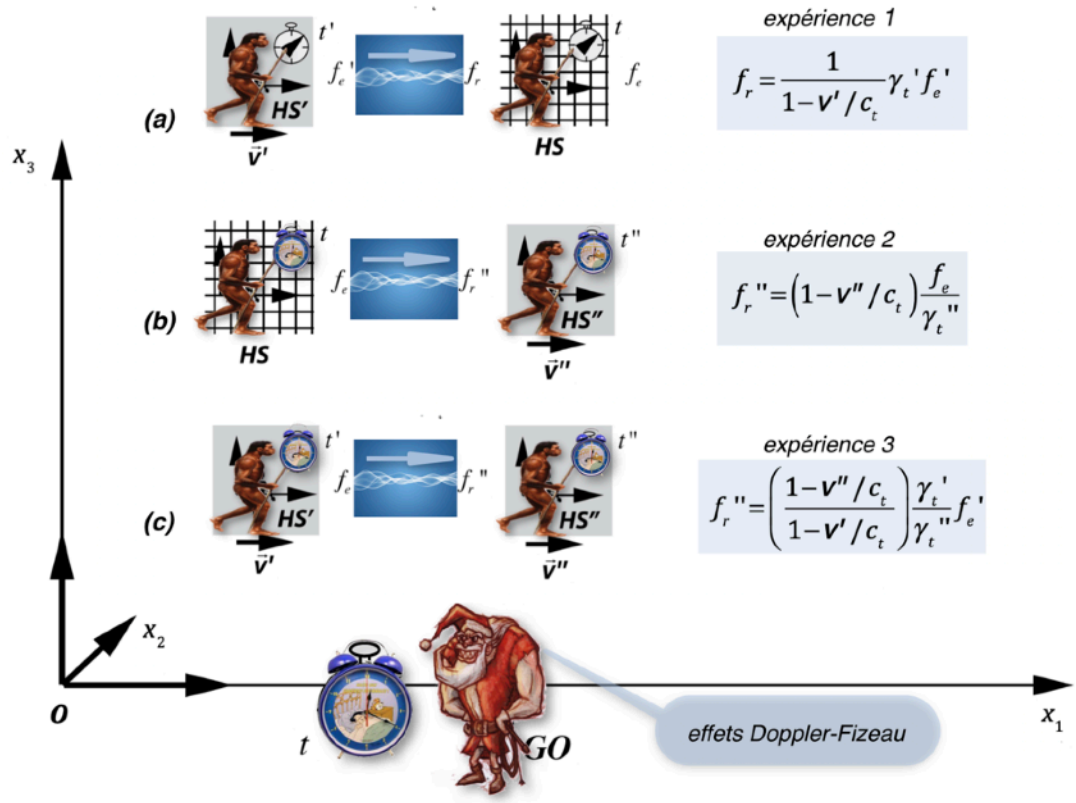


Figure 6.12 *- Différentes configurations de mesure de l'effet Doppler-Fizeau*

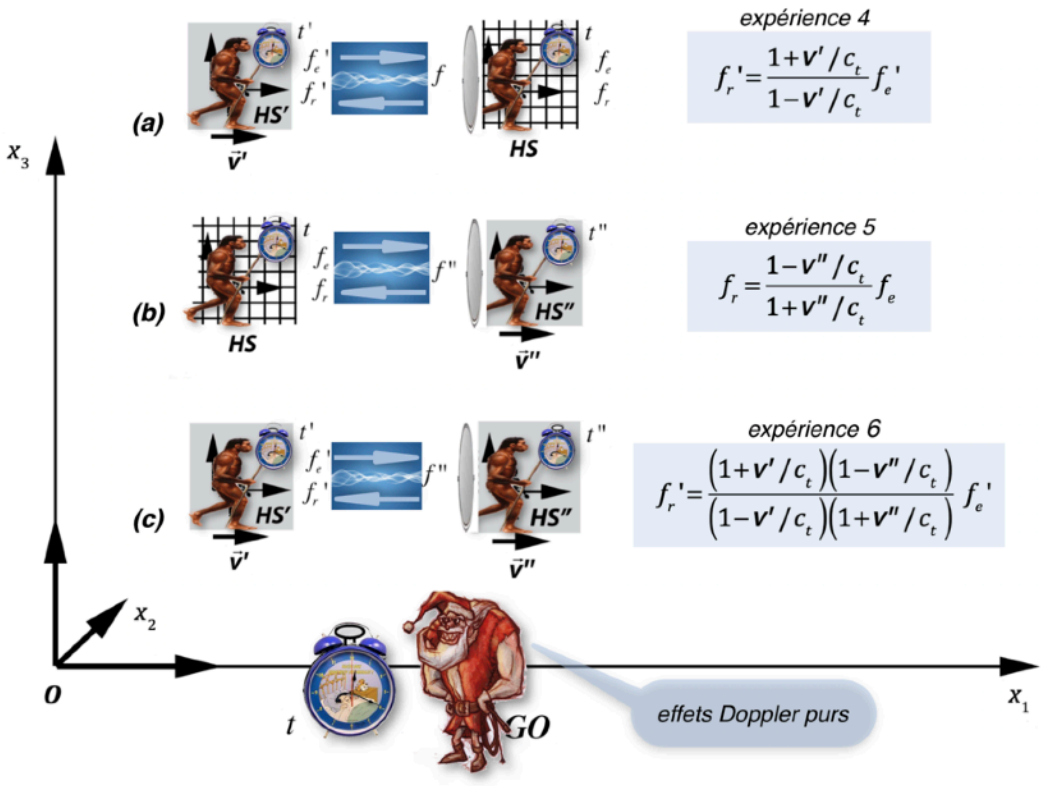


Figure 6.13 *- Différentes configurations de mesure de l'effet Doppler pur*

tions nous montre alors que, dans ce cas de figure, l'effet mesuré par ***HS'*** est un *pur effet Doppler classique*, ce qui est parfaitement logique puisque ***HS'*** utilise sa propre horloge pour mesurer f_e' et f_r'

5ème expérience: un observateur ***HS*** dans le repère $Ox_1x_2x_3$ fixe par rapport au réseau émet une onde à la fréquence f_e, mesurée avec sa propre horloge, qui se réfléchit sur un miroir associé à un repère $O''x''_1x''_2x''_3$ en mouvement à vitesse $\vec{v}''$ dans la direction Ox_1 par rapport au réseau fixe, et reçoit l'écho de cette onde dont il mesure la fréquence f_r, toujours avec sa propre horloge (figure 6.13b). Il est facile de trouver la valeur de f_r en utilisant à nouveau les relations précédemment obtenues dans lesquelles on introduit la fréquence f'' reçue et re-émise par le miroir dans le repère de ***HS''***. La combinaison des deux relations *(6.12a)* et *(6.12b)* nous montre à nouveau que, dans ce cas de figure, l'effet mesuré par ***HS*** est *un pur effet Doppler classique*, puisque ***HS*** utilise sa propre horloge pour mesurer f_e et f_r.

6ème expérience: un observateur ***HS'*** dans le repère $O'x'_1x'_2x'_3$ en mouvement à vitesse $\vec{v}'$ dans la direction Ox_1 par rapport au réseau émet une onde à la fréquence f_e', mesurée avec sa propre horloge, qui se réfléchit sur un miroir associé un repère $O''x''_1x''_2x''_3$ en mouvement à vitesse $\vec{v}''$ dans la direction Ox_1 par rapport au réseau, et reçoit l'écho de cette onde dont il mesure la fréquence f_r', toujours avec sa propre horloge (figure 6.13c). Il est à nouveau facile de trouver la valeur de f_r' en utilisant deux fois la relation *(6.12c)*. On trouve à nouveau que, dans ce cas de figure, l'effet mesuré par ***HS'*** est *un pur effet Doppler classique,* puisque ***HS'*** utilise sa propre horloge pour mesurer f_e' et f_r'.

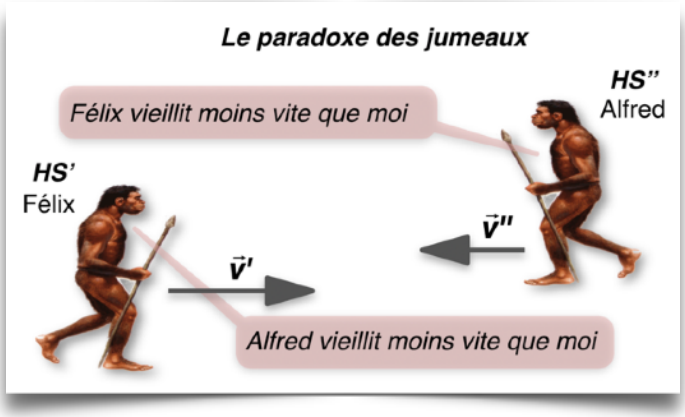
Du fameux paradoxe des jumeaux de la Relativité Restreinte …
… qui n'en est un que dans l'esprit des observateurs HS

L'existence du réseau, donc d'un *«éther»*, permet de donner une explication très simple et très élégante au fameux paradoxe des jumeaux de la Relativité Restreinte. On a déjà vu qu'un observateur local ***HS''*** dans son repère $O''x''_1x''_2x''_3$ mobile à vitesse $\vec{v}''$ par rapport au réseau dans la direction Ox_1 n'est en principe pas capable de mesurer cette vitesse $\vec{v}''$ puisque son horloge et ses règles propres ne changent pas pour lui, ce qui a pour conséquence que des expériences du type Michelson-Morley ne lui apportent aucune information utile. On peut malgré tout se demander si des expériences de type Doppler-Fizeau avec un autre observateur ***HS'*** mobile à vitesse $\vec{v}'$ par rapport au réseau dans la direction Ox_1 pouvaient lui apporter plus d'information. En relation avec l'observateur ***HS'***, l'observateur ***HS''*** peut effectuer trois types de mesure:

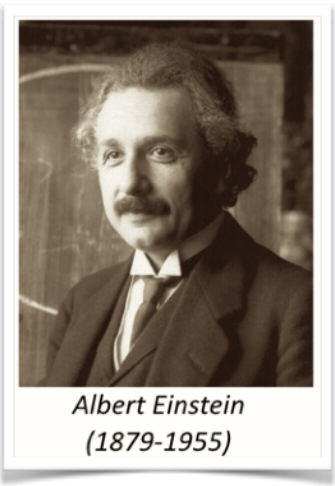
- il peut mesurer la vitesse relative v_r de ***HS'*** par rapport à lui, donnée par la formule de la figure 6.9 changée de signe,
- il peut mesurer le rapport de fréquence f_r''/f_e' d'un certain événement connu survenant dans son repère et dans le repère de ***HS'***, donnée dans la figure 6.12c,
- il peut mesurer le rapport de fréquence f_r''/f_e'' d'un signal qu'il a envoyé lui-même et qui se réfléchit sur un miroir dans le repère de ***HS'***, donnée dans la figure 6.13c,

On peut alors montrer que ces trois mesures expérimentales ne permettent pas à ***HS''*** de déterminer univoquement $\vec{v}'$ et $\vec{v}''$. En effet, les deux dernières relations sont absolument équivalentes et ne permettent donc pas de résoudre le problème. Quant aux deux premières

relations, il est facile de montrer que ce système est lui aussi indéterminé, car il fournit la relation $f_r''/f_e' = \left[(1-(\boldsymbol{v}_r/c_t)^2\right]^{1/2}$, de sorte que ***HS''*** n'a finalement pas moyen de trouver sa vitesse relative $\vec{\boldsymbol{v}}''$ par rapport au réseau en utilisant des expériences de type Doppler-Fizeau.



Cette dernière relation est extrêmement intéressante, car elle montre que ***HS''*** peut déduire la vitesse relative $\boldsymbol{v}_r$ de ***HS'*** par rapport à lui en mesurant le rapport de fréquence f_r''/f_e' d'un certain événement connu survenant dans son repère et dans le repère de ***HS'***, et que pour lui, dans son repère $\boldsymbol{O}''x''_1x''_2x''_3$, ce rapport de fréquence est de type relativiste. Mais l'observateur ***HS'***, dans son repère $\boldsymbol{O}'x'_1x'_2x'_3$, pourrait faire la même mesure, et il obtiendrait alors exactement le même résultat. Ainsi, pour les observateurs ***HS*** qui n'ont pas accès aux vitesses absolues par rapport au réseau (donc à l'éther.), leur principe de relativité est exactement le même principe que celui de la *Relativité Restreinte*. Notamment, en appliquant la transformation de Lorentz, ***HS''*** aura l'impression que ***HS'*** vieillit moins vite que lui, alors que ***HS'*** aura aussi l'impression que c'est ***HS''*** qui vieillit moins vite que lui. Cette situation étrange de prime abord est appelée le *paradoxe des jumeaux* en Relativité Restreinte.


Albert Einstein
(1879-1955)

Mais *ce paradoxe des jumeaux n'en est un que dans les esprits des observateurs **HS'** et **HS''***. En effet, pour le ***GO*** qui a accès aux vitesses relatives des ***HS*** par rapport au réseau, il est parfaitement clair que c'est le ***HS*** qui se déplace par rapport au réseau qui vieillit moins vite que le ***HS*** qui reste fixe par rapport au réseau. Ainsi, si un couple de jumeaux ***HS*** effectuent la fameuse expérience des jumeaux de Langevin, à savoir qu'un des jumeaux part en fusée à des vitesses subluminiques et revient ensuite vers son jumeau resté au point de départ, le ***GO*** pourra dire sans équivoque que c'est le ***HS*** qui a voyagé par rapport au réseau à très grande vitesse qui sera le plus jeune lorsqu'ils se rencontreront après le voyage. Et le ***GO*** sait parfaitement que cet effet a eu lieu tout au long du voyage, *même pendant les périodes où la vitesse du jumeau voyageur aura été constante par rapport au réseau.* Cette interprétation du paradoxe des jumeaux basée sur l'existence du réseau cosmologique, donc d'*un éther*, est tout-à-fait nouvelle et donne une réponse très simple, logique et élégante à de nombreuses questions et interprétations du paradoxe des jumeaux suggérées par la Relativité Restreinte et par la Relativité Générale[3] d'Einstein.

---

[3] *Voir par exemple:*
http://fr.wikipedia.org/wiki/Paradoxe_des_jumeaux et http://en.wikipedia.org/wiki/Twin_paradox