Chapitre 7

Les champs gravitationnels des singularités topologiques

Grâce à *la deuxième équation partielle de Newton*, on peut obtenir *les champs externes de perturbations d'expansion,* c'est-à-dire *les champs externes de gravitation* associés à une singularité topologique localisée. On trouve que ces champs externes de gravitation peuvent posséder trois composantes, à savoir une composante généralement dominante associée *à l'énergie élastique de distorsion,* c'est-à-dire *à la masse* de la singularité, et deux composantes en général nettement plus faibles dues respectivement *à la charge de courbure* de la singularité et *à la charge de rotation* de la singularité.

Dans la foulée, on en vient aussi à montrer que l'effondrement d'amas de singularités de type lacunaire ou de type interstitiel conduit à des singularités topologiques macroscopiques assez singulières au sein du réseau: un trou dans le réseau, sorte de *lacune macroscopique*, dans le cas de l'effondrement de singularités de nature lacunaire, ou un morceau de réseau additionnel, sorte d'*interstitiel macroscopique* au sein du réseau dans le cas de l'effondrement de singularités de nature interstitielle. La description des champs «gravitationnels» de ces deux types de singularités macroscopiques complémentaires montre que la singularité macroscopique lacunaire peut se comporter comme un réel trou noir, alors que la singularité macroscopique interstitielle ne présente pas cette propriété. Par la suite, ces singularités macroscopiques s'avéreront des candidates idéales pour expliquer les *«trous noirs»* de l'Univers dans le cas des lacunes macroscopiques et les *«étoiles à neutrons»* de l'Univers dans le cas des interstitiels macroscopiques.

En appliquant les calculs du champ de gravitation externe des singularités topologiques aux singularités microscopiques sous forme de boucles de désinclinaison vis, de boucles de dislocation coin prismatiques ou de boucles de dislocation mixtes, on déduit l'ensemble des propriétés gravitationnelles de ces boucles. On en déduira plusieurs conséquences extrêmement intéressantes, notamment l'existence, dans le cas de la boucle de dislocation coin prismatique, d'une masse équivalente de gravitation différente de la masse d'inertie, qui peut même s'avérer négative dans le cas des boucles de nature interstitielle, résultat qui aura des conséquences très importantes par la suite.

Perturbations de l'expansion par une singularité d'énergie de distorsion donnée

Considérons une singularité localisée au repos, de volume V_{amas}, constituée d'une boucle ou d'un amas de nombreuses boucles de dislocation et/ou de désinclinaison, et supposons connues les densités d'énergie de distorsion $F_{dist}^{amas}(\vec{r})$ et d'énergie potentielle $F_{pot}^{amas}(\vec{r})$ au sein de cette singularité. L'équilibre du champ de perturbation $\tau_{int}^{(E)}(\vec{r})$ d'expansion au sein de cette singularité est donné par la solution de l'équation du deuxième degré déduite de la deuxième équation partielle de Newton de la figure 5.1. On ne peut pas faire ici un calcul exacte de $\tau_{int}^{(E)}(\vec{r})$ puisque celui-ci nécessiterait de traiter un cas concret de singularité pour connaître

exactement les distributions des densités d'énergie de distorsion $F_{dist}^{amas}(\vec{r})$ et d'énergie potentielle $F_{pot}^{amas}(\vec{r})$ au sein de cette singularité. Par contre, on peut traiter ce problème de manière approximative en introduisant des valeurs moyennes des divers champs concernés. On peut commencer par introduire l'*énergie globale de repos* $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$ de la singularité topologique en sommant les distributions des densités d'énergie de distorsion $F_{dist}^{amas}(\vec{r})$ et d'énergie potentielle $F_{pot}^{amas}(\vec{r})$ au sein de cette singularité, de telle sorte qu'on puisse définir une valeur moyenne $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ du champ interne de perturbation de l'expansion. Il est clair que ce champ moyen est purement virtuel, autrement dit qu'il n'existe pas vraiment, mais qu'il représente en fait une forme de valeur moyenne de tous les accidents du champ de perturbation $\tau_{int}^{(E)}(\vec{r})$ au sein de la singularité, accidents qui doivent être extrêmement marqués surtout si on a à faire à un amas de très nombreuses singularités topologiques. Le calcul exact du champ de perturbation moyen $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ est assez compliqué, car il est soumis à diverses hypothèses concernant ses conditions d'existence. Nous n'entrerons pas ici dans une discussion détaillée de ces conditions d'existence. Les calculs détaillés montrent qu'il existe des solutions statiques ou dynamiques pour les champs de perturbations d'expansion qui sont associés à la singularité topologique, comme le montre la figure 7.0.

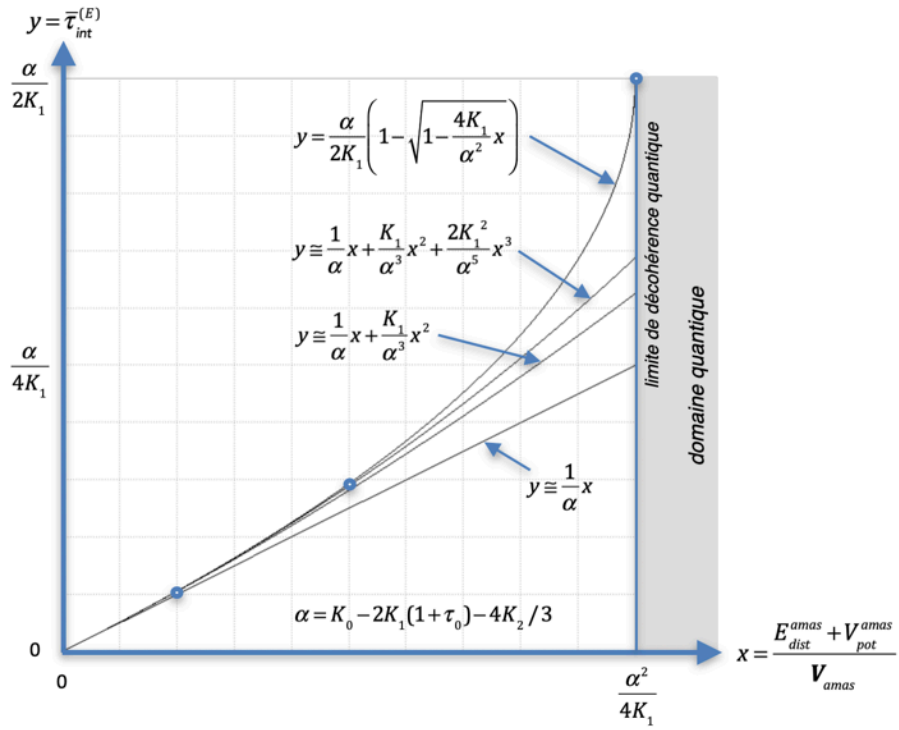


Figure 7.0 *- la fonction* $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ *dans le domaine des solutions statiques pour des valeurs de densité d'énergie de la singularité en-dessous de la valeur critique* $\alpha^2 / 4K_1$, *et domaine du comportement quantique pour les valeurs en-dessus de la valeur critique .*

Les perturbations du champ d'expansion associées à une singularité topologique localisée sont en fait l'expression de *l'existence d'un «champ gravitationnel» externe statique à longue distance de cette singularité*, tant que celle-ci possède une densité d'énergie ou une densité de charge de rotation inférieure à une certaine valeur critique $\alpha^2 / 4K_1$.

Dans le cas où cette densité d'énergie devient supérieure à cette valeur critique $\alpha^2 / 4K_1$, le champ d'expansion associé à cette singularité topologique localisée devient *une perturbation dynamique de l'expansion, qui fera apparaître les comportements quantiques de cette singularité*, que nous traiterons au chapitre 11. La valeur critique de la densité d'énergie devient alors une grandeur extrêmement importante puisqu'elle correspond en fait à *une valeur quantitative qui définit la fameuse limite de décohérence quantique,* c'est-à-dire la limite de passage entre un comportement classique et un comportement quantique de la singularité topologique.

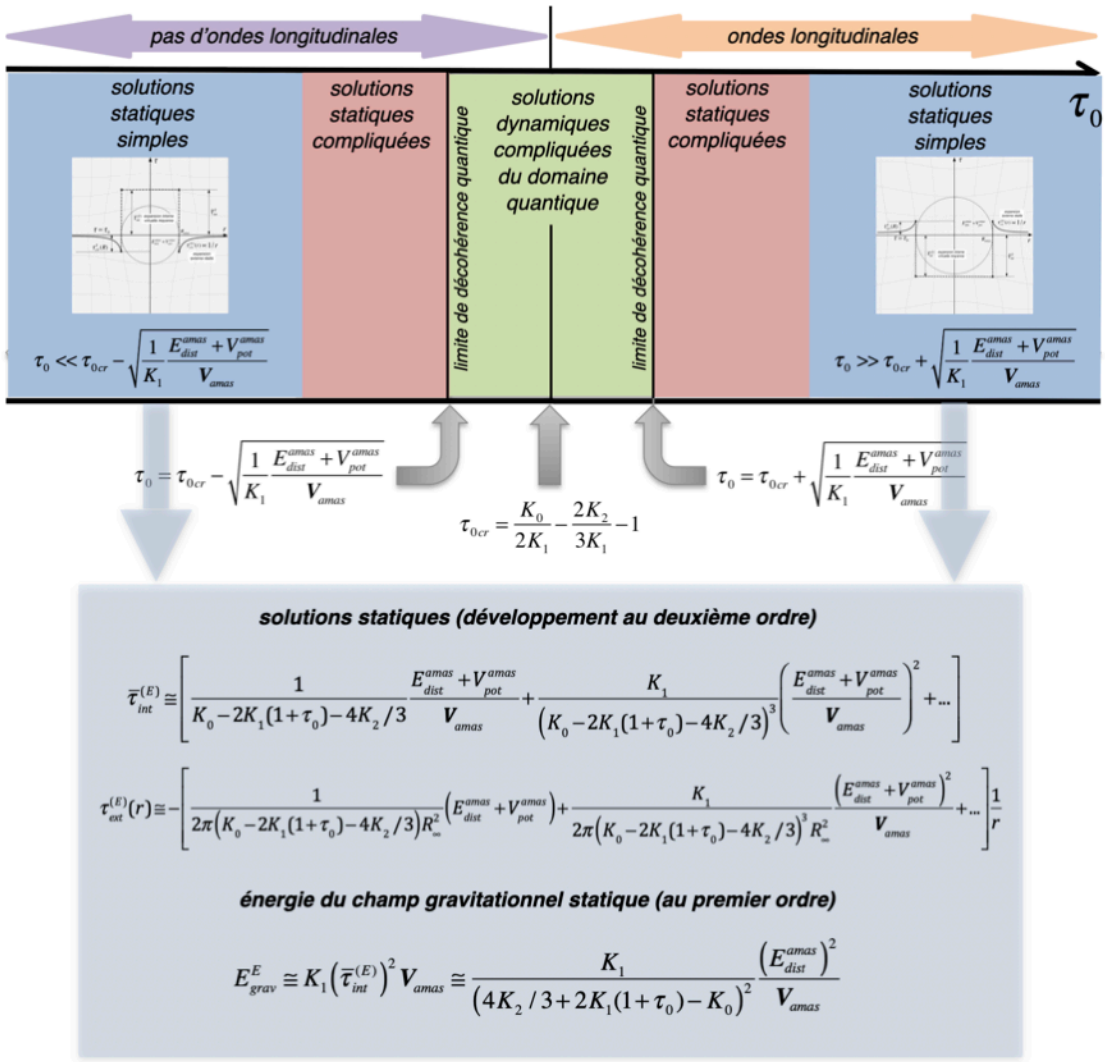


Figure 7.1 *- les domaines de solutions des perturbations d'expansion d'une singularité d'énergie* $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$ *donnée en fonction de l'expansion de fond*

Les domaines d'expansion de fond τ_0 du réseau dans lesquels interviennent ces solutions sont donnés par des conditions qui sont reportées dans la figure 7.1. Dans un petit domaine centré sur $\tau_0 = \tau_{0cr}$, il ne peut exister qu'une *solution dynamique de l'équation de Newton pour la perturbation d'expansion*, solution dynamique qui permet de passer de la solution statique du domaine $\tau_0 < \tau_{0cr}$ à la solution statique dans le *domaine* $\tau_0 > \tau_{0cr}$ et vice-versa.

Dans les domaines extérieurs à ce petit domaine de solutions dynamiques, il existe des solutions statiques pour les perturbations du champs d'expansion volumique provoquées par la

singularité. Mais là aussi, les calculs et les résultats obtenus sont assez compliqués. Mais il existe des domaines de l'expansion de fond τ_0 du réseau qui présentent des solutions statiques simples. Ces domaines sont reportés dans la figure 7.1, avec les expressions des champs de perturbations internes et externes qui leur correspondent. Il est remarquable de constater alors que la valeur moyenne $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ du champ interne de perturbation de l'expansion dépend de l'*énergie globale de repos* $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$ de la singularité et de son volume V_{amas}, alors que le champ de perturbation externe décroît en $1/r$ à distance de l'amas, qu'il ne dépend *que* de l'énergie totale $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$ de celui-ci, et surtout qu'il *ne dépend pas du volume ou du rayon de celui-ci*.

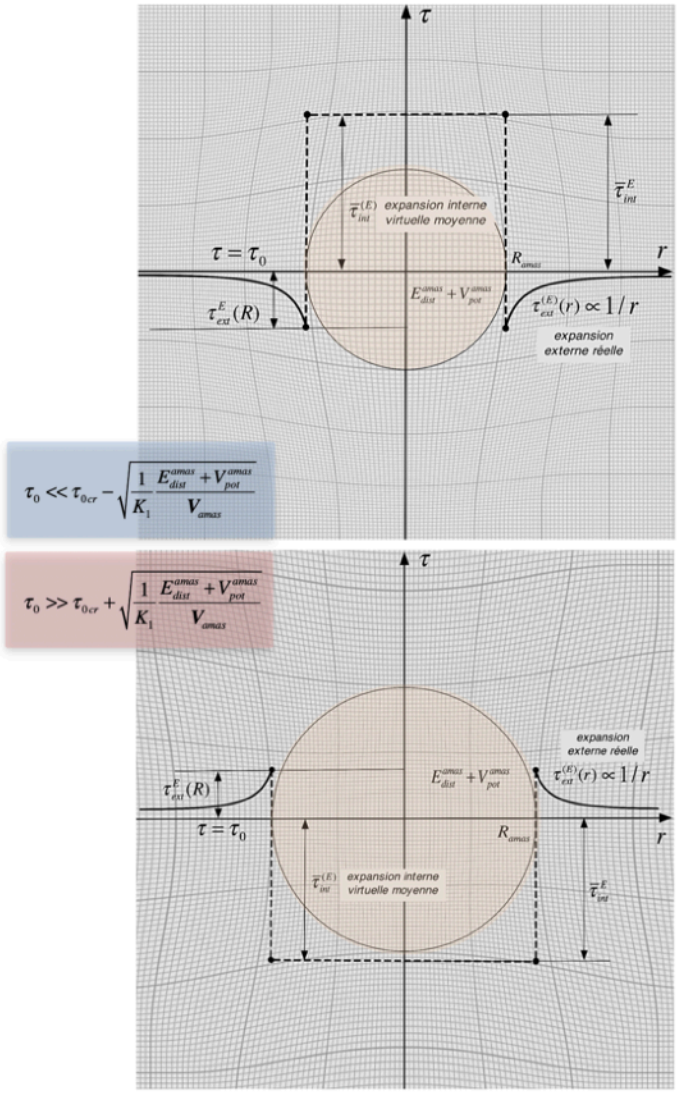


Figure 7.2 *- le champ d'expansion à l'intérieur et à l'extérieur d'une singularité d'énergie* $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$ *donnée*

Ces comportements du champ des perturbations d'expansion sont reportés dans la figure 7.2 en fonction de la distance r depuis le centre de la singularité, dans les deux cas $\tau_0 << \tau_{0cr}$ et $\tau_0 >> \tau_{0cr}$.

L'énergie totale du champ d'expansion peut aussi être calculée, et on constate qu'elle est positive, qu'elle est proportionnelle au produit du volume de la singularité par le carré du champ interne de perturbation d'expansion de la singularité, et qu'elle ne dépend que du module d'élasticité K_1 qui, comme on le rappelle, doit être beaucoup plus petit que les modules K_0 et K_3 dans le réseau cosmologique parfait.

Il est intéressant de comparer l'énergie de gravitation de la singularité avec son énergie élastique de distorsion, en calculant la valeur approximative du rapport des deux. Il vient l'expression $\boldsymbol{E}_{grav}^{E} / \boldsymbol{E}_{dist}^{amas} \cong (K_1 / K_0^2)(\boldsymbol{E}_{dist}^{amas} / \boldsymbol{V}_{amas})$ pour $\tau_0 << \tau_{0cr}$. Or, d'après la conjecture 6, le rapport K_1 / K_0^2 est extrêmement petit, de sorte que l'énergie gravitationnelle de la singularité est assurément extrêmement plus petite que l'énergie élastique de distorsion de la singularité dans le domaine $\tau_0 << \tau_{0cr}$. On reviendra sur ce point dans la suite.

Avec les conjectures 6 du *réseau cosmologique parfait*, si on se trouve dans le *domaine d'expansion* $\tau_0 < \tau_{0cr}$ dans lequel il n'existe pas d'ondes longitudinales, le champ interne virtuel moyen $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ de la singularité est positif. Quant au champ externe réel $\tau_{ext}^{(E)}(\vec{r})$ de la singularité, il est négatif et satisfait donc parfaitement la conjecture 3 de la figure 3.4 déduite de la courbure des rayons d'onde au voisinage de la singularité.

Par contre, si on se trouve dans le *domaine d'expansion* $\tau_0 > \tau_{0cr}$ où il existe des ondes longitudinales, les champs reportés dans la figure 7.2 s'inversent par rapport aux champs dans le *domaine d'expansion* $\tau_0 < \tau_{0cr}$ *:* le champ interne virtuel moyen $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ de la singularité devient négatif, et le champ externe réel $\tau_{ext}^{(E)}(\vec{r})$ devient positif, de sorte que celui-ci ne satisfait plus la conjecture 2 déduite de la courbure des rayons d'onde au voisinage de la singularité.

Perturbations de l'expansion par une singularité de charge de courbure donnée

Une singularité localisée de rayon R_{amas}, hormis de posséder une énergie de repos donnée, peut aussi posséder une charge globale de courbure $\boldsymbol{Q}_\theta$. En effet, une telle singularité peut être constituée d'un amas de singularités topologiques discrètes du réseau, telles que des boucles prismatiques de dislocation qui possèdent chacune une charge de courbure élémentaires $\boldsymbol{q}_{\theta BC(i)}$. Si $\boldsymbol{Q}_\theta > 0$, on parlera de singularité *de nature lacunaire* car il manque des sites de réseau au sein de l'amas, et si $\boldsymbol{Q}_\theta < 0$, on parlera de singularité *de nature interstitielle*, car il y a alors excès de sites de réseau au sein de l'amas. Une singularité de courbure est responsable d'un champ de flexion non nul et divergent dans son voisinage comme nous l'avons montré à la figure 2.33.

Pour retrouver les perturbations du champ d'expansion dues à cette singularité, on part de l'équation d'équilibre statique obtenue par la divergence de la première équatiuon prtielle de Newton de la figure 5.1. L'équation d'équilibre *du champ d'expansion* d'une telle singularité nécessite alors de connaître la densité $\theta^{amas}(\vec{r})$ de charges de courbure au sein de la singularité. Ne connaissant en général pas la densité $\theta^{amas}(\vec{r})$ qui est propre à une singularité donnée, on utilise pour simplifier l'approximation d'une densité de charge de courbure moyenne homogène au sein de la singularité, telle que $\overline{\theta}^{amas} = \boldsymbol{Q}_\theta / \left(4\pi R_{amas}^3 / 3\right)$. On obtient alors une équation d'équilibre simplifiée pour le champ interne virtuelle dont la solution $\tau_{int}^{(Q_\theta)}(r)$ est de symétrie sphérique. Comme précédemment, le calcul exact des champs de perturbation est assez compliqué, car il est soumis à diverses hypothèses concernant ses conditions d'existence, notamment la condition que le champ de perturbation total interne et externe soit de valeur moyenne

nulle, de telle sorte que la valeur du champ moyen au sein du réseau soit égale à l'expansion de fond τ_0 du réseau. Sous ces conditions, on obtient les champs internes et externes reportés dans la figure 7.3, ainsi que l'énergie associée à ce champ de perturbations d'expansion.

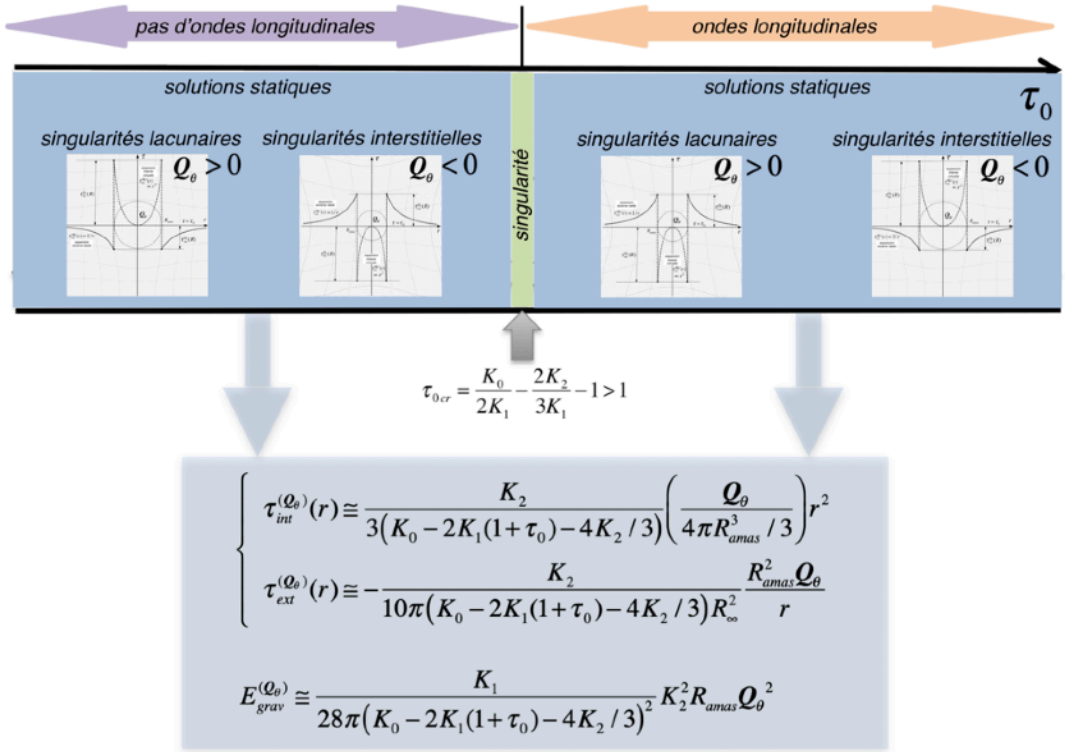


Figure 7.3 *- les domaines de solutions des perturbations d'expansion d'une singularité de charge de courbure Q_θ donnée en fonction de l'expansion de fond*

Ces expressions impliquent que, si ces champs existent, c'est-à-dire si $K_2 \neq 0$, ceux-ci présentent une singularité infinie lorsque l'expansion de fond τ_0 atteint la valeur critique τ_{0cr} qui annule le dénominateur, et on peut montrer qu'une singularité de courbure passe forcément par un stade de trou noir, pour $\tau_0 \leq \tau_{0cr}$ dans le cas des singularités de nature lacunaire et pour $\tau_0 \geq \tau_{0cr}$ dans le cas des singularités de nature interstitielle.

Les signes du terme $K_0 - 2K_1(1+\tau_0) - 4K_2/3$ et du module K_2 jouent un rôle important ici. En utilisant les conjectures 6 du *réseau cosmologique parfait*, on a que:

- si $K_2 / \left[K_0 - 2K_1(1+\tau_0) - 4K_2/3\right] > 0$, c'est-dire si $\tau_0 < \tau_{0cr}$, *seules les singularités de nature lacunaire*, avec $Q_\theta > 0$, satisfont la conjecture 3 de la figure 3.4 concernant la courbure par attraction des rayons d'onde au voisinage de la singularité, alors que les *singularités de nature interstitielle*, avec $Q_\theta < 0$ repoussent les rayons d'onde,

si $K_2 / \left[K_0 - 2K_1(1+\tau_0) - 4K_2/3\right] < 0$, c'est-dire si $\tau_0 > \tau_{0cr}$, seules les singularités de nature interstitielle, avec $Q_\theta < 0$, satisfont la conjecture 3 concernant la courbure par attraction des rayons d'onde au voisinage de la singularité, alors que les singularités de nature lacunaire, avec $Q_\theta > 0$, repoussent les rayons d'onde.

Ces comportements du champ des perturbations d'expansion sont reportés dans la figure 7.4 en fonction de la distance r depuis le centre de la singularité lacunaire ou interstitielle,

dans les quatre cas possibles, à savoir pour $\tau_0 < \tau_{0cr}$ et $\tau_0 > \tau_{0cr}$, et pour $Q_\theta < 0$ et $Q_\theta > 0$.

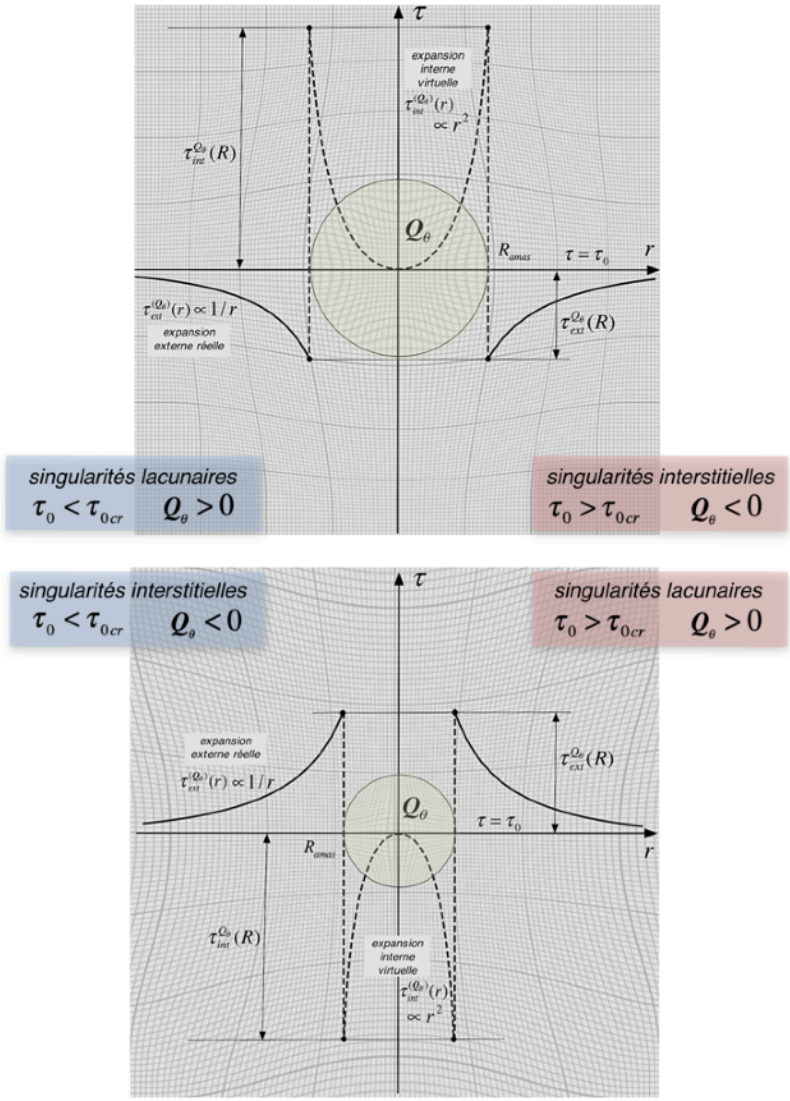


Figure 7.4 *- le champ d'expansion à l'intérieur et à l'extérieur d'une singularité de charge de courbure Q_θ donnée*

Perturbations de l'expansion par une singularité de charge de rotation donnée

Imaginons maintenant l'existence au sein du réseau parfait d'une singularité localisée de volume V_{amas} et de charge globale de rotation Q_λ, composées d'un amas de charges élémentaires de rotation $q_{\lambda BV(i)}$ ou contenant une densité $\lambda(\vec{r})$ de charges de rotation.

Une telle singularité possèdera donc un champ externe de perturbations d'expansion $\tau_{ext}^{(E_{dist(rot\,int)})}(r)$ lié à l'énergie élastique $E_{dist(rot\,int)}^{amas}$ de la singularité dû au champ de rotation interne à la singularité, et qui se déduit directement par la deuxième relation de la figure 7.1. Ce champ de perturbation ne dépend donc pas du volume V_{amas} ni du rayon R_{amas} de la singularité de rotation.

Mais à ce champ externe de perturbation de l'expansion dû à l'énergie interne de rotation de

la singularité doit encore s'ajouter un champ externe de perturbation de l'expansion qui est généré par le champ de rotation externe de la singularité, et qui apparaît suite à l'énergie de distorsion $E^{amas}_{dist(rot\,ext)}$ associée au champ de rotation externe $\vec{\omega}^{\acute{e}l}_{ext}$. Le champ de rotation externe de la singularité est donnée à la figure 5.4, et il ne dépend pas non plus du volume V_{amas} ni du rayon R_{amas} de la singularité de rotation. Cette perturbation externe $\tau^{(E_{dist(rot\,ext)})}_{ext}(r)$ du champ d'expansion volumique se déduit à l'aide de la version statique de la deuxième équation partielle de Newton de la figure 5.1, dans laquelle la densité d'énergie est due à l'énergie élastique externe du champ de rotation de la singularité, et dans laquelle τ^{ext} et τ^{ch} sont nulles. La solution de l'équation du deuxième degré ainsi obtenue présente plusieurs solutions suivant le domaine d'expansion volumique τ_0 considéré, comme le montre la figure 7.5

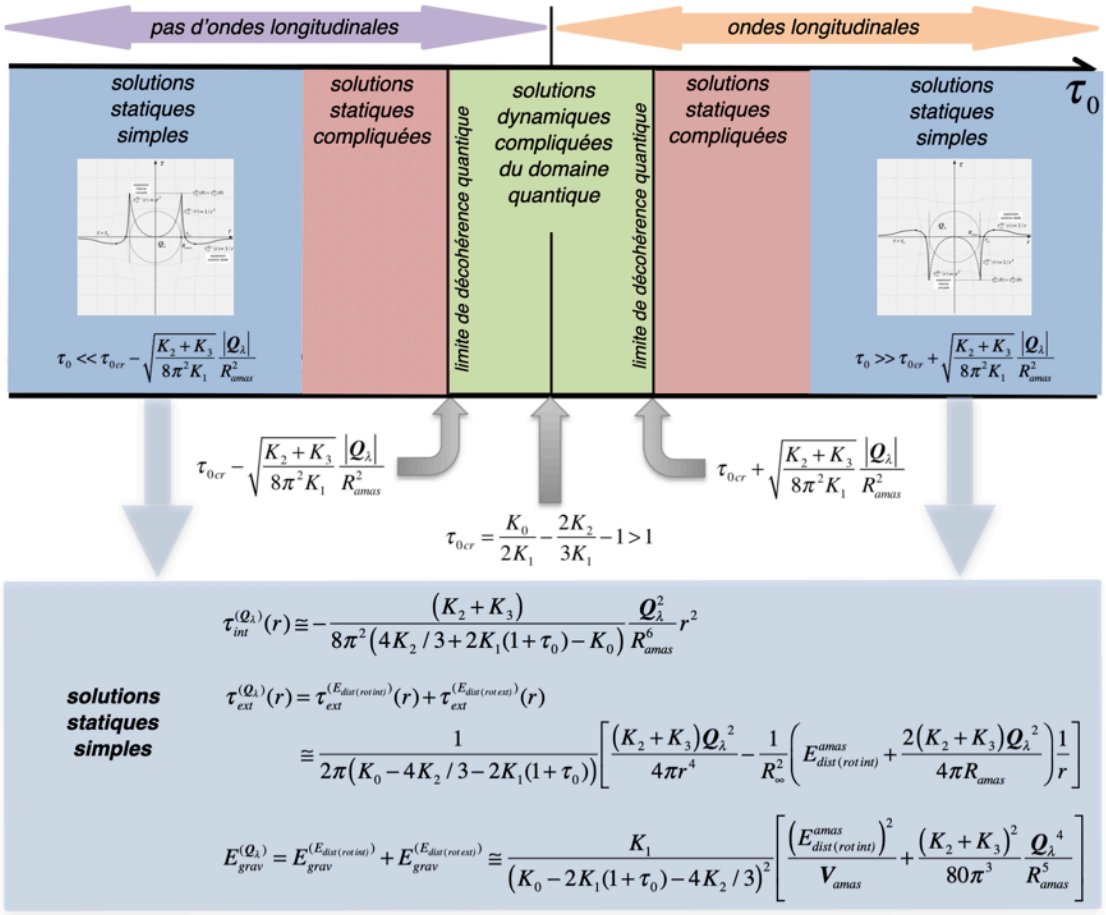


Figure 7.5 *- les domaines de solutions des perturbations d'expansion d'une singularité de charge de rotation Q_λ donnée en fonction de l'expansion de fond τ_0*

Dans un domaine d'expansion volumique τ_0 centré sur $\tau_0 = \tau_{0cr}$, il ne peut exister qu'une *solution dynamique de l'équation de Newton pour la perturbation d'expansion externe associée à la singularité de rotation*, qui permet de passer de la solution statique du *domaine* $\tau_0 < \tau_{0cr}$ à la solution statique dans le *domaine* $\tau_0 > \tau_{0cr}$ et vice-versa. La limite de passage de la solution dynmaique à la solution statique correpond à nouveau à *la limite de décohérence quantique.*

Au voisinage de ce domaine de solutions dynamiques, il apparaît deux domaines de solutions statiques assez compliquées dont on ne parlera pas ici. Finalement, c'est pour les valeurs

extrêmes du champ de fond τ_0 qu'il apparaît des solutions statiques assez simples pour le champ externe des perturbations dû à la singularité de rotation. Moyennant à nouveau l'hypothèse que la valeur moyenne de l'expansion prise à l'extérieur et à l'intérieur de la singularité soit égale à τ_0, on obtient l'expression finale du champ de perturbations externe $\tau_{ext}^{(Q_\lambda)}(r)$ reportée dans la figure 7.5.

On constate donc que le champ externe total des perturbations d'expansion d'une singularité de rotation présente une composante de longue portée en $1/r$ associée à l'énergie élastique interne et externe de rotation de la singularité et une composante de courte portée en $1/r^4$ associée directement à l'énergie du champ de rotation externe de la singularité. On a reporté très schématiquement la superposition de ces deux champs dans la figure 7.6, respectivement dans les cas où $\tau_0 < \tau_{0cr}$ et $\tau_0 > \tau_{0cr}$.

Dans tous les deux cas (singularité sphérique de rotation ou boucle de désinclinaison vis),

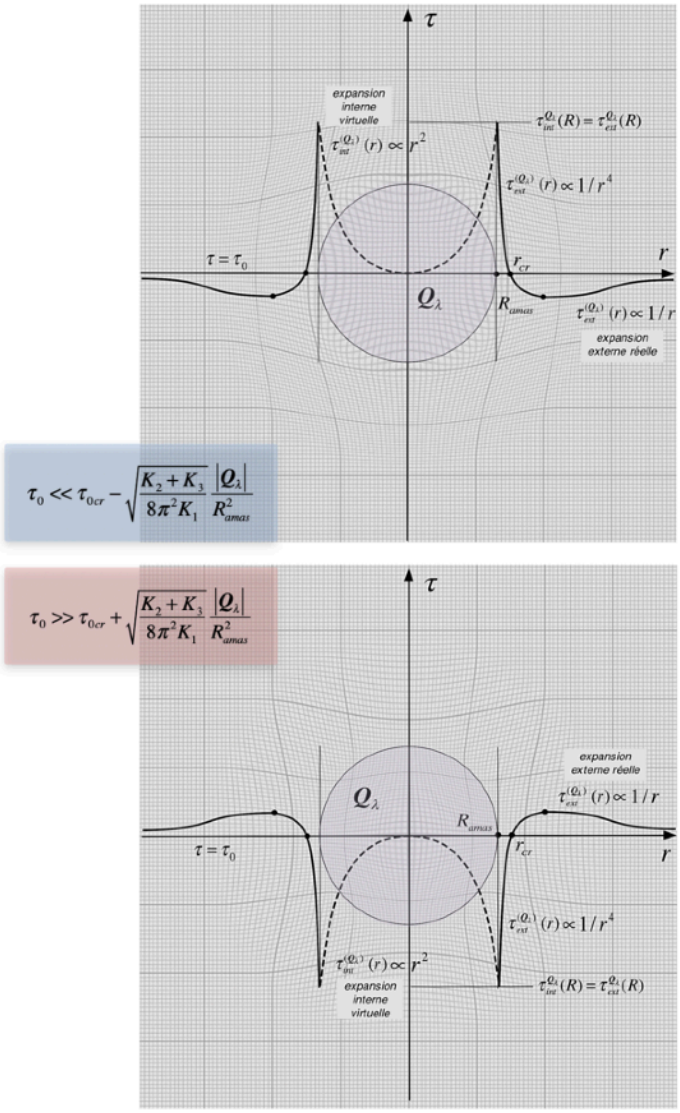


Figure 7.6 *- le champ d'expansion à l'intérieur et à l'extérieur d'une singularité de charge de rotation* Q_λ *donnée*

on peut montrer qu'il existe une distance critique r_{cr} supérieure au rayon de la singularité $(r_{cr} > R_{amas})$ pour laquelle le champ d'expansion externe s'inverse. On constate aussi que les perturbations du champ d'expansion à l'interface de la singularité sont positives dans le domaine d'expansion $\tau_0 < \tau_{0cr}$ et négatives dans le domaine d'expansion $\tau_0 > \tau_{0cr}$.

D'autre part, comme les énergies de distorsion (par exemple $E_{dist}^{(Q_\lambda)}$ dans le cas d'une charge sphérique de rotation ou $E_{dist\,tore}^{BV}$ dans le cas d'une boucle de désinclinaison vis) sont toujours positives, il n'existe pas de dissymétrie au niveau des champs d'expansion entre charges et anti-charges de rotation. Par contre, il apparaît bien une inversion de ces champs lorsqu'on passe du domaine $\tau_0 < \tau_{0cr}$ au domaine $\tau_0 > \tau_{0cr}$.

Dans la figure 7.5, on a aussi reporté le champ des perturbations internes d'expansion, dans le cas d'une charge sphérique de rotation pour laquelle ce champ peut se calculer de manière exacte. On y a aussi reporté l'énergie totale du champ de perturbation gravitationnel, calculé lui aussi dans le cas d'une charge sphérique de rotation.

A propos des champs gravitationnels des singularités macroscopiques

Concernant les champs de nature «gravitationnelle» des singularités macroscopiques que nous venons de décrire, il est très encourageant de constater qu'il existe un premier champ d'expansion associé directement à *l'énergie* $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$ *de l'amas de singularités topologiques*, de manière similaire au champ de gravitation de la Relativité Générale d'Einstein qui est aussi une émanation du *tenseur énergie-impulsion de la matière.*

Mais il apparaît encore dans notre approche deux autres champs «gravitationnels» d'expansion qui sont associés respectivement à *la charge de courbure globale* $\boldsymbol{Q}_\theta$ et à *la charge de rotation globale* $\boldsymbol{Q}_\lambda$ de l'amas de singularités topologiques. Ces champs n'ont en fait pas d'équivalent dans la Relativité Générale d'Einstein.

L'existence du deuxième champ «gravitationnel» d'expansion, dû à *la charge de courbure* $\boldsymbol{Q}_\theta$, est soumise à la condition que le module de cisaillement K_2 du réseau parfait ne soit pas nul. Il y a donc encore possibilité de discuter de l'existence ou non de ce champ suivant la valeur qui doit être attribuée au module K_2 dans notre analogie avec le monde réel, sachant que ce module doit de toute façon être très petit vis-à-vis du module K_3, comme on l'a déjà spécifié avec la conjecture 4.

Le troisième champ «gravitationnel» d'expansion est associé à *la charge de rotation* $\boldsymbol{Q}_\lambda$ *de l'amas de singularités topologiques* considéré. Dans le cadre de notre analogie, ce troisième champ d'expansion doit forcément exister si l'amas possède une charge $\boldsymbol{Q}_\lambda$ non nulle puisque le module K_3 doit exister pour satisfaire l'analogie avec les équations de Maxwell. Mais ce champ n'a pas d'analogue directe dans les théories de la Relativité Générale d'Einstein et de la Physique des Particules.

Notons encore que les trois champs «gravitationnels» précédents possèdent des énergies gravitationnelles non nulles. Comme celles-ci dépendent du coefficient $K_1 / K_0^2 <<< 1$, qui doit être très petit dans le réseau cosmologique parfait, l'énergie gravitationnelle des singularités est assurément négligeable vis-à-vis de l'énergie élastique de distorsion des singularités.

Le fait qu'il apparaisse deux champs «gravitationnels» d'expansion volumique qui n'ont apparemment pas d'analogues dans les théories de la Relativité Générale d'Einstein et de la Physique des Particules est très intéressant pour tester notre approche. On reviendra dans les cha-

pitres suivants sur les rôles que pourraient jouer les trois champs d'expansion volumique associés respectivement aux énergies $E_{dist}^{amas} + V_{pot}^{amas}$, à la charge de courbure $\boldsymbol{Q}_\theta$ et à la charge de rotation $\boldsymbol{Q}_\lambda$ d'une singularité localisée ou d'un amas localisé de singularités topologiques.

Si le champ d'expansion de fond τ_0 du réseau augmente ou diminue de telle sorte à passer par la valeur critique τ_{0cr}, il apparaît un domaine où il ne peut plus exister de solution statique à l'équation de Newton, ce qui signifie qu'il doit forcément apparaître *une solution dynamique qui permet de transformer une singularité statique du domaine* $\tau_0 < \tau_{0cr}$ *en singularité statique du domaine* $\tau_0 > \tau_{0cr}$*, et vice-versa*. La non-existence d'une solution statique à l'équation de Newton lorsque la densité d'énergie et/ou la charge de rotation de la singularité deviennent trop importantes est mathématiquement un fait assez similaire à ce que nous avons déjà rencontré au chapitre 2 dans le cas des *sources de Frank-Read*, où il n'existait plus de solutions statiques à la déformée d'une corde de dislocation ancrée lorsque la contrainte dépassait une certaine valeur limite critique, et nous verrons dans la suite que l'apparition de solutions dynamiques pures pour le champ de perturbation de l'expansion à en fait un lien très étroit avec la physique quantique.

La lacune macroscopique localisée dans le réseau, véritable trou noir gravitationnel

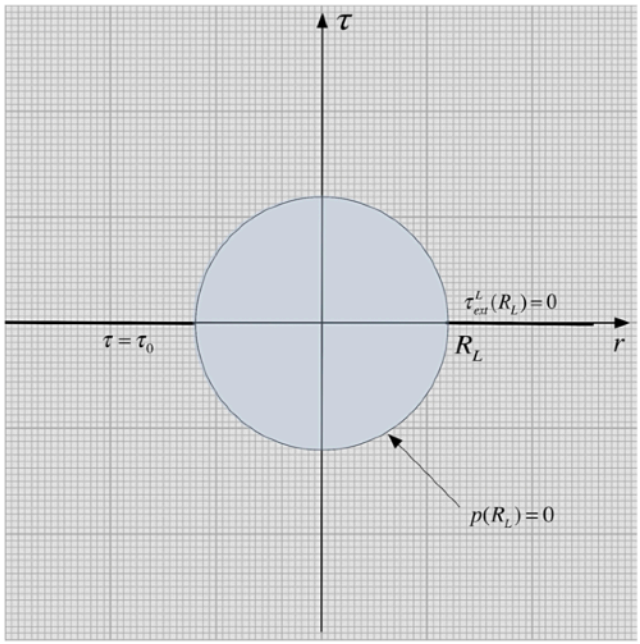
Imaginons qu'un amas de singularités de type lacunaire, c'est-à-dire de singularités portant des charges de courbure positives, comme des boucles de dislocation prismatiques de type lacunaire par exemple, s'effondre sur lui-même (sous l'effet par exemple de «forces attractives gravitationnelles», que nous décrirons plus tard). Si l'amas initial est neutre vis-à-vis des charges de rotation, les singularités individuelles de l'amas se combinent, en perdant leur propre identité (de boucles de dislocation ou de désinclinaison) pour ne former qu'un seul trou macroscopique au sein du réseau, comme une sorte de *lacune macroscopique* formée de N_L lacunes individuelles, comme le montrent les figures 7.7a à 7.7c. Ceci signifie qu'il apparaît localement un manque de N_L sites de réseau. Le rayon de cette lacune macroscopique, supposée sphérique, vaut alors $R_{L0} = \sqrt[3]{3N_L/(4\pi n_0)}$, dans le cas imaginaire où le réseau présentait une expansion homogène valant $\tau = 0$

Au sein du réseau réel, la présence de cette lacune macroscopique va générer un champ d'expansion volumique sphérique $\tau_{ext}^{(L)}(r)$ qu'il faut définir. A la surface de la singularité, le champ d'expansion est égal à la somme du champ $\tau_{ext}^{(L)}(R_L)$ généré par la singularité, du champ d'expansion de fond τ_0 du réseau et d'un champ extérieur d'expansion $\tau^{externe}(R_L)$ dû aux autres singularités situées dans le voisinage de la lacune macroscopique. D'autre part, à la surface de la singularité, le champ total doit s'arranger pour que la pression à l'interface du trou soit nulle. Pour obtenir *le champ d'expansion* $\tau_{ext}^{(L)}(r)$ de la lacune macroscopique ainsi que son *rayon réel* R_L, la condition de pression nulle à l'interface peut être injectée dans l'équation d'état de la pression de la figure 3.1. On obtient une équation du deuxième degré, qui, sous l'hypothèse $K_0 >> K_1$ de la conjecture 6, ne possède qu'un seule solution valable qui est reportée dans la figure 7.7a. On peut alors montrer que le champ d'expansion moyen en présence de cette singularité macroscopique est bien égal à l'expansion de fond τ_0 du réseau.

D'autre part, on constate que le rayon réel R_L de la lacune macroscopique est une grandeur qui ne dépend que du nombre N_L de sites de réseau manquant.

Dans les figures 7.7a à 7.7c, on a reporté graphiquement le champ d'expansion associé une

lacune macroscopique d'environ 10'000 sites substitutionnels, pour trois différentes valeurs de l'expansion de fond τ_0 du réseau, et en essayant de respecter au milieu l'échelle du dessin.



$$\begin{cases} \tau_{ext}^{(L)}(r) \cong -\left(1+\tau_0+\tau^{externe}(R_L)\right)\dfrac{R_L}{r} \\ R_L = \sqrt[3]{\dfrac{3N_L}{4\pi n_0 \mathrm{e}}} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_{grav}^{(L)} &\cong 2\pi\left(K_0-2K_1\tau_0\right)\left(1+\tau_0+\tau^{externe}(R_L)\right)R_\infty^2 R_L \\ &\cong \sqrt[3]{\frac{6\pi^2 N_L}{n_0 \mathrm{e}}}\left(K_0-2K_1\tau_0\right)\left(1+\tau_0+\tau^{externe}(R_L)\right) \end{aligned}$$

Figure 7.7a *- le champ d'expansion $\tau_{ext}^{(L)}(r)$ d'une lacune macroscopique d'environ 10'000 sites de réseau pour $\tau_0 = -\left(1+\tau^{ext}(R_L)\right)$, et les expressions de son rayon et de son énergie gravitationnelle*

L'énergie d'une lacune macroscopique associée à son champ des perturbations d'expansion $\tau_{ext}^{(L)}(r)$ se calcule assez facilement, et on obtient la relation reportée dans la figure 7.7a. On constate que l'énergie de formation de la lacune macroscopique ne dépend que de l'expansion de fond τ_0 du réseau et qu'elle s'annule $(\boldsymbol{E}_{grav}^{(L)} \to 0)$ pour les valeurs $\tau_0 \to -\left(1+\tau^{externe}(R_L)\right)$ et $\tau_0 \to K_0/(2K_1)$ de celle-ci. Entre ces deux valeurs, à savoir dans l'intervalle $-\left(1+\tau^{externe}(R_L)\right) < \tau_0 < K_0/2K_1$, l'énergie de formation de la lacune macroscopique est positive, alors qu'elle devient négative en-dehors de cet intervalle. D'autre part, à l'intérieur de l'intervalle $-\left(1+\tau^{externe}(R_L)\right) < \tau_0 < K_0/2K_1$, l'énergie de formation de deux lacunes macroscopiques de N_L sites est plus élevée que l'énergie de formation d'une seule lacune macrosco-

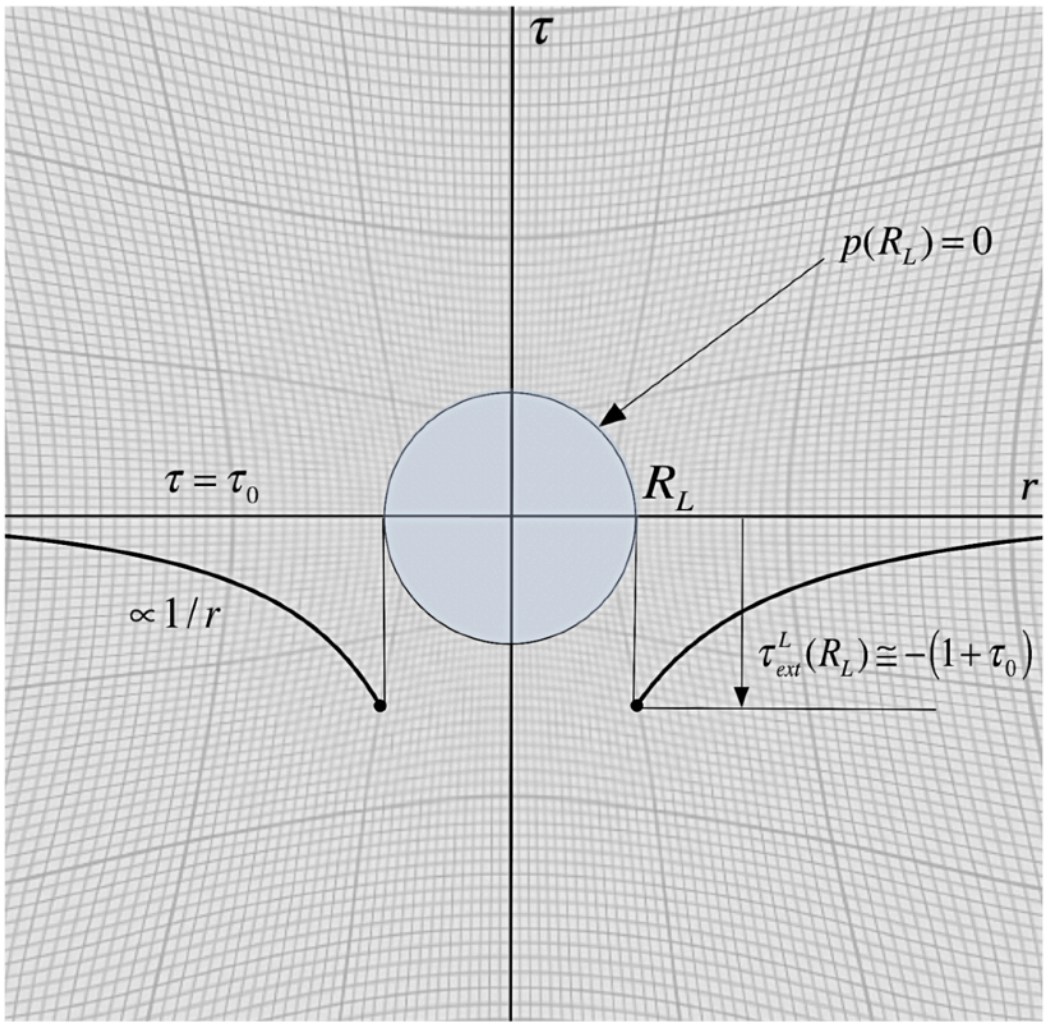


Figure 7.7c *- le champ d'expansion $\tau_{ext}^{(L)}(r)$ d'une lacune macroscopique d'environ 10'000 sites de réseau pour $\tau_0 > -\left(1+\tau^{externe}(R_L)\right)$, représenté à la même échelle que dans la figure 7.7a*

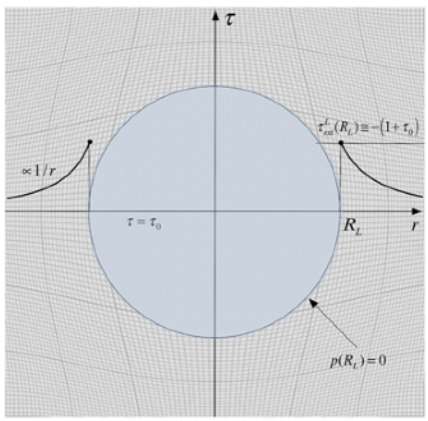


Figure 7.7b *- le champ d'expansion $\tau_{ext}^{(L)}(r)$ d'une lacune macroscopique d'environ 10'000 sites de réseau pour $\tau_0 < -\left(1+\tau^{externe}(R_L)\right)$, représenté à la même échelle que dans la figure 7.7a*

pique de $2N_L$ sites puisque $\boldsymbol{E}^{(L)}_{grav}\Big|_{2N_L} \cong 2\boldsymbol{E}^{(L)}_{grav}\Big|_{N_L} / \sqrt[3]{4} < 2\boldsymbol{E}^{(L)}_{grav}\Big|_{N_L}$, de sorte que deux lacunes macroscopiques auront un avantage énergétique à fusionner lorsque le champ d'expansion de fond se trouve dans cet intervalle.

En présence d'une lacune macroscopique, la première condition reportée dans la figure 3.5 pour l'apparition d'un trou noir implique que le rayon critique pour faire d'une lacune macroscopique un trou noir est égal à $r_{cr} = \left(1+\tau_0+\tau^{externe}(R_L)\right)R_L/2$. *Si on ajoute la condition qu'il faut évidemment que* $r_{cr} > R_L$, il vient la condition $\tau_0 > 1-\tau^{externe}(R_L)$ sur l'expansion de fond τ_0 du réseau pour former un trou noir.

On en conclue qu'une lacune macroscopique, quelle que soit sa dimension et son énergie, *devient nécessairement un trou noir dès que l'expansion volumique de fond* τ_0 *dépasse la valeur de* $1-\tau^{externe}(R_L)$. Cette conclusion est extrêmement intéressante dans la mesure où on a là la singularité topologique macroscopique stable qu'on peut considérer comme *le véritable trou noir, analogue du trou noir de la gravitation générale* lorsque $\tau_0 > 1-\tau^{externe}(R_L)$, représenté à la figure 7.7c. Et cette singularité topologique lacunaire se comporte comme un *trou blanc* qui repousse les rayons d'onde lorsque la condition $\tau_0 < -\left(1+\tau^{externe}(R_L)\right)$ est satisfaite, comme dans la figure 7.7b.

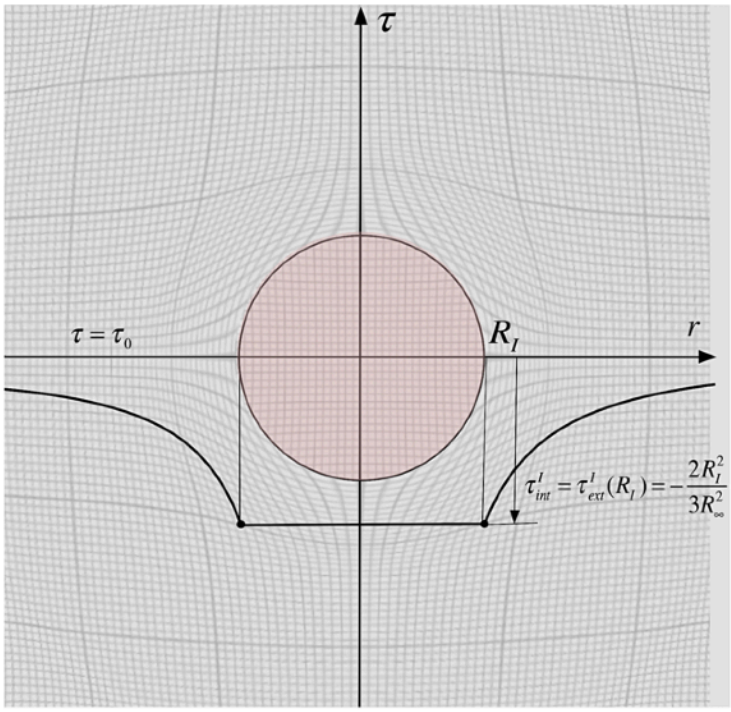
L'interstitiel macroscopique localisé dans le réseau, véritable anti-singularité de la lacune macroscopique

Imaginons maintenant qu'un amas de singularités de type interstitiel, c'est-à-dire de singularités portant des charges de courbure négatives, comme des boucles de dislocation prismatiques de type interstitiel par exemple, s'effondre sur lui-même sous l'effet des forces attractives «gravitationnelles» décrites au chapitre précédent. Si l'amas initial est neutre vis-à-vis des charges de rotation, les singularités individuelles de l'amas se combinent, en perdant leur propre identité (de boucles de dislocation ou de désinclinaison) pour ne former qu'un seul morceau de réseau local macroscopique encastré au sein du réseau, et formé de N_I sites, comme représenté à la figure 7.8.

Ceci signifie qu'il apparaît localement un excès de N_I sites de réseau formant un *interstitiel macroscopique*. Le rayon de cet encastrement macroscopique, supposé sphérique, vaut alors $R_{I0} = \sqrt[3]{3N_I/(4\pi n_0)}$ dans le cas imaginaire où $\tau = 0$.

On peut évidemment considérer que cet interstitiel macroscopique de N_I sites de réseau correspond en fait à *l'anti-singularité de la lacune macroscopique* de $N_L = N_I$ sites, en ce sens que la combinaison de ces deux singularités restaure complètement le réseau originel, puisque les N_L sites manquants du réseau sont comblés par les N_I interstitiels.

En présence d'un tel encastrement d'un morceau de réseau au sein du réseau, il n'y a évidemment pas cohérence des deux réseaux, et la condition d'équilibre revient à ce que les pressions à l'interface soit égales de part et d'autre de l'interface, donc que $p_{ext}(R_I) = p_{int}$, ce qui revient en fait à ce que $\tau^{(I)}_{int} = \tau^{(I)}_{ext}(R_I)$. Comme le champ extérieur $\tau^{(I)}_{ext}(r)$ satisfait l'équation de la divergence $\Delta\tau^{(I)}_{ext}(r) \cong 0$ tirée de la première équation partielle de Newton dans la figure 5.1, on en déduit la solution pour le champ externe, en s'assurant que le nombre de mailles de réseau avant introduction de la singularité interstitielle soit égal au nombre de mailles de réseau après introduction de la singularité. Sous cette condition, on trouve les champs de perturbations d'expansion à l'extérieur et l'intérieur de l'interstitiel macroscopique représentés à la figure 7.8.



$$\begin{cases} \tau_{int}^{(I)} = \tau_{ext}^{(I)}(R_I) = -\dfrac{2R_I^2}{3R_\infty^2} << 1 \\ \tau_{ext}^{(I)}(r) = -\dfrac{2R_I^3}{3R_\infty^2}\dfrac{1}{r} = -\dfrac{a^3}{2\pi R_\infty^2} N_I \dfrac{1}{r} << 1 \\ R_I \cong \sqrt[3]{\dfrac{3N_I}{4\pi n_0}}\, e^{\frac{\tau_0 + \tau^{externe}(R_I)}{3}} \end{cases}$$

$$E_{grav}^{(I)} \cong \frac{4\pi R_I^3}{3}(K_0 - 2K_1\tau_0) \cong (K_0 - 2K_1\tau_0)\frac{N_I}{n_0} e^{\tau_0 + \tau^{externe}(R_I)}$$

Figure 7.8 *- les champs d'expansion interne et externe d'un interstitiel macroscopique et les expressions de son rayon et de son énergie gravitationnelle*

En supposant qu'il existe au voisinage de l'interstitiel macroscopique un champ d'expansion $\tau^{externe}(R_I)$ dû aux autres singularités situées dans son voisinage, le rayon réel de l'interstitiel macroscopique dépendra de l'expansion de fond τ_0, de son champ d'expansion propre interne $\tau_{int}^{(I)}$ et du champ externe $\tau^{externe}(R_I)$ par la relation reportée aussi dans la figure 7.8. On peut utiliser cette expression de R_I pour exprimer un peu différemment le champ des perturbations externes, sous une forme qui montre que le champ externe des perturbations d'expansion est simplement proportionnel au nombre de sites additionnels agglutinés dans le réseau.

L'énergie «gravitationnelle» du champ d'expansion associé à cet interstitiel macroscopique s'écrit alors, en tenant compte des champs extérieur et intérieur, sous la forme représentée à la figure 7.8.

Bien que *l'interstitiel macroscopique soit l'anti-singularité de la lacune macroscopique*, son énergie de formation est toujours positive tant que $\tau_0 < K_0 / 2K_1$, et infiniment plus petite que

l'énergie de formation de la lacune macroscopique, ce qui fait apparaître une *dissymétrie colossale* entre les deux singularités macroscopiques complémentaires.

En présence d'un interstitiel macroscopique de réseau, la première condition de la figure 3.5 pour qu'un interstitiel macroscopique forme un trou noir implique que le rayon critique de formation serait donné par $r_{cr} = R_I^3 / (3R_\infty^2)$, et la deuxième condition, à savoir que $r_{cr} > R_I$, implique que $R_I > \sqrt{3}R_\infty$. On en déduit évidemment qu'un interstitiel macroscopique de réseau, quelle que soit sa dimension et son énergie, ne peut *jamais* se comporter comme un *trou noir*. Cette conclusion est extrêmement intéressante dans la mesure où on a là un objet topologique présentant une dissymétrie considérable d'avec son anti-singularité, la lacune macroscopique, qui elle devient forcément un trou noir dès lors que $\tau_0 > 1 - \tau^{externe}(R_L)$.

De l'analogie possible entre les singularités lacunaires et les trous noirs et entre les singularités interstitielles et les étoiles à neutrons

L'interstitiel macroscopique est l'anti-singularité parfaite de la lacune macroscopique si $N_I = N_L$ puisque la combinaison des deux singularités restaure complètement du réseau parfait. Mais il existe une *différence colossale* entre ces deux singularités, puisque leurs énergies respectives de formation sont extrêmement différentes, et que la lacune macroscopique devient un trou noir au sein du réseau cosmologique dès que $\tau_0 > 1$ alors que l'interstitiel macroscopique ne peut jamais devenir trou noir.

Si on considère que ces deux objets topologiques peuvent se former par effondrement gravitationnel d'amas de singularités, de nature lacunaire pour la lacune macro (par exemple des boucles de dislocation prismatiques lacunaires) et de type interstitiel pour l'interstitiel macro (par exemple des boucles de dislocation prismatiques interstitielles), on retrouve par analogie la formation des trous noirs et des étoiles à neutrons par effondrement gravitationnel en théorie de la gravitation. Mais si une masse initiale suffisante de l'amas est une condition pour arriver à un effondrement gravitationnel, ce ne serait pas la masse initiale de l'amas qui conditionne l'évolution vers un trou noir ou vers une étoile à neutrons, *mais la nature même de l'amas initial.*

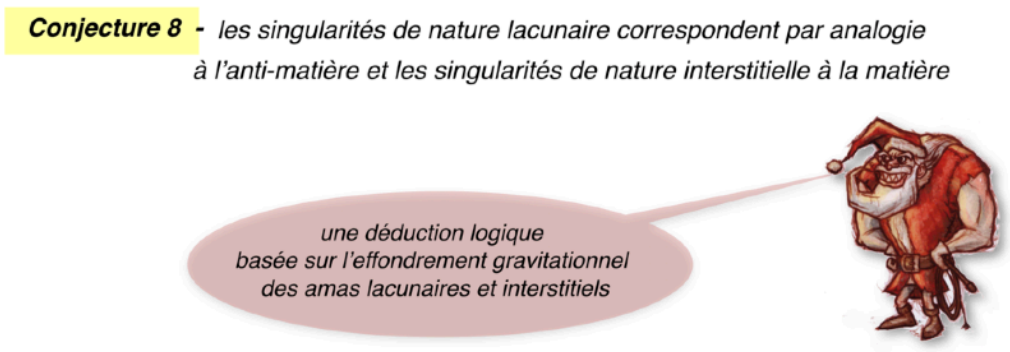


Figure 7.9 - *La huitième conjecture sur la nature de la matière et de l'anti-matière*

Si on admet alors la conjecture 8 reportée à la figure 7.9, à savoir que les singularités de nature lacunaire correspondent par analogie à l'anti-matière et les singularités de nature interstitielle à la matière, les trous noirs seraient alors des résidus d'effondrements d'amas d'anti-ma-

tière de nature lacunaire et les étoiles à neutrons des résidus d'effondrements d'amas de matière de nature interstitielle.

Dans cette analogie, les trous noirs, de par leur constitution de *«trous lacunaires»*, ne peuvent conserver aucune mémoire de l'amas initial de singularités lacunaires dont ils sont issus, si ce n'est *la quantité de lacunes*, c'est-à-dire le nombre de sites de réseau manquants dans les singularités lacunaires initiales. Par contre, les étoiles à neutrons, de par leur constitution d'*«encastrements interstitiels»* de morceaux de réseau non-cohérents avec le réseau environnant, pourraient conserver, hormis *la quantité d'interstitiels*, c'est-à-dire le nombre de sites de réseau en excès dans les singularités interstitielles initiales, au moins aussi *la mémoire du moment cinétique de rotation de l'amas initial de singularités interstitielles* dont elles sont issues, sous la forme d'une *rotation très rapide de l'encastrement*, ce qui correspondrait bien avec les vitesses de rotation énormes observées dans le cas des étoiles à neutrons, appelées aussi *pulsars* à cause des impulsions électromagnétiques qu'ils émettent à fréquence fixe suite à leur rotation très rapide.

Perturbations de l'expansion associée à la boucle de désinclinaison vis (BV)

La boucle de désinclinaison vis a déjà été décrite en détail dans la figure 5.5. Concernant ses propriétés «gravitationnelles», à savoir ses champs externes à longue et courte portée de perturbation de l'expansion, on peut directement les déduire en utilisant les relations de la figure 7.5, et les reporter dans la figure 7.10, en utilisant d'ailleurs la masse d'inertie M_0^{BV} de la boucle en lieu et place de son énergie de distorsion E_{dist}^{BV} grâce à l'expression $E_{dist}^{BV} = M_0^{BV} c_t^2$ de la relation d'Einstein. Comme ces champs sont des perturbations de l'expansion volumique, ils correspondent dans notre analogie au monde réel à des *champs gravitationnels,* agissant respectivement à longue distance *(LD)* et à courte distance *(CD).* Sous cette forme, le champ des perturbations d'expansion à longue distance *(LD)* dépend exclusivement de la masse d'inertie de la boucle, et ne dépend pas de la taille de la boucle, ce qui conforte encore notre analogie entre ce champ de perturbations de l'expansion et un champ de nature gravitationnelle.

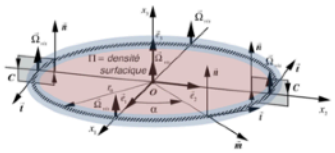
Les champs de perturbations de l'expansion que nous venons de décrire possèdent évidemment une énergie, qu'il serait souhaitable de comparer avec l'énergie élastique E_{dist}^{BV} de la boucle vis. L'énergie totale du champ des perturbations d'expansion dû à l'énergie élastique de la boucle est déduite grâce à la relation de la figure 7.5 et est reportée dans la figure 7.10. On peut comparer cette énergie avec l'énergie élastique, en en faisant le rapport, et on obtient approximativement $\boldsymbol{E}_{grav}^{(q_{\lambda BV})} / \boldsymbol{E}_{dist}^{BV} \propto (K_1 / K_0)(\vec{\boldsymbol{B}}_{BV} / R_{BV})^2 << 1$, car $K_1 << K_0$. On en déduit par conséquent que l'énergie "gravitationnelle" $E_{grav}^{(q_{\lambda BV})}$ de la boucle de désinclinaison vis due à son énergie élastique E_{dist}^{BV} est parfaitement négligeable vis-à-vis de l'énergie élastique dans le réseau cosmologique parfait.

Dans la figure 7.10, on a reporté l'ensemble des propriétés importantes que nous avons déduites jusqu'à maintenant pour une boucle de désinclinaison vis dans un *réseau cosmologique parfait*, à savoir sa charge, sa masse d'inertie, ses champs de rotation et de perturbations de l'expansion à longue distance, ses énergies élastique et cinétique, et finalement son comportement relativiste. On y constate entre autre que la masse d'inertie M_0^{BV} de la boucle ne contrôle pas seulement les propriétés dynamiques de la boucle, comme son énergie cinétique E_{cin}^{BV} ,

mais que c'est elle aussi qui génère les champs gravitationnels $\tau^{BV}_{ext\,LD}(r)$ et $\tau^{BV}_{ext\,CD}(r)$ des perturbations externes d'expansion.

La boucle de désinclinaison vis (boucle vis - BV)

$$\begin{cases} \boldsymbol{q}_{\lambda BV} = -\pi R_{BV}^2 \Omega_{BV} = 2\pi R_{BV} \Lambda_{BV} = -\pi R_{BV} \vec{\boldsymbol{B}}_{BV} \vec{\boldsymbol{t}} \quad \textit{(charge de rotation)} \\ M_0^{BV} = \dfrac{2}{c_t^2}\left(K_2 + K_3\right)\zeta_{BV} R_{BV} \Lambda_{BV}^2 = \dfrac{1}{2c_t^2}\left(K_2 + K_3\right)\zeta_{BV} R_{BV}^3 \Omega_{BV}^2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} \vec{\omega}^{BV}_{ext}(\vec{r}) = \dfrac{\boldsymbol{q}_{\lambda BV}}{4\pi} \dfrac{\vec{r}}{r^3} \quad \textit{(champ divergent de rotation)} \\ \tau^{BV}_{ext\,LD}(\vec{r}) \cong -\dfrac{c_t^2}{2\pi\left(K_0 - 2K_1(1+\tau_0) - 4K_2/3\right)R_\infty^2} \dfrac{M_0^{BV}}{r} \\ \tau^{BV}_{ext\,CD}(r) \cong \dfrac{c_t^2}{2\pi\left(K_0 - 2K_1(1+\tau_0) - 4K_2/3\right)} \dfrac{R_{BV} M_0^{BV}}{2\pi\zeta_{BV}} \dfrac{1}{r^4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E^{BV}_{\boldsymbol{v}} = \underbrace{\dfrac{1}{\gamma_t}\left(1 - \dfrac{\boldsymbol{v}^2}{2c_t^2}\right)E^{BV}_{dist}}_{E^{dist}_{\boldsymbol{v}}} + \underbrace{\dfrac{1}{\gamma_t}\dfrac{1}{2} M_0^{BV} \boldsymbol{v}^2}_{E^{cin}_{\boldsymbol{v}}} = \dfrac{E^{BV}_{dist}}{\gamma_t} = \dfrac{M_0^{BV} c_t^2}{\gamma_t} \\ E^{BV}_{dist} \cong M_0^{BV} c_t^2 \qquad si \quad \boldsymbol{v} = 0 \\ E^{BV}_{cin} \cong \dfrac{1}{2} M_0^{BV} \boldsymbol{v}^2 \quad si \quad \boldsymbol{v} \ll c_t \end{cases}$$

Figure 7.10 *- Les propriétés essentielles d'une boucle de désinclinaison vis (BV)*

Comme l'énergie "gravitationnelle" $E^{(\boldsymbol{q}_{\lambda BV})}_{grav}$ des champs de perturbations de l'expansion dus à la charge de rotation $\boldsymbol{q}_{\lambda BV}$ de la boucle de désinclinaison vis est parfaitement négligeable vis-à-vis de l'énergie élastique E^{BV}_{dist} de la boucle, cette énergie "gravitationnelle" ne figure pas dans le tableau des propriétés essentielles.

Quant au champ de perturbations de l'expansion au sein même du tore entourant la boucle, et de l'énergie qui est associée à ce champ interne, on y reviendra en détail plus tard, quant on traitera du problème du spin et du moment magnétique de la boucle de désinclinaison vis.

Perturbations de l'expansion associée à la boucle de dislocation coin prismatique (BC)

La boucle de dislocation coin prismatique que nous avons décrite dans la figure 5.6 possède une charge de courbure $\boldsymbol{q}_{\theta BC}$, ce qui fait d'elle la brique élémentaire de la *charge de courbure du réseau* dans notre analogie avec le monde réel. Cette charge est responsable d'un champ de flexion externe divergent, analogue à un champ de courbure géométrique.

Connaissant l'énergie élastique de la boucle de dislocation coin prismatique, on peut utiliser la relation de la figure 7.1 pour calculer le champ extérieur $\tau^{(E)}_{ext}(r)$ de perturbations d'expansion associé à l'énergie élastique E^{BC}_{dist} de la boucle de dislocation coin, en négligeant ici son

énergie potentielle V_{pot}^{BC} . On peut aussi utiliser la relation de la figure 7.3 pour calculer le champ extérieur $\tau_{ext}^{(q_{\theta BC})}(r)$ de perturbations d'expansion associé à la charge de courbure $q_{\theta\, BC}$ de la boucle. Mais en utilisant la conjecture 5, à savoir $K_2 << K_3$, on peut montrer que le premier terme $\tau_{ext}^{(E)}(r)$ est fort probablement largement inférieur au second terme $\tau_{ext}^{(q_{\theta BC})}(r)$. Ainsi, dans le cas de cette boucle, c'est le champ de perturbations d'expansion dû à la charge de courbure qui l'emporte largement sur le champ de perturbations d'expansion dû à l'énergie élastique de distorsion de la boucle, au contraire de la boucle de désinclinaison vis pour laquelle l'énergie du champ de perturbation dû à l'énergie de distorsion de la boucle l'emporte largement sur l'énergie du champ de perturbation dû au champ extérieur de rotation.

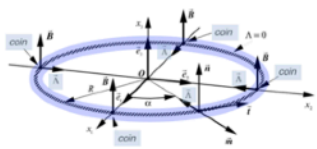
La boucle de dislocation coin prismatique (boucle coin - BC)

$$q_{\theta BC} = -2\pi\vec{n}\left(\vec{t}\wedge\vec{\Lambda}_{BC}\right) = 2\pi\vec{\Lambda}_{BC}\vec{m} = -2\pi\vec{n}\vec{B}_{BC} \quad \begin{cases} >0 \ \text{si boucle lacunaire} & (\vec{n}\vec{B}_{BC}<0) \\ <0 \ \text{si boucle interstitielle} & (\vec{n}\vec{B}_{BC}>0) \end{cases}$$

$$M_0^{BC} = \frac{E_{dist.}^{BC}}{c_t^2} \cong \left(\frac{K_2}{K_3}\right)^2 \frac{K_3}{c_t^2}\zeta_{BC}R_{BC}\vec{\Lambda}_{BC}^2 = \left(\frac{K_2}{K_3}\right)^2 \frac{K_3}{c_t^2}\zeta_{BC}R_{BC}\vec{B}_{BC}^2$$

$$M_{courbure}^{BC} = -\frac{2\pi K_2}{5c_t^2}R_{BC}^2\vec{n}\vec{B}_{BC} = \frac{K_2}{5c_t^2}R_{BC}^2 q_{\theta BC} \quad \begin{cases} >0 \ \text{si boucle lacunaire} & (q_{\theta BC}>0) \\ <0 \ \text{si boucle interstitielle} & (q_{\theta BC}<0) \end{cases}$$

$$\left|M_{courbure}^{BC}\right| >> M_0^{BC}$$



$$\vec{\chi}_{ext}^{BC}(\vec{r}) = \frac{q_{\theta BC}}{4\pi}\frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$\tau_{ext}^{BC}(r) \equiv -\frac{c_t^2}{2\pi\left(K_0 - 4K_2/3 - 2K_1(1+\tau_0)\right)R_\infty^2}\frac{M_{courbure}^{BC}+M_0^{BC}}{r}$$

$$E_{\mathbf{v}}^{BC} = \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\left(1-\frac{\mathbf{v}^2}{2c_t^2}\right)E_{dist}^{BC}}_{E_{\mathbf{v}}^{dist}} + \underbrace{\frac{1}{\gamma_t}\frac{1}{2}M_0^{BC}\mathbf{v}^2}_{E_{\mathbf{v}}^{cin}} = \frac{E_{dist}^{BC}}{\gamma_t} = \frac{M_{0e}^{BC}c_t^2}{\gamma_t}$$

$$E_{dist}^{BC} \equiv M_0^{BC}c_t^2 \quad si \quad \mathbf{v}=0$$

$$E_{cin}^{BC} \equiv \frac{1}{2}M_0^{BC}\mathbf{v}^2 \quad si \quad \mathbf{v} << c_t$$

Figure 7.11 *- Les propriétés essentielles d'une boucle de dislocation coin prismatique (BC)*

Hormis *la masse d'inertie* M_0^{BC} de la boucle coin, on peut aussi introduire une *masse de courbure équivalente* $M_{courbure}^{BC}$ définie dans la figure 7.11, et qui peut être positive ou négative suivant que la boucle coin est de nature lacunaire ou interstitielle. Cette masse de courbure permet alors d'écrire le champ de gravitation $\tau_{ext\,LD}^{BC}(r)$ sous la forme représentée dans la figure 7.11. D'après l'hypothèse de la conjecture 5 ($K_2 << K_3$), la masse équivalente de courbure dans l'expression du champ de gravitation satisfait la relation $\left|M_{courbure}^{BC}\right| >> M_0^{BC}$. De plus, la masse équivalente de courbure peut être positive ou négative. Ces deux faits vont impliquer des résultats très étonnants comme on le verra par la suite.

Les champs de perturbations de l'expansion que nous venons de décrire possèdent évidemment une énergie, qu'il serait souhaitable de comparer avec l'énergie élastique E_{dist}^{BC} de la boucle coin. L'énergie $E_{grav}^{(E)}$ du champ de perturbations d'expansion dû à l'énergie élastique de

la boucle est déduite grâce aux relations de la figure 7.1. Cette énergie peut être comparée avec l'énergie élastique, et il vient alors $\boldsymbol{E}_{grav}^{(E)} / \boldsymbol{E}_{dist}^{BC} \propto (K_1 K_2^2 / K_0^3)(\vec{\boldsymbol{B}}_{BC} / R_{BC})^2 <<< 1$ car $K_1 K_2^2 <<< K_0^3$. On en déduit par conséquent que l'énergie "gravitationnelle" $E_{grav}^{(E)}$ de la boucle de dislocation coin due à son énergie élastique E_{dist}^{BC} est parfaitement négligeable vis-à-vis de son énergie élastique dans le réseau cosmologique parfait.

Voyons encore ce qu'il en est de l'énergie $E_{grav}^{(\boldsymbol{q}_{\theta BC})}$ associée au champ de perturbation d'expansion dû à la charge de courbure de la boucle coin. En utilisant la relation de la figure 7.3, on obtient l'énergie du champ de "gravitation" associé à la charge de courbure, qui peut être comparée avec l'énergie élastique E_{dist}^{BC}, et on obtient le rapport $\boldsymbol{E}_{grav}^{(\boldsymbol{q}_{\theta BC})} / \boldsymbol{E}_{dist}^{BC} \propto K_1 / K_0 << 1$ car $K_1 << K_0$. On en déduit à nouveau que l'énergie "gravitationnelle" $E_{grav}^{(\boldsymbol{q}_{\theta BC})}$ de la boucle de dislocation coin due à sa charge de courbure $\boldsymbol{q}_{\theta BC}$ est parfaitement négligeable vis-à-vis de son énergie élastique E_{dist}^{BC} dans le réseau cosmologique parfait.

Dans la figure 7.11, on a reporté l'ensemble des propriétés importantes que nous avons déduites jusqu'à maintenant pour une boucle de dislocation coin dans un *réseau cosmologique parfait*, à savoir sa charge de courbure, sa masse d'inertie, sa masse gravitationnelle équivalente, ses champs de flexion et de perturbations de l'expansion à longue distance, ses énergies élastique et cinétique, et finalement son comportement relativiste. On y constate entre autre que c'est son énergie élastique E_{dist}^{BC} et sa masse d'inertie M_0^{BC} qui en est déduite qui contrôle ses propriétés dynamiques, comme son énergie cinétique E_{cin}^{BC}, mais que c'est sa masse gravitationnelle équivalente de courbure $M_{courbure}^{BC}$ qui contrôle essentiellement son champ gravitationnel $\tau_{ext\,LD}^{BC}(r)$ de perturbations externes d'expansion à longue distance.

Comme les énergies "gravitationnelles" $E_{grav}^{(E)}$ et $E_{grav}^{(\boldsymbol{q}_{\theta BC})}$ des champs de perturbations de l'expansion dus à l'énergie élastique E_{dist}^{BC} et à la charge de courbure $\boldsymbol{q}_{\theta BC}$ de la boucle de dislocation coin sont parfaitement négligeables vis-à-vis de l'énergie élastique E_{dist}^{BC} de la boucle, ces énergies "gravitationnelles" ne figurent pas dans le tableau des propriétés essentielles.

D'autre part, la masse gravitationnelle équivalente de courbure $M_{courbure}^{BC}$ est non seulement beaucoup plus grande que la masse d'inertie M_0^{BC}, mais elle peut même être négative dans le cas des boucles coin de nature interstitielle. Ce résultat s'avère très étonnant puisqu'il correspond à l'existence possible d'un champ gravitationnel négatif, et il est en fait extrêmement prometteur par la nouveauté qu'il apporte dans notre approche par rapport à la Gravitation Générale d'Einstein. Les conséquences possibles de ce résultat étonnant seront explorées en détailvdans la suite du livre.

Perturbations de l'expansion associée à la boucle de dislocation mixte (BM)

La boucle de dislocation mixte de glissement que nous avons décrite à la figure 5.7 ne possède ni charge de rotation, ni charge de courbure, mais par contre un moment dipolaire $\vec{\omega}_{dipolaire}^{BM}(r,\theta,\varphi)$ du champ de rotation, analogue à un moment dipolaire électrique. Connaissant l'énergie élastique de distorsion de la boucle de dislocation mixte de glissement dans un réseau cosmologique parfait, on peut utiliser la relation de la figure 7.1 pour calculer le champ extérieur $\tau_{ext}^{E}(r)$ de perturbations d'expansion associé à cette énergie élastique E_{dist}^{BM}, en négligeant ici l'énergie potentielle V_{pot}^{BM}. D'autre, il devient aussi intéressant ici de remplacer dans l'expression de $\tau_{ext}^{E}(r)$ l'énergie de distorsion E_{dist}^{BM} par la masse d'inertie M_0^{BM} de la boucle

en utilisant la relation $E_{dist}^{BM} = M_0^{BM} c_t^2$. *Il vient l'expression de* $\tau_{ext}^{E}(r)$ *reportée à la figure 7.12.*

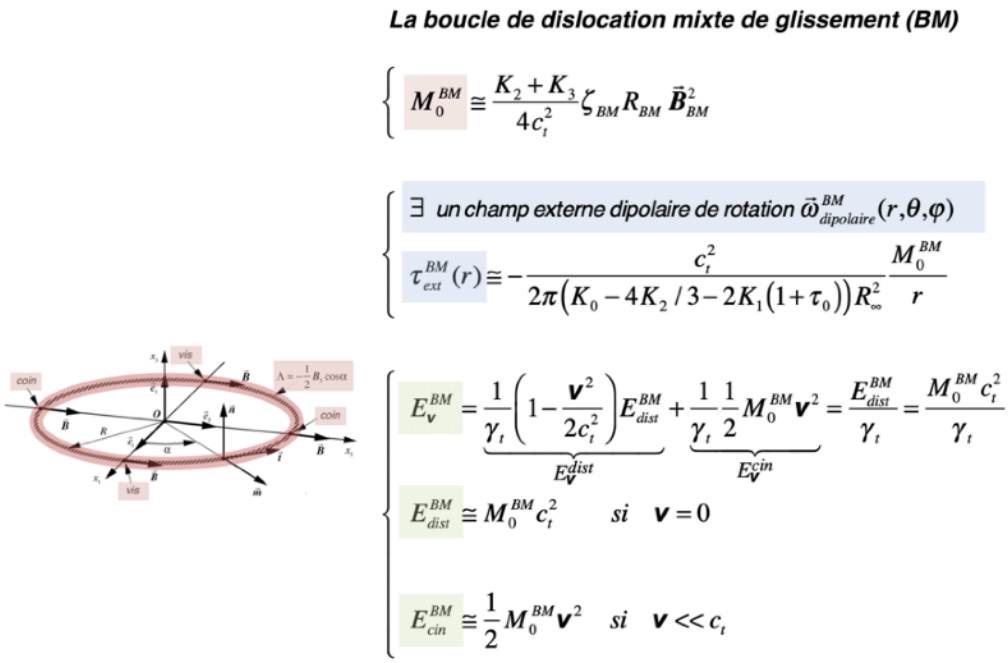


Figure 7.12 *- Les propriétés essentielles d'une boucle mixte de glissement (BM)*

Les champs de perturbations de l'expansion que nous venons de trouver possèdent évidemment une énergie, qu'il serait souhaitable de comparer avec l'énergie élastique E_{dist}^{BM} de la boucle. L'énergie $\boldsymbol{E}_{grav}^{(E)}$ du champ de perturbations d'expansion dû à l'énergie élastique de la boucle est déduite grâce aux relations de la figure 7.1, et peut être comparée directement avec l'énergie élastique E_{dist}^{BM} pour en tirer le rapport $\boldsymbol{E}_{grav}^{(E)} / \boldsymbol{E}_{dist}^{BM} \propto (K_1 / K_0)(\vec{\boldsymbol{B}}_{BM} / R_{BM})^2 << 1$ car $K_1 << K_0$. On en déduit par conséquent que l'énergie "gravitationnelle" $E_{grav}^{(E)}$ de la boucle de dislocation mixte due à son énergie élastique E_{dist}^{BM} est parfaitement négligeable vis-à-vis de l'énergie élastique dans le réseau cosmologique parfait.

Dans la figure 7.12, on a reporté l'ensemble des propriétés d'une boucle de dislocation mixte de glissement dans le *réseau cosmologique parfait*. Si cette boucle ne possède ni charge de rotation ni charge de courbure générant un champ externe de rotation ou de flexion à longue portée, elle est nantie d'un champ externe de rotation dipolaire $\vec{\omega}_{dipolaire}^{BM}(r,\theta,\varphi)$ à courte portée, analogue à un champ dipolaire électrique. Le champ externe des perturbations d'expansion y est dû à l'énergie élastique de distorsion de la boucle, et dépend de la masse d'inertie M_0^{BV} .

D'autre part, comme l'énergie "gravitationnelle" $E_{grav}^{(E)}$ du champs de perturbations de l'expansion dus à l'énergie élastique E_{dist}^{BM} de la boucle de dislocation mixte est parfaitement négligeable vis-à-vis de l'énergie élastique E_{dist}^{BM} de la boucle, cette énergie "gravitationnelle" ne figure pas dans le tableau des propriétés essentielles.

Des diverses propriétés des boucles topologiques élémentaires

On a démontré ci-dessus l'ensemble des propriétés essentielles des trois boucles élémentaires qu'on peut rencontrer dans le réseau cosmologique parfait, et on a notamment établi les

expressions des champs de perturbations d'expansion extérieurs, qui correspondent aux "champs gravitationnelles" d'expansion des boucles, et qui vont jouer un rôle très important par la suite.

On a montré que les énergies $E_{grav}^{(E)}, E_{grav}^{(q_{\lambda BV})}, E_{grav}^{(q_{\theta BC})}$ des champs "gravitationnelles" associées aux énergies élastiques, aux charges de rotation et aux charges de courbure des boucles élémentaires sont parfaitement négligeables vis-à-vis des énergies élastiques associées à ces boucles, et qu'on peut donc parfaitement les ignorer dans nos calculs.

On peut se demander si les boucles topologiques élémentaires peuvent être des trous noirs. Pour cela, on applique les conditions *des trous noirs de la figure 3.5* aux champs d'expansion $\tau_{ext\ LD}^{BV}(r)$, $\tau_{ext}^{BC}(r)$ et $\tau_{ext}^{BM}(r)$ respectivement. En appliquant ces conditions à *la boucle de désinclinaison vis* dans le cas où $\tau_0 << \tau_{0cr}$, on obtient la condition suivante pour que cette boucle soit un trou noir $\left|\vec{\boldsymbol{B}}_{\frown BV}\right| \geq 2R_\infty (2\pi / \zeta_{BV})^{1/2}$, ce qui impliquerait que le pseudo-vecteur de Burgers de la boucle soit de l'ordre de grandeur du rayon du réseau, ce qui n'a évidemment aucun sens. Il en va de même pour *la boucle de dislocation mixte par glissement*, puisque la condition pour que celle-ci soit un trou noir devient $\left|\vec{\boldsymbol{B}}_{BM}\right| > 4R_\infty (2\pi / \zeta_{BM})^{1/2}$. Dans le cas de *la boucle de dislocation coin prismatique*, la condition s'exprime différemment puisque la masse de gravitation vaut $M_{courbure}^{BC} + M_0^{BC}$. Comme $\left|M_{courbure}^{BC}\right| >> M_0^{BC}$, on obtient $R_{BC}\left|\vec{\boldsymbol{B}}_{BC}\right| \geq 10 K_0 R_\infty^2 / K_2$. Mais comme le module K_2 doit être beaucoup plus petit que le module K_0 d'après la conjecture 6, cette condition ne peut évidemment jamais être satisfaite. Par conséquent, il est clair que les trois boucles élémentaires formant la base des singularités topologiques microscopiques *ne peuvent pas être des trous noirs dans le domaine* $\tau_0 << \tau_{0cr}$.

Dans l'analogie entre notre approche et les grandes théories de la physique, les trois types de boucles élémentaires que nous avons discutées dans ce chapitre présentent un certain nombre de propriétés étonnantes et remarquables que nous allons énumérer ici:

- elles sont respectivement les briques élémentaires de la *charge électrique*, de la *charge de courbure* et du *moment dipolaire électrique*, à partir desquelles il pourrait être possible de former des dispirations, par combinaison plus ou moins compliquée de plusieurs boucles, afin de trouver des singularités topologiques qui soient des analogues des particules élémentaires de notre monde réel,
- leur énergie de repos et leur énergie cinétique sont essentiellement confinées *dans le champ torique entourant les boucles*,
- comme l'énergie associée aux champs "gravitationnelles" de perturbation d'expansion est parfaitement négligeable, elles satisfont parfaitement la *relation d'Einstein* $E_{dist}^{boucle} \cong M_0^{boucle} c_t^2$, qui est étonnement obtenue dans notre approche comme une propriété purement classique des singularités topologiques au sein du réseau, sans faire appel à un principe de relativité,
- elles satisfont parfaitement la *relativité restreinte*, avec une explication tout à fait originale de l'*énergie relativiste* $E_{\boldsymbol{v}}^{boucle} = E_{\boldsymbol{v}}^{dist} + E_{\boldsymbol{v}}^{cin} = E_{dist}^{boucle} / \gamma_t = M_0^{boucle} c_t^2 / \gamma_t$ comme la somme d'un terme relativiste d'énergie de distorsion élastique et d'un terme relativiste d'énergie cinétique,
- elles satisfont une *équation dynamique relativiste* reportée dans la figure 6.7,
- la boucle de désinclinaison vis, porteuse d'une charge de rotation analogue à la charge électrique, satisfait les *équations de Maxwell* et la *force de Lorentz*,
- les trois types de boucles présentent un champ à grande distance de perturbations de l'expansion volumique, qui est l'analogue d'un *champ gravitationnel* décroissant en $1/r$ et qui *dé-*

pend uniquement d'une masse de gravitation $M_0^{boucle} + M_{courbure}^{boucle}$ des boucles composée de la masse d'inertie et de la masse de courbure équivalente de la boucle, sans dépendre directement de la taille R_{boucle} des boucles,

- les *masses de gravitation* des boucles de désinclinaison vis et de dislocation mixte de glissement sont strictement égales à leurs masses d'inertie, alors que la masse de gravitation de la boucle de dislocation coin prismatique se compose de la masse d'inertie et de la masse de courbure de la boucle, avec une masse de courbure beaucoup plus élevée que la masse d'inertie, et qui peut même être négative dans le cas des boucles de nature interstitielle,
- la masse de gravitation de la boucle de dislocation coin prismatique contient deux termes: le premier terme dominant de masse de courbure $M_{courbure}^{BC}$ est positif ou négatif suivant que la boucle est de nature lacunaire ou interstitielle, et le deuxième terme de masse d'inertie M_0^{BC} est toujours positif. Ceci signifie que la masse de gravitation $M_{courbure}^{BC} + M_0^{BC}$ n'est pas symétrique entre une boucle de nature lacunaire et une boucle de nature interstitielle. Il apparaît ici *une faible asymétrie sur la valeur absolue de la masse de gravitation entre une boucle interstitielle et son anti-boucle lacunaire*, qui s'exprime par les trois relations suivantes:

$$M_{courbure}^{BC(l)} + M_0^{BC(l)} > 0 \quad ; \quad M_{courbure}^{BC(i)} + M_0^{BC(i)} < 0 \quad ; \quad \left| M_{courbure}^{BC(i)} + M_0^{BC(i)} \right| \tilde{<} M_{courbure}^{BC(l)} + M_0^{BC(l)}$$

- toutes ces propriétés sont parfaitement analogues aux propriétés fondamentales des particules élémentaires du monde réel, hormis la masse gravitationnelle $M_{courbure}^{BC} + M_0^{BC}$ des boucles de dislocation coin prismatiques, boucles qui ont en fait une analogie forte avec les neutrinos. Cette propriété très spéciale des boucles de dislocation coin prismatiques sera discutée dans les ch*apitres suivants, dans lesquels on traitera de l'interaction gravitationnelle entre boucles.*