Chapitre 11

La physique quantique

Dans la figure 7.0, nous avons vu que, lorsque la densité de masse d'une singularité ou d'un amas de singularités dépasse une certaine valeur critique, il n'existe plus de solutions statiques pour le champ des perturbations internes d'expansion*, ce qui signifie que ces perturbations internes doivent forcément devenir des perturbations dynamiques.* Intuitivement, on pressent que l'existence de telles solutions dynamiques de la deuxième équation partielle de Newton (figure 5.1) pourrait bien être liée à l'apparition de la physique quantique, c'est-à-dire à l'existence de fluctuations temporelles localisées du champ d'expansion du réseau cosmologique parfait lorsque celui-ci ne présente pas de propagation d'ondes longitudinales dans le domaine $\tau_0 < \tau_{0cr}$. Nous allons montrer dans ce chapitre qu'une fonction d'onde, déduite directement de la deuxième équation partielle de Newton des perturbations d'expansion du réseau est effectivement intimement liée aux singularités topologiques mobiles du réseau, que celles-ci soient des amas de boucles élémentaires ou des boucles élémentaires isolées.

On parviendra ainsi à donner une *interprétation «ondulatoire»* tout-à-fait classique et somme toute assez simple de la physique quantique: *la fonction d'onde quantique représenterait en fait l'amplitude et la phase des fluctuations gravitationnelles couplées aux singularités topologiques*. Cette interprétation implique alors que le carré de l'amplitude de la fonction d'onde normalisée est bel et bien liée à la probabilité de présence de la singularité topologique qui lui est associée. Dans la foulée, on retrouvera aussi *le principe d'incertitude de Heisenberg, les notions de bosons, de fermions et d'indiscernabilité, le principe d'exclusion de Pauli,* ainsi que la voie vers une compréhension physique de phénomènes intriguants tels que *l'intrication quantique (entanglement) et la décohérence quantique.*

En reprenant la figure 7.0, on déduit donc que la valeur critique de la densité de masse à partir de laquelle les perturbations d'expansion deviennent dynamiques n'est rien d'autre que *la limite de décohérence quantique de cette singularité ou de cet amas de singularités.*

Equation d'ondes relativiste des fluctuations du champ gravitationnel d'expansion au-delà de la limite de décohérence quantique

Au-delà de la *limite de décohérence quantique*, c'est-à-dire pour des valeurs de la densité de masse d'une singularité ou d'un amas de singularités supérieures à la densité de masse critique (figure 7.0), supposons l'existence de fluctuations longitudinales dynamiques dans le réseau cosmologique. Ces fluctuations doivent évidemment satisfaire la version dynamique de la seconde équation partielle de Newton de la figure 5.1. On obtient au premier ordre en $\tau^{(p)}$, en tenant compte aussi de l'équation géométrocinétique pour $\tau^{(p)}$, et en émettant les hypothèses que $\tau_0 << \tau_{0cr}$, $K_2 << K_0$ et $2K_1(1+\tau_0) << K_0$, l'équation gérant les fluctuations gravitationnelles $\tau^{(p)}$, représentée dans la figure 11.1.

Cette équation est parfaitement réaliste, en ce sens qu'elle découle de l'équation de Newton du réseau. Cependant elle ne peut pas être résolue sous cette forme car elle nécessiterait de connaître la fonction $F_{dist}^{ch}(\vec{r},t)+F_{pot}^{ch}(\vec{r},t)$ qui est associée à la singularité topologique, et qui dépend notamment de la trajectoire de la singularité au sein du réseau, trajectoire que l'on ne connaît pas à priori. On peut donc dire que cette fonction $F_{dist}^{ch}(\vec{r},t)+F_{pot}^{ch}(\vec{r},t)$ est en fait *une variable cachée du problème*. Il faudra donc, comme on l'a déjà fait au chapitre 7 dans le cas statique en introduisant une valeur moyenne $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ du champ interne statique, trouver ici aussi *un subterfuge* pour trouver une forme de solution à cette équation dynamique.

Proposons d'abord une solution simple, localisée et indépendante du temps de cette équation pour la fonction d'onde $\psi_{localisée}\left(\vec{r}\right)$, en supposant que celle-ci soit une simple décroissance exponentielle avec des portées $\delta_1,\delta_2,\delta_3$ dans les trois directions de l'espace, et que la pulsation ω_f est une constante réelle indépendante du temps et de l'espace (figure 11.1). En introduisant cette solution dans l'équation d'onde que nous venons d'établir, on obtient la relation devant exister entre la pulsation ω_f de la fluctuation et les portées $\delta_1,\delta_2,\delta_3$ de ces fluctuations. Il apparaît alors une fluctuation gravitationnelle localisée $\underline{\tau}_{localisée}^{(p)}$ qui correspond à un régime vibratoire localisé, non amorti, de pulsation ω_f et qui décroît symétriquement et exponentiellement au voisinage de l'origine, avec des portées spatiales valant δ_1, δ_2 et δ_3 selon les 3 axes, qui sont corrélées entre elles et qui décroissent avec la fréquence de pulsation.

On en déduit donc que, dans un réseau cosmologique parfait satisfaisant les hypothèses que nous avons émises, il peut parfaitement exister des fluctuations stables et localisées de vibrations de l'expansion volumique. On reviendra plus en détail sur ce sujet au chapitre 14.

Imaginons qu'aux singularités topologiques mobiles au sein du réseau, telles que des amas de boucles élémentaires ou des boucles élémentaires isolées telles que décrites dans les chapitre précédents, soient aussi associées des fluctuations gravitationnelles longitudinales dynamiques, qui devraient évidemment satisfaire la version dynamique de la seconde équation partielle de Newton au voisinage de la singularité topologique.

On sait que, lorsque la densité d'énergie d'une singularité est plus faible que la valeur critique de la limite de décohérence quantique, la deuxième équation partielle de Newton fait apparaître des perturbations gravitationnelles statiques du champ d'expansion au sein même des amas immobiles, perturbations qui dépendent directement de l'énergie élastique de distorsion de ces singularités. Et au chapitre 7, on a montré que ce champ interne de perturbation d'expansion possède une valeur moyenne $\overline{\tau}_{int}^{(E)}$ qui est directement responsable d'un champ gravitationnel externe statique de perturbations de l'expansion, sous la forme $\tau_{ext\,LD}^{amas}(r)\cong -4\boldsymbol{G}_{grav}\boldsymbol{M}_0^{amas}/c_t^2 r$, *qui dépend lui aussi de l'énergie élastique de distorsion de la singularité ou de l'amas de singularités immobile* via le paramètre $4\boldsymbol{G}_{grav}/c_t^2$.

D'autre part, lorsque la densité d'énergie d'une singularité est *plus élevée que la valeur critique de la limite de décohérence quantique*, les perturbations gravitationnelles ne peuvent être que dynamiques, et doivent satisfaire alors la relation de Newton reportée à la figure 11.1, qui elle aussi dépend des densités d'énergie élastique et d'énergie potentielle de la singularité.

Il y a par conséquent de fortes présomptions pour que, au-delà de la limite de décohérence quantique, le champ des perturbations gravitationnelles dynamiques $\tau^{(p)}$ de l'expansion à l'extérieur d'une singularité mobile puisse être représentée par *un subterfuge consistant à imaginer une allure similaire à celle donnée dans le cas des fluctuations gravitationnelles isolées de la*

figure 11.1, mais qui cette fois dépende aussi de l'énergie de distorsion élastique de la singularité, mais probablement aussi de l'énergie associée au mouvement de la singularité. Or nous savons qu'une singularité topologique en mouvement dans le réseau est entièrement caractérisée par une *énergie relativiste totale* $E_{\boldsymbol{v}}$ et une *quantité de mouvement relativiste totale* $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$.

Par conséquent, la pulsation $\underline{\omega}_f$ des fluctuations d'expansion qui lui sont associées devrait assurément dépendre aussi de l'énergie relativiste $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ de la singularité et de sa quantité de mouvement relativiste $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$. Imaginons donc qu'aux singularités topologiques mobiles au sein du réseau, telles que des amas de boucles élémentaires ou des boucles élémentaires isolées telles que décrites dans les chapitre précédents, soient aussi associées des fluctuations gravitationnelles longitudinales dynamiques, qui devraient évidemment satisfaire la version dynamique de la seconde équation partielle de Newton à l'extérieur de la singularité topologique.

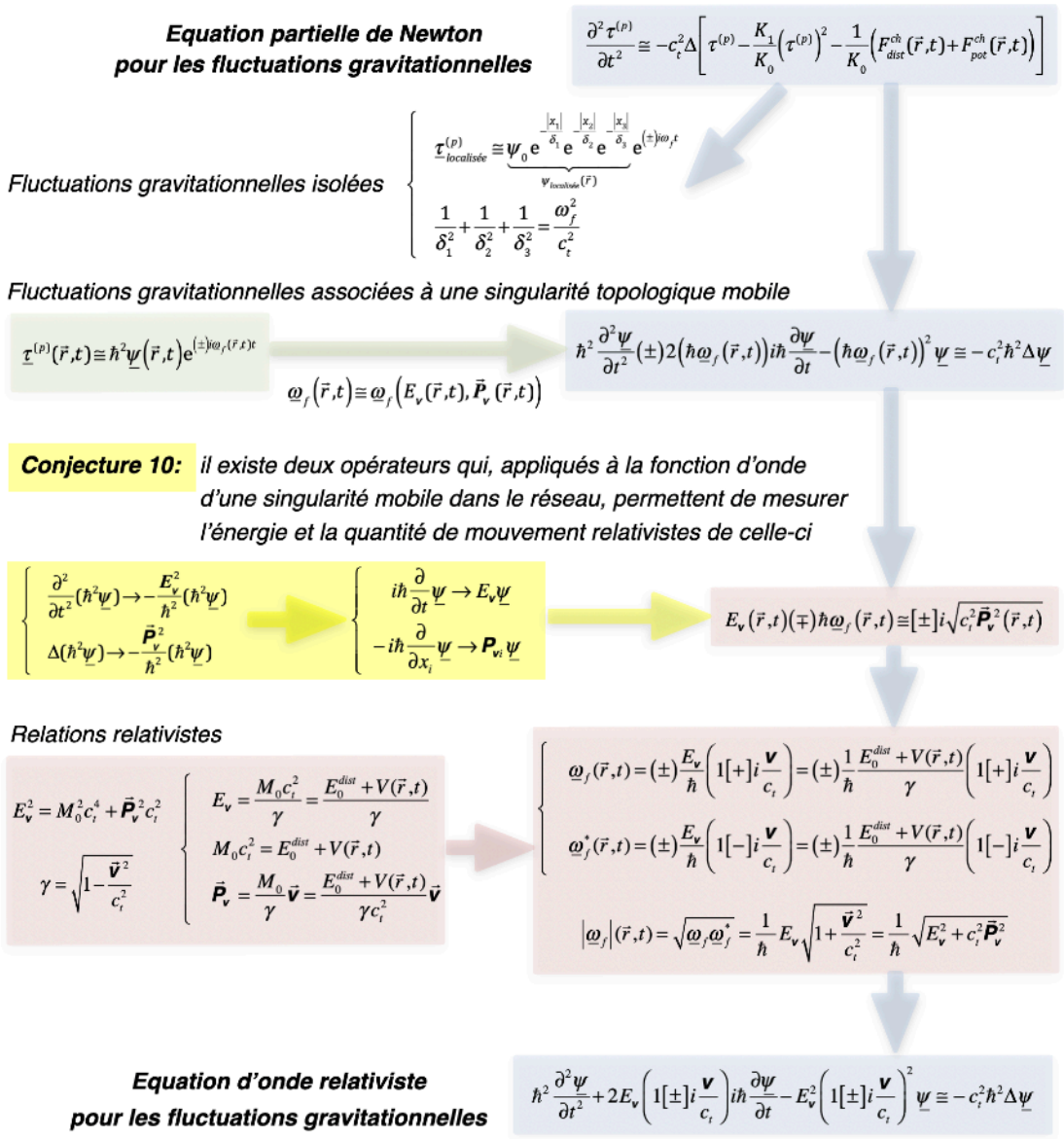


Figure 11.1 *- De l'équation partielle de Newton pour les fluctuations gravitationnelles à l'équation d'onde relativiste pour les fluctuations associées à une singularité mobile*

On peut donc émettre à priori l'hypothèse qu'il devrait exister une relation pour $\underline{\omega}_f$ de la forme suivante $\underline{\omega}_f \cong \underline{\omega}_f\left(E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t), \vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)\right) = \underline{\omega}_f(\vec{r},t)$. La pulsation $\underline{\omega}_f$ des fluctuations d'expansion devrait par conséquent dépendre du temps et de l'espace environnant de la singularité topologique, via la dépendance temporelle et spatiale de l'énergie $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ et de la quantité de mouvement $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ de la singularité mobile.

On peut proposer une solution de perturbations gravitationnelles de pulsation complexe $\underline{\omega}_f$, qu'on écrira par commodité en formulation complexe sous la forme $\underline{\tau}^{(p)} \cong \hbar^2 \underline{\psi}\, \mathrm{e}^{(\pm) i \underline{\omega}_f t}$, où $\hbar^2$ est une constante arbitraire pour l'instant, $\mathrm{e}^{(\pm) i \underline{\omega}_f t}$ correspond à *l'oscillation de la fluctuation* et la *fonction d'onde complexe* $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ contient les informations de *phase et d'amplitude de cette oscillation*. En introduisant cette solution dans l'équation de Newton des fluctuations du réseau, on obtient *une équation d'ondes pour la fonction complexe* $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ sous la forme reportée dans la figure 11.1.

Si la fréquence $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ des fluctuations gravitationnelles dépend effectivement de $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ et de $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$, ces deux grandeurs doivent aussi être contenues implicitement dans les comportements temporel et spatial de la fonction d'onde complexe $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ associée à la singularité mobile. Or, cette fonction d'onde $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ associée à l'équation d'onde de la figure 11.1 rappelle en fait la fonction d'onde apparaissant en physique quantique, et la physique quantique dit qu'il est possible de définir *des opérateurs* permettant de mesurer $E_{\boldsymbol{v}}$ et $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$ à partir de la fonction d'onde quantique $\underline{\psi}(\vec{r},t)$.

Par analogie avec la physique quantique, nous allons donc *conjecturer à priori des opérateurs aux propriétés similaires:* ce sera la conjecture 10 de notre approche, reportée dans la figure 11.1. En fait, nous allons émettre l'hypothèse que la dérivé seconde par rapport au temps de l'enveloppe $\hbar^2\underline{\psi}$ des oscillations de $\underline{\tau}^{(p)}$ est directement corrélée avec le carré de *l'énergie relativiste totale* $E_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité, et que le laplacien (la dérivé seconde par rapport à l'espace) de l'enveloppe $\hbar^2\underline{\psi}$ des oscillations de $\underline{\tau}^{(p)}$ soit directement corrélée avec le carré de *la quantité de mouvement relativiste totale* $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$. Dans les relations associées à cette conjecture, on a introduit, comme en physique quantique, une constante $\hbar$ permettant de normaliser les dérivés partielles de la fonction d'onde à des termes énergétiques (et qui n'est, dans le cas de la physique quantique, rien d'autre que *la constante de Planck).* Il est assez simple de vérifier que ces opérateurs, appliqués une seule fois de suite sur la fonction d'onde, fournissent les opérateurs usuels de la physique quantique, comme illustré dans la figure 11.1.



Max Planck (1858-1947)

La conjecture 10 que nous avons supposée ici a une signification physique qu'on peut expliciter de manière très simple. En effet, supposons que l'enveloppe $\hbar^2\underline{\psi}$ des oscillations de $\underline{\tau}^{(p)}$ soit de type oscillatoire, de la forme $\hbar^2\underline{\psi} = \hbar^2\psi_0 \sin(\Omega t - kx)$. En ce cas, la conjecture 10 implique simplement que la pulsation $\Omega = 2\pi f = \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{v}} / \hbar$ de l'enveloppe est proportionnelle à *l'énergie relativiste totale* $E_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité et que le nombre d'onde de l'enveloppe $k = 2\pi / \lambda = \left|\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}\right| / \hbar$ est proportionnel à *la quantité de mouvement relativiste* $\left|\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}\right|$ de la singularité, avec un facteur de proportionnalité égal à l'inverse de la constante de Planck.

Grâce à la constante arbitraire $\hbar^2$ introduite dans la solution pour $\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)$, l'équation d'onde pour $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ est alors directement composée de termes correspondant à des carrés d'énergie. On en déduit que chaque terme de cette équation doit représenter le produit du carré d'une énergie par la fonction d'onde sans dimension $\underline{\psi}(\vec{r},t)$. On en déduit en particulier que le terme $\hbar\omega_f$ a *la dimension d'une énergie.*

D'autre part, l'opérateur dérivé seconde du temps fournit le carré de *l'énergie relativiste totale* $E_{\boldsymbol{v}}$ qu'aurait la singularité à l'endroit où on applique l'opérateur, et l'opérateur laplacien fournit le carré de *la quantité de mouvement relativiste totale* $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$ qu'aurait la singularité à l'endroit où on applique l'opérateur. De cette définition des opérateurs dérivé seconde et laplacien, on déduit les opérateurs fournissant directement l'énergie totale de la singularité et les composantes de la quantité de mouvement de la singularité en un endroit donné.

Nantis de ces opérateurs *"conjecturées à priori»* en se basant sur la physique quantique, nous pouvons essayer de les appliquer à la relation d'onde déduite de la deuxième équation partielle de Newton. On obtient ainsi la relation qui devrait exister entre *l'énergie relativiste* $E_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité, *l'énergie de mouvement* $\sqrt{c_t^2\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}^{\,2}}$ de la singularité et *la pulsation* $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ *des fluctuations gravitationnelles associées à la singularité,* qui devient maintenant vraiment *un nombre complexe, sous la forme* $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)(\mp)\hbar\underline{\omega}_f(\vec{r},t)\cong[\pm]i\sqrt{c_t^2\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}^{\,2}(\vec{r},t)}$. Il faut noter ici que les doubles signes $(\mp)$ et $[\pm]$ apparaissant dans cette relation sont indépendants l'un de l'autre car le premier $(\mp)$ provient de l'expression $\underline{\tau}^{(p)}\cong\hbar^2\underline{\psi}\,\mathrm{e}^{(\pm)i\underline{\omega}_f t}$ et le second s'introduit en prenant la racine carré de $-c_t^2\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}^{\,2}(\vec{r},t)$.

Dans le cas d'une singularité qui se déplace *à vitesse relativiste*, celle-ci doit satisfaire les principales relations relativistes obtenues au chapitre 6 et reportées dans la figure 11.1, notamment l'importante relation $E_{\boldsymbol{v}}^2=M_0^2c_t^4+\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}^{\,2}c_t^2$ qui fait le lien entre *l'énergie relativiste totale* $E_{\boldsymbol{v}}$*, la quantité de mouvement relativiste* $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$ *et la masse au repos de la singularité* M_0. Ces expressions relativistes conduisent à la relation donnant *la pulsation* $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ *complexe* des fluctuations gravitationnelles associées à une singularité topologique, soit une boucle élémentaire, soit un amas de boucles élémentaires liées entre elles, se déplaçant à vitesse $\boldsymbol{v}$. La pulsation relativiste complexe de $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ présente par conséquent deux solutions conjuguées reportées dans la figure 11.1. Il est intéressant de constater qu'on retrouve bien une expression justifiant l'hypothèse que nous avions émise, à savoir que $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ est une fonction directe de $E_{\boldsymbol{v}}$ *et de* $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$. En effet, en effectuant le produit des deux valeurs conjuguées de la pulsation, on constate que c'est la norme $\left|\underline{\omega}_f\right|(\vec{r},t)=(\underline{\omega}_f\underline{\omega}_f^*)^{1/2}$ de la pulsation complexe $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ qui est une fonction simple et directe des grandeurs $E_{\boldsymbol{v}}$ et $\vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité.

L'équation d'ondes pour $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ possède alors *deux versions relativistes* reportées dans la figure 11.1, à cause du double signe $[\pm]$ qui apparaît dans $(1[\pm]i\boldsymbol{v}/c_t)$. Par contre, dans cette expression de l'équation d'ondes, le double signe $(\mp)$ n'apparaît plus.

Perturbations gravitationnelles d'une singularité massive à vitesse relativiste

Reprenons l'équation d'onde relativiste de la figure 11.1 et essayons d'en trouver une solution pour une singularité assez massive qui se déplacerait *quasi-librement à vitesse relativiste* $\boldsymbol{v}$ *plus ou moins constante* dans la direction $\boldsymbol{O}x_2$, ce qui implique que $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ *varie assez lentement dans le temps et l'espace.* Sous cette hypothèse que l'énergie totale relativiste de la singularité ne varie que lentement dans le temps et l'espace, on peut admettre que la fonction

$\hbar^2\underline{\psi}(\vec{r},t)$, qui représente l'amplitude et la phase de l'oscillation à pulsation $\omega_f(\vec{r},t)$ est en fait une fonction de la position x_2 le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_2$. Posons donc une solution ondulatoire simple de l'équation d'onde relativiste le long de l'axe $\boldsymbol{O}x_2$, qui ne dépende pas explicitement du temps, du type $\underline{\psi}(\vec{r},t) \cong \psi_0 \, e^{i\underline{k}(\vec{r},t)x_2}$, où le nombre d'onde complexe $\underline{k}(\vec{r},t)$ varie lui aussi très lentement dans le temps et l'espace. En injectant cette solution dans *l'équation d'onde relativiste*, on obtient l'expression de la figure 11.2 pour la valeur du nombre d'onde complexe $\underline{k}$ et on constate que $\underline{k}(\vec{r},t)$ dépend en fait de $\vec{r}$ et t uniquement de par la dépendance de l'énergie relativiste $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ en $\vec{r}$ et t, ce qui permet d'exprimer la fonction d'onde $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ ainsi que les fluctuations d'expansion associées à la singularité relativiste. En y introduisant la valeur de $\omega_f(\vec{r},t)$ obtenue dans la figure 11.1, on obtient deux solutions qui ont réellement une signification physique parmi quatre solutions possibles, de sorte que, finalement, la solution pour $\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)$ peut s'écrire sous la forme représentée dans la figure 11.2. On peut dès lors expliciter les fluctuations réelles d'expansion d'une singularité relativiste, en prenant la partie réelle $\tau^{(p)}_{réel}(\vec{r},t)$ de cette expression.

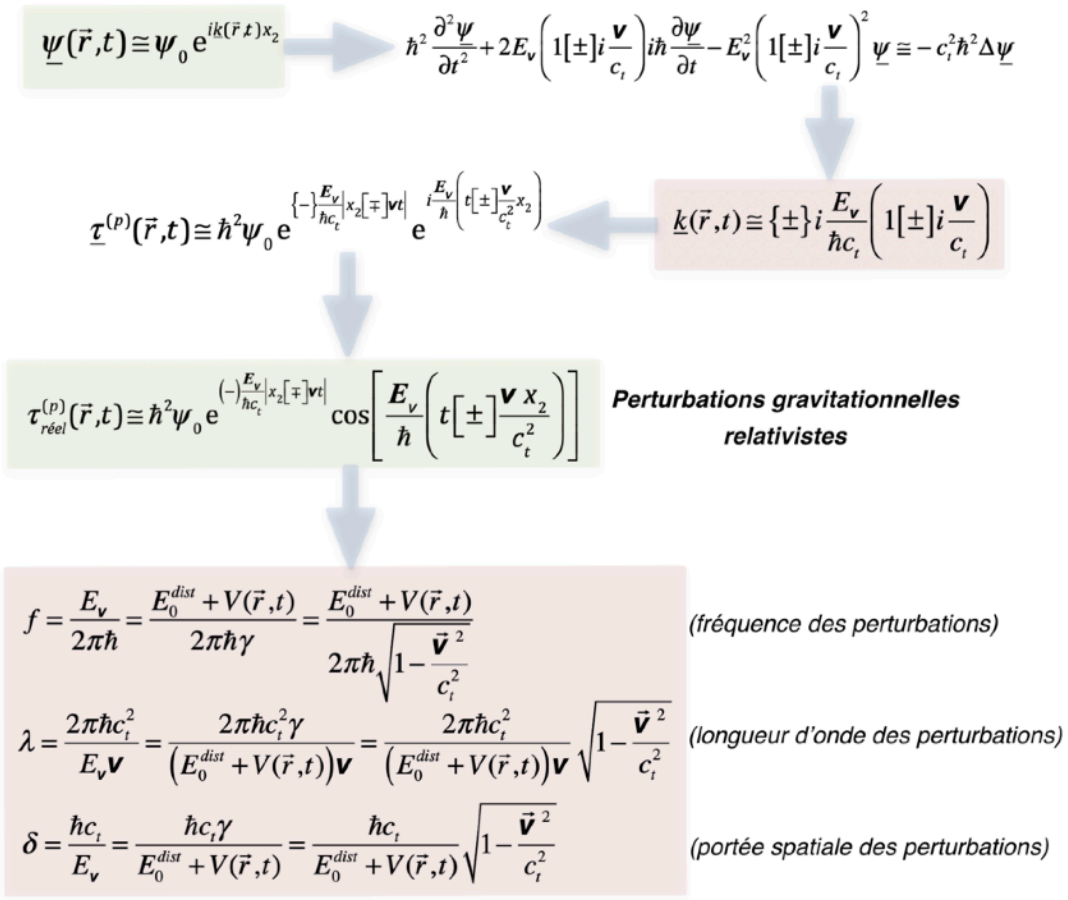


Figure 11.2 *- Perturbations gravitationnelles associées à une singularité massive se déplaçant à vitesse relativiste*

On constate que cette fonction $\tau^{(p)}_{réel}(\vec{r},t)$ représente le produit d'oscillations dans le temps et d'oscillations dans l'espace. Les oscillations dans le temps présentent une fréquence f et

les oscillations dans l'espace une longueur d'onde λ. On constate que la fréquence f des oscillations temporelles est une fonction croissante de la vitesse $\boldsymbol{v}$ et de l'énergie relativiste $E_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité, et qu'elle tend vers une valeur infinie pour $\boldsymbol{v} \to c_t$. Elle dépend indirectement de la position $\vec{r}$ de la singularité et du temps t via la dépendance du potentiel $V(\vec{r},t)$ en ces grandeurs. Quand à la longueur d'onde λ des oscillations spatiales, elle diminue en fonction de la vitesse $\boldsymbol{v}$ et de l'énergie relativiste $E_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité, et elle tend vers 0 pour $\boldsymbol{v} \to c_t$. Elle est elle aussi modulée dans l'espace et le temps via le potentiel $V(\vec{r},t)$.

L'amplitude de ces oscillations temporelles et spatiales est modulée par une enveloppe exponentiellement décroissante de part et d'autre de la position moyenne $x_2(t) = [\pm]\boldsymbol{v}t$ de la singularité (qui se déplace donc dans la direction de l'axe $\boldsymbol{O}x_2$ ou en sens opposé selon le signe + ou -). La vitesse de décroissance de l'enveloppe $e^{(-)|x_2[\mp]\boldsymbol{v}t|/\delta}$ est liée à *une portée* δ *de l'enveloppe des oscillations*, qui diminue lorsque la vitesse $\boldsymbol{v}$ de la singularité augmente et lorsque son énergie relativiste $E_{\boldsymbol{v}}$ augmente, et elle tend vers 0 pour $\boldsymbol{v} \to c_t$. Elle est, elle aussi, modulée dans l'espace et le temps via le potentiel $V(\vec{r},t)$ que subit la singularité. Tout ceci implique que les fluctuations gravitationnelles associées à l'énergie relativiste totale de la singularité sont de très courtes portées et deviennent assurément négligeables pour des singularités massives, telles que des amas de boucles élémentaires liées. Par exemple, pour un électron à vitesse non-relativiste, la portée des perturbations gravitationnelles associées à son énergie de repos E_0^{dist} est déjà minuscule, de l'ordre de $2 \cdot 10^{-12}\ m$.

Finalement, on constate que les fluctuations dynamiques d'expansion associées à la singularité relativiste sont contractées selon l'axe $\boldsymbol{O}x_2$ du mouvement de la singularité, en fonction de la vitesse $\boldsymbol{v}$ de la singularité, comme on le voit bien sur la longueur d'onde λ des oscillations spatiales et sur la portée δ de l'enveloppe des oscillations. Ces effets *correspondent strictement à l'effet relativiste de contraction des règles* d'un amas mobile de singularités décrit au chapitre 6.

Equation de Schrödinger des perturbations gravitationnelles d'une singularité massive se déplaçant à vitesse non-relativiste dans un potentiel variable

Le traitement de la section précédente s'applique aux perturbations gravitationnelles associées à une singularité massive qui se déplace à des vitesses relativistes et qui n'est pas soumise à un potentiel suffisamment fort pour influencer sa trajectoire. Mais pour une singularité microscopique (une boucle de désinclinaison ou de dislocation par exemple) en régime non-relativiste $|\boldsymbol{v}| << c_t$, et soumise à un potentiel $V(\vec{r},t)$ suffisamment important pour influer sur sa trajectoire, on peut se demander ce que devient son équation d'onde. Pour cela, réécrivons l'équation d'onde relativiste obtenue dans la figure 11.1 en faisant disparaître les termes en $\boldsymbol{v}/c_t$ très petits. C'est la première étape représentée dans la figure 11.3.


Erwin Schrödinger (1887-1961)

Puis en utilisant la conjecture 10, l'équation d'onde peut se transformer sous une *«forme réduite»* ne contenant plus que la dérivé première du temps. Mais l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}(\vec{r},t)$ de la singularité non-relativiste peut s'exprime comme

$E_{\boldsymbol{v}} = M_0 c_t^2 / \gamma \cong M_0 c_t^2$ ou comme $E_{\boldsymbol{v}} = \left(E_0^{dist} + V(\vec{r},t)\right)/\gamma \cong E_0^{dist} + V(\vec{r},t)$, ce qui permet de ré-écrire approximativement l'équation d'onde sous une troisième forme, que nous appellerons *l'équation d'onde non-relativiste.* Cette équation d'onde admet alors deux solutions distincts pour les perturbations gravitationnelles $\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)$ qui se distinguent par le signe du vecteur tournant.

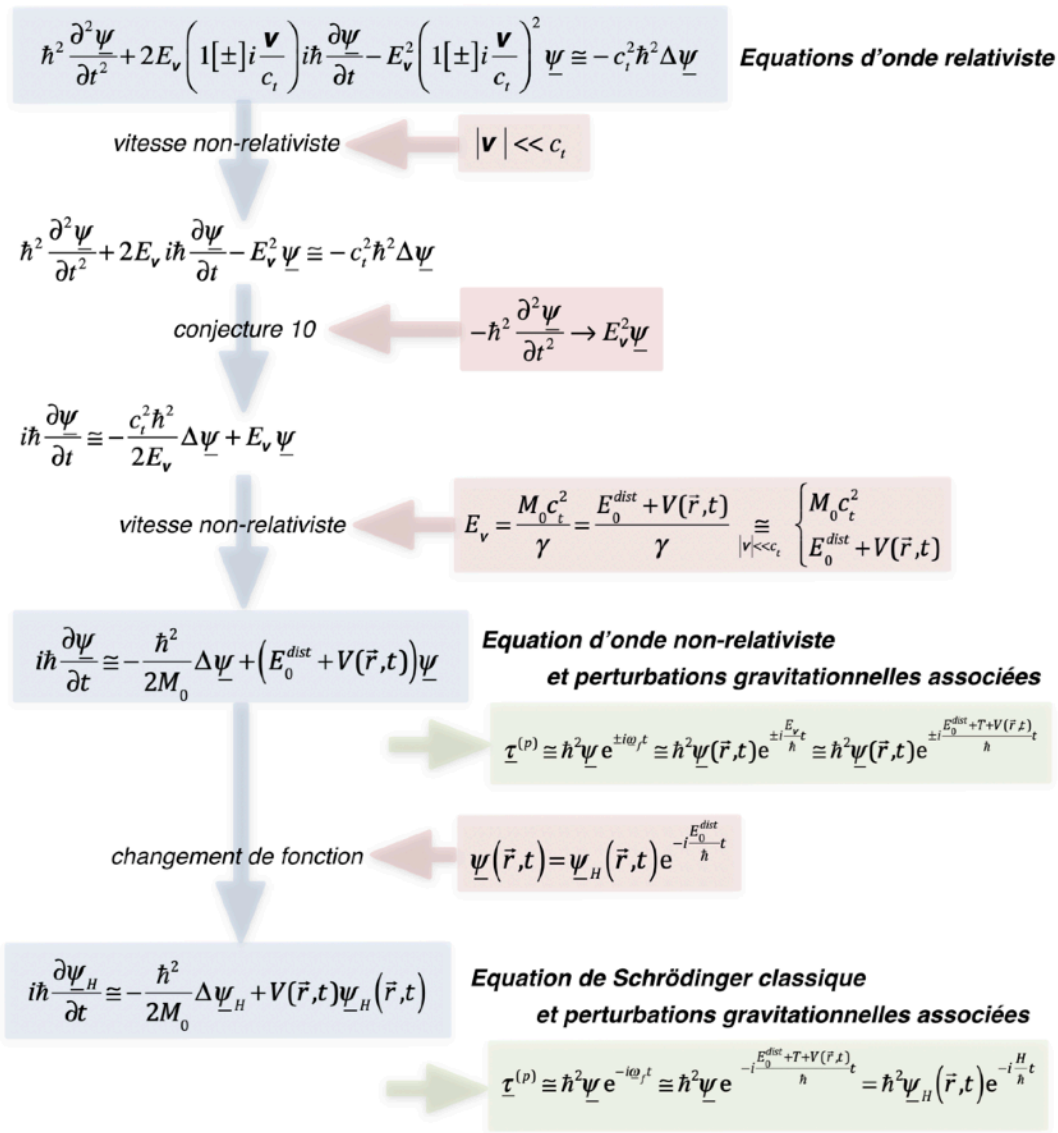


Figure 11.3 *- Equation d'onde non-relativiste et équation de Schrödinger dans le cas de perturbations gravitationnelles associées à une singularité massive se déplaçant à vitesse non-relativiste*

Sous cette forme, l'équation d'onde non-relativiste ressemble beaucoup à l'équation de Schrödinger de la physique quantique, et on peut montrer qu'il est possible de trouver cette équation. En effet, effectuons un changement d'équation d'ondes en introduisant une fonction d'onde $\underline{\psi}_H(\vec{r},t)$ telle qu'elle donne la fonction d'onde initiale $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ lorsque multipliée par le facteur $\exp(-iE_0^{dist} t/\hbar)$. On obtient alors une équation d'onde non-relativiste qui est très

connue, puisque c'est la fameuse *équation de Schrödinger de la physique quantique*.

En résolvant cette équation d'onde pour une singularité de masse M_0 soumise à un potentiel $V(\vec{r},t)$, on déduit la fonction d'onde $\underline{\psi}_H(\vec{r},t)$ qui permet de retrouver directement les perturbations gravitationnelles $\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)$ associées à cette singularité grâce à la relation reportée dans la figure 11.3. Mais à la différence de l'équation d'onde non-relativiste qui la précède, cette équation, à cause du changement de la fonction d'onde $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ pour $\underline{\psi}_H(\vec{r},t)$ ne donne qu'une seule solution pour les perturbations gravitationnelles $\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)$.

La fonction d'onde $\underline{\psi}_H(\vec{r},t)$ fournie par l'équation de Schrödinger est directement liée à *l'hamiltonien de la singularité*, à savoir à la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentielle, puisqu'en utilisant les opérateurs définis par la conjecture 10 dans l'équation de Schrödinger, on obtient directement la relation $E_{\underline{\psi}_H} \cong \vec{\boldsymbol{P}}_{\boldsymbol{v}}^{\,2}/2M_0 + V(\vec{r},t) = T + V(\vec{r},t) = H$.

L'équation d'onde que nous avons obtenue pour $\underline{\psi}_H(\vec{r},t)$ correspond en tout point, très exactement, à l'équation de Schrödinger dépendante du temps de la physique quantique *pour une particule non-relativiste*, à condition d'admettre que la constante universelle $\hbar$ que nous avons conjecturées soit effectivement *la constante de Planck* $\hbar$ *de la physique quantique*. Cette similitude parfaite n'est évidemment pas fortuite et permet <u>*pour la première fois*</u> de donner une interprétation très compréhensible de la physique quantique, en disant que «*l'équation de Schrödinger est une équation d'onde déduite de la deuxième équation partielle de Newton d'un réseau cosmologique parfait, dans le domaine* $\tau_0 << \tau_{0cr}$*, qui permet de calculer l'enveloppe* $\underline{\psi}_H(\vec{r},t)$ *des fluctuations gravitationnelles dynamiques* $\underline{\tau}^{(p)}(\vec{r},t)$ *associées à une singularité topologique de masse* M_0 *et soumise à un potentiel* $V(\vec{r},t)$ *».*

L'équation d'onde stationnaire d'une singularité placée dans un potentiel statique

Si le potentiel dans lequel est placée la singularité topologique est un potentiel statique $V(\vec{r})$, le terme de gauche de l'équation d'onde non-relativiste reportée dans la figure 11.4 est un opérateur donnant l'énergie totale $E_{\boldsymbol{v}}$ de la singularité, qui doit évidemment être une constante puisque la singularité se déplace dans un potentiel statique. En utilisant la conjecture 10 pour faire disparaître la dérivé temporelle, on obtient une équation d'onde indépendante du temps.

On retrouve là l'expression de *l'équation de Schrödinger stationnaire* de la physique quantique, qui est, comme on le sait de la physique quantique, un *problème aux valeurs propres*, ce qui signifie que l'hamiltonien, c'est-à-dire la somme de l'énergie potentielle et de l'énergie cinétique associées au mouvement de la singularité, donnée par $H = E^{cin} + V = E_{\boldsymbol{v}} - E_0^{dist}$, est une constante pouvant prendre *diverses valeurs propres* H_n suivant le potentiel $V(\vec{r})$, de sorte que la fonction d'onde présente des *états propres* $\underline{\psi}_n$ satisfaisant *l'équation de Schrödinger aux valeurs propres* reportée dans la figure 11.4.

Sur la base de la solution $\underline{\psi}_n(\vec{r})$ de l'équation d'onde, on déduit la véritable grandeur physique, à savoir *les perturbations d'expansion stationnaires* associées à la singularité plongée dans le potentiel stationnaire $V(\vec{r})$, données grâce à la relation de la figure 11.3 par l'expression $\underline{\tau}_n^{(p)}(\vec{r},t) \cong \hbar^2 \underline{\psi}_n(\vec{r}) \exp\left(\pm i(E_0 + H_n)t/\hbar\right)$, et c'est la partie réelle de $\underline{\tau}_n^{(p)}(\vec{r},t)$ qui représentera les réelles perturbations stationnaires d'expansion. Cette solution pour les perturbations gravitationnelles stationnaires se présente alors sous la forme d'oscillations de pulsation

fixe $\left|\omega_f\right| = (E_0 + H_n)/\hbar$ dépendante de l'énergie propre H_n, oscillations qui sont modulées par une enveloppe stationnaire $\hbar^2 \underline{\psi}_n(\vec{r})$ dépendante du potentiel $V(\vec{r})$ via l'équation d'onde stationnaire de Schrödinger.

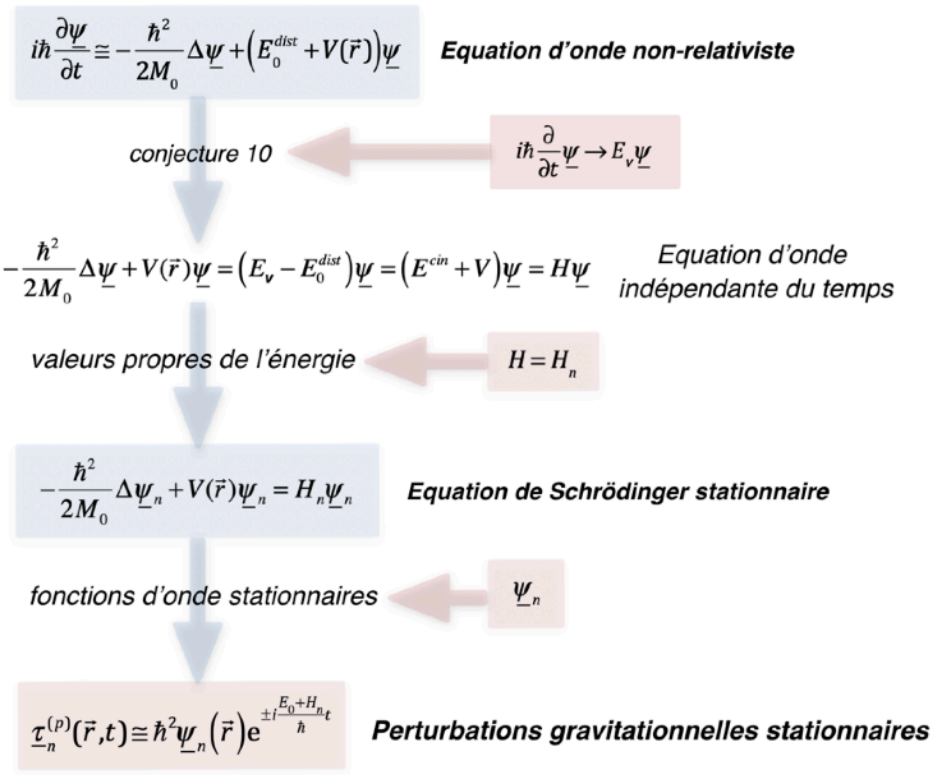


Figure 11.4 *- Equation d'onde stationnaire de Schrödinger à valeurs propres pour une singularité massive placée dans un potentiel statique*

De l'interprétation de la fonction d'onde des fluctuations gravitationnelles

On connaît bien la puissance de l'équation de Schrödinger dynamique (figure 11.3) et de l'équation de Schrödinger stationnaire (figure 11.4) en physique quantique. Nombre de conséquences liées aux équations de Schrödinger sont évidemment directement applicables dans le cas de notre approche.


Werner Heisenberg (1901-1976)

Par exemple, les *commutateurs d'opérateurs* et les *principes d'incertitude de Heisenberg* se déduisent directement à l'aide de la conjecture 10. Ainsi, l'opérateur quantique de quantité de mouvement $\hat{p}_k = -i\hbar\partial/\partial\xi_k$ ne commute pas avec l'opérateur de position $\hat{\xi}_k = \xi_k$ d'une particule, car le commutateur $\left[\hat{p}_k, \hat{\xi}_k\right] = \hat{p}_k \bullet \hat{\xi}_k - \hat{\xi}_k \bullet \hat{p}_k = -i\hbar$ n'est pas nulle. De même, l'opérateur d'énergie $\hat{E} = i\hbar\partial/\partial t$ ne commute avec l'opérateur de temps $\hat{t} = t$ puisque le commutateur $\left[\hat{E}, \hat{t}\right] = \hat{E} \bullet \hat{t} - \hat{t} \bullet \hat{E} = i\hbar$ n'est pas nul. Ces deux relations de commutation sont des expressions du *principe d'incertitude de*

Heisenberg, qui dit que les mesures de certaines paires d'observables se perturbent mutuellement, de sorte que les incertitudes de mesure $\Delta\xi_k$, Δp_k , Δt , ΔE , … sont liées entre elles par des relations d'incertitude.

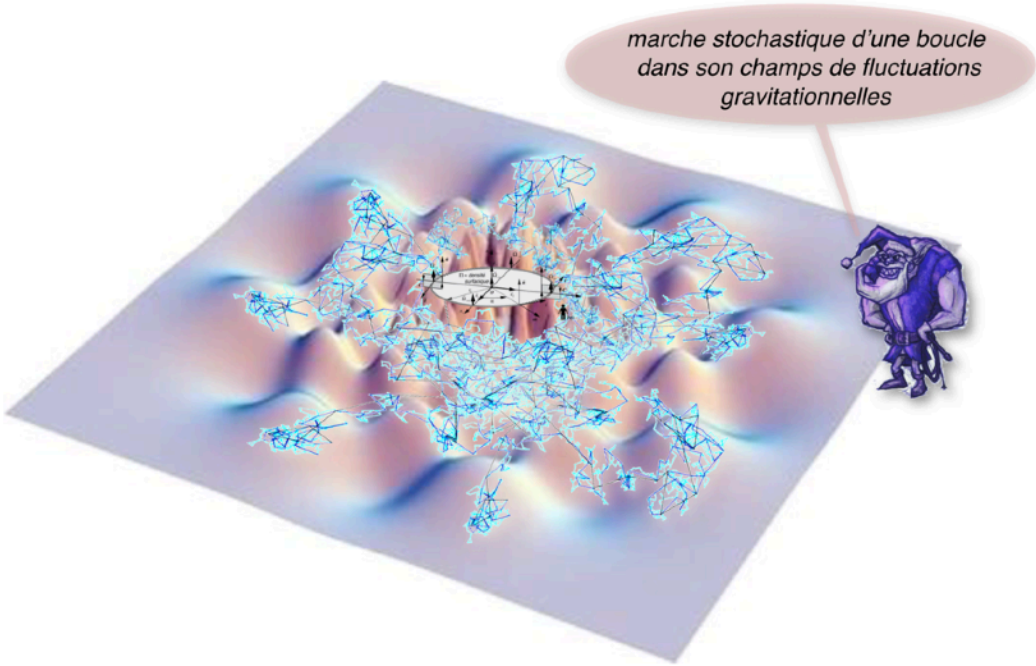
Un autre exemple est le calcul des *états propres stationnaires d'une particule* dans différents types de potentiels (oscillateur harmonique, oscillateur anharmonique, particule dans une boîte, rotation de deux particules liées, particule dans un potentiel central, etc.), ou le calcul de la *densité des états dans l'espace de phase,* et bien d'autres encore qui ne sont pas du ressort de ce livre, mais que l'on trouve dans tous les livres traitant de la physique quantique.

De cette correspondance parfaite entre notre approche des perturbations gravitationnelles associées aux singularités topologiques mobiles et l'équation d'onde de Schrödinger de la physique quantique, expérimentalement très bien vérifiée, on déduit que notre conjecture 10 s'avère *à posteriori* absolument fondée. Par conséquent, notre interprétation *«classique»* de la physique quantique, à savoir que la physique quantique découle de la deuxième équation partielle de Newton du réseau cosmologique, est assurément juste, de sorte que l'équation de Newton du réseau cosmologique semble de plus en plus jouer un rôle capital *au coeur de toutes les théories connues de l'Univers.*

Quant bien même les fonctions d'onde complexes $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ n'apporte aucune indication quant à la position ou à la trajectoire de la singularité, on peut tout de même leur trouver une interprétation physique très intéressante. Comme ces fonctions d'onde correspondent à une *représentation complexe de l'amplitude et de la phase des fluctuations gravitationnelles de pulsation* $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ *associées à la singularité,* il est tout-à-fait logique et probable que si, localement, il n'existe pas de fluctuations gravitationnelles, c'est-à-dire si la fonction d'onde $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ est très petite en certains endroits de l'espace, il n'y aura pratiquement aucune chance d'y trouver la singularité topologique, alors que si ces fluctuations deviennent maximum en certains autres endroits, il y a de très fortes chances d'y trouver la singularité topologique.

On en arrive donc à une interprétation très intéressante de cette fonction d'onde complexe $\underline{\psi}(\vec{r},t)$: elle doit assurément être associée à la probabilité de présence de la singularité topologique à laquelle sont associées les fluctuations gravitationnelles $e^{i\omega_f t}$. La fonction $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ est en fait un objet mathématique complexe représentant l'amplitude et la phase des fluctuations gravitationnelles $e^{i\omega_f t}$, alors qu'une probabilité de présence est un objet mathématique scalaire positif dont la somme sur tout l'espace doit être égale à 1. Par conséquent, une possibilité d'extraire une valeur quantitative de probabilité de présence de la singularité topologique à partir de la fonction $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ est d'utiliser le fait que le carré d'une fonction oscillante présente bien un scalaire positif. Dans le cas d'une grandeur complexe comme $\underline{\psi}(\vec{r},t)$, c'est le produit $\underline{\psi}(\vec{r},t)\bullet\underline{\psi}^*(\vec{r},t)$ de la fonction complexe $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ par son complexe conjugué $\underline{\psi}^*(\vec{r},t)$ qui représente le carré de l'amplitude de la fonction. Il suffit donc de normaliser le produit $\underline{\psi}(\vec{r},t)\bullet\underline{\psi}^*(\vec{r},t)$ pris sur une portion de l'espace ΔV par ce produit pris sur tout l'espace V susceptible de contenir la singularité pour obtenir la probabilité P de trouver la singularité dans la portion d'espace ΔV , comme illustré dans la figure 11.5. On retrouve par conséquent l'interprétation usuelle simple de la fonction d'onde en physique quantique, tout en lui donnant ici une explication conceptuelle.

Le fait que la fonction d'onde complexe $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ permette de déduire, non pas la position des singularités en un instant donné, mais leur probabilité de présence en un endroit donné et à



Probabilité de présence de la singularité

$$P = \iiint_{\Delta V} \underline{\psi}(\vec{r},t) \bullet \underline{\psi}^{*}(\vec{r},t)\, dV \Big/ \iiint_{V} \underline{\psi}(\vec{r},t) \bullet \underline{\psi}^{*}(\vec{r},t)\, dV$$

Figure 11.5 *- Illustration de la «marche stochastique» d'une boucle de singularité dans son champs stationnaire de perturbations gravitationnelles*

un instant donné, signifie aussi que les équations d'onde qui permettent de calculer $\underline{\psi}(\vec{r},t)$, ou $\underline{\psi}_n(\vec{r})$ dans le cas stationnaire, et qui ne sont en fait rien d'autre que des émanations *de l'équation de Newton du réseau* appliquée aux fluctuations gravitationnelles, sont en même temps *une nouvelle forme d'équations de la dynamique des singularités topologiques microscopiques* au sein du réseau.

Comme les mouvements microscopiques exactes des singularités topologiques ne sont pas accessibles et prédictibles via leur fonction d'onde complexe $\underline{\psi}(\vec{r},t)$, mais que seule la probabilité de présence des singularités soumises à un potentiel $V(\vec{r},t)$ ou $V(\vec{r})$ peut être obtenue, les mouvements réels des singularités microscopiques au sein du réseau cosmologique doivent probablement être des mouvements stochastiques et chaotiques.

On peut imaginer par exemple que des fluctuations gravitationnelles aléatoires (voir chapitre 14), mais de pulsations différentes de la pulsation $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$ associée à la singularité topologique, et qui apparaîtraient et disparaîtraient au voisinage de la singularité, puissent venir bousculer suffisamment celle-ci en lui fournissant des impulsions aléatoires. Ces impulsions contribueraient alors à des mouvements stochastiques de la singularité. Mais comme la marche stochastique de la singularité doit aussi être fortement couplée avec ses fluctuations gravitationnelles propres à fréquence $\underline{\omega}_f(\vec{r},t)$, cette marche stochastique devrait présenter une distribution statistique de présence qui se manifesterait via la probabilité de présence déduite de la

fonction d'onde.

Il existe en fait deux phénomènes physiques observables qui présentent des analogies fortes avec une telle «marche stochastique» des singularités topologiques:

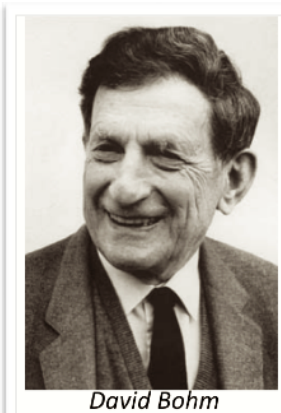
- dans les solides, les dislocations peuvent présenter une marche stochastique microscopique sous l'effet des fluctuations thermiques aléatoires (dues aux phonons) qui peuvent les bousculer. Il apparaît alors un mouvement stochastique des dislocations, appelé *mouvement brownien*, tel que décrit par exemple dans l'article *«overview on dislocation-point defect interaction: the brownian picture of dislocation motion»*[1] .

- des expériences macroscopiques assez récentes réalisées au laboratoire avec des gouttelettes rebondissantes sur une surface liquide vibrée présentent des résultats assez étonnants. Les gouttelettes se déplacent aléatoirement sur la surface liquide, raison pour laquelle elles ont été qualifiées de "gouttes marcheuses" [2]. Cette "marche" est attribuée à une interaction résonnante de la goutte avec son propre champ ondulatoire[3]. La mesure de la probabilité de distribution de la goutte sur une surface liquide limitée peut alors présenter une régularité présentant des similitudes étonnantes avec la probabilité de présence de particules microscopiques quantiques confinées dans un puits de potentiel[4].



Louis de Broglie (1892-1987)

En fait, l'interprétation de la physique quantique qui ressort de notre approche se rapproche assez de *l'interprétation de Bohm, dans sa version stochastique,* introduite en 1954 comme un développement de *la théorie de l'onde pilote* de Louis de Broglie de 1927. En effet, dans notre théorie, la fonction d'onde $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ est bien un champ réel et objectif, correspondant à l'enveloppe des fluctuations gravitationnelles de l'expansion volumique du réseau cosmologique associées aux singularité topologiques, alors que les singularités topologiques sont aussi, quant à elles, des particules réels (des boucles de dislocation ou de désinclinaison) qui possèdent à tout instant des coordonnées dans l'espace et une quantité de mouvement donnée. Ce sont bien là effectivement les principales idées de l'interprétation de Bohm. Et l'image du monde véhiculée par notre approche est clairement indéterministe comme l'est l'image bohmienne de la physique quantique, au sens que nous n'avons pas d'accès direct aux positions des singularités, mais seulement aux notions de probabilités qu'on déduit de la fonction d'onde,



David Bohm (1917-1992)

---

[1] *G. Gremaud, Materials Science and Engineering A 370 (2004) 191-198*

[2] *Stéphane Perrard: "Une mémoire ondulatoire: états prores, chaos et probabilités", thèse de doctorat, 2014, Université Paris Diderot (https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01158368)*

[3] *D. M. Harris, J. Moukhtar, E. Fort, Y. Couder, J. W. M. Bush: "Wavelike statistics from pilot-wave dynamics in a circular corral" Physical Review E, 88, 011001(R), 2013*

[4] *R. Brady, R. Anderson: "Why bouncing droplets are a pretty good model of quantume mechanics", University of Cambridge Computer Laboratory, 2014 (arXiv:1401.4356v1)*

qui ne sont que le reflet de notre ignorance de l'histoire sous-jacente qui détermine le cours des événements pour les singularités topologiques microscopiques.

Superposition de singularités topologiques, bosons, fermions et principe d'exclusion

On peut légitimement se demander ce que devient le champ des fluctuations gravitationnelles lorsque deux singularités topologiques sont voisines l'une de l'autre. Imaginons qu'on considère deux singularités *(a)* et *(b)* qui évoluent dans le même espace, et donc dans le même potentiel $V(\vec{r})$. Recherchons la fonction d'onde stationnaire de superposition, c'est-à-dire la façon d'écrire les perturbations d'expansion volumique dues aux deux singularités à la fois. En supposant qu'à l'état de superposition stationnaire, les équations de Schrödinger stationnaires restent valables pour les deux singularités (figure 11.6), essayons de combiner ces deux relations, en multipliant la première par $\underline{\psi}_m(\vec{r}_b)$ et la deuxième par $\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)$, et en sommant le tout. On obtient une nouvelle équation qui n'est rien d'autre que l'équation de Schrödinger pour la fonction d'onde de superposition $\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)\underline{\psi}_m(\vec{r}_b)$. On en déduit par conséquent que les perturbations oscillatoires de l'expansion volumique dues à la superposition des deux singularités s'écrivent comme un produit des deux fonctions d'onde multiplié par les oscillations

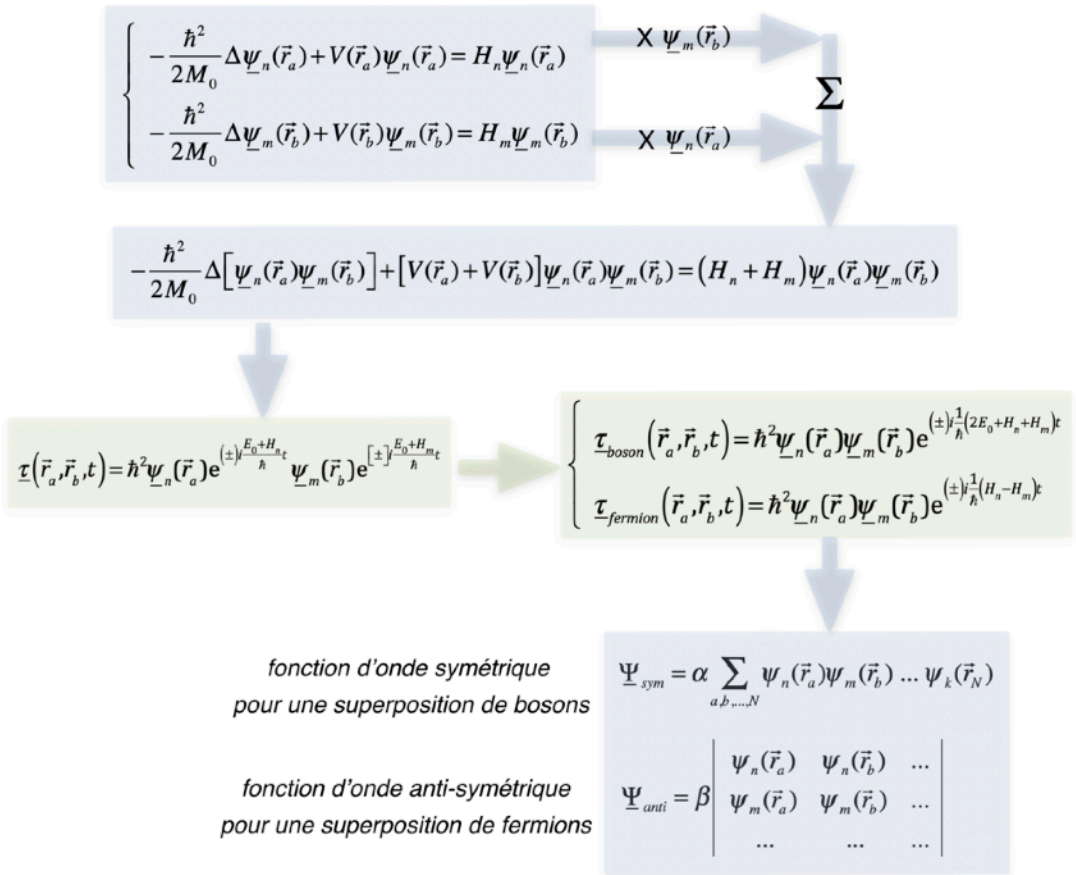


Figure 11.6 *- Equation stationnaire pour la superposition de singularités topologiques, fluctuations gravitationnelles des bosons et des fermions et fonctions d'onde symétrique et anti-symétrique*

$\exp\left(\pm i(E_0+H_n)t/\hbar\right)$ et $\exp\left(\pm i(E_0+H_m)t/\hbar\right)$. On constate qu'il y a alors deux types de superpositions possibles, suivant les signes des exposants des exponentielles, qui présentent des fréquences d'oscillation globales très différentes, liées à la somme et à la différence des énergies des singularités, à savoir $\exp\left(\pm i(2E_0+H_n+H_m)t/\hbar\right)$ et $\exp\left(\pm i(H_n-H_m)t/\hbar\right)$.

Par analogie avec la physique quantique, on appellera *bosons* les singularités correspondant à la première solution de superposition, dont la pulsation vaut $\left(2E_0+H_n+H_m\right)/\hbar$, car les deux singularités peuvent occuper le même niveau d'énergie sans disparition des perturbations oscillatoires de l'expansion. Quant aux singularités qui correspondent à la deuxième solution de pulsation $\left|H_n-H_m\right|/\hbar$, on les appellera des *fermions* car elles ne peuvent pas être superposées dans le même niveau d'énergie puisqu'en ce cas les perturbations gravitationnelles oscillatoires de l'expansion disparaissent.



Wolfgang Pauli (1900-1958)

Cette constatation sur la manière qu'ont les singularités de se superposer fait donc directement apparaître le fameux *principe d'exclusion de Pauli:* les singularités qui se combinent selon la deuxième possibilité, à savoir les *fermions*, ne peuvent pas se retrouver dans le même état énergétique.

En physique quantique usuelle, où on ne décrit que les fonctions d'onde, et où on ignore la signification physique réelle de ces fonctions d'onde en terme d'amplitude et de phase de perturbations gravitationnelles oscillatoires, on peut faire apparaître cette différence entre bosons et fermions directement dans la fonction d'onde de superposition $\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)\underline{\psi}_m(\vec{r}_b)$. Pour cela, on constate que pour une même valeur de l'énergie E du système, il y a deux solutions possibles de l'équation pour la fonction d'onde $\underline{\Psi}$ de superposition, qui correspondent simplement à échanger les deux singularités identiques, soit $\underline{\Psi}=\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)\underline{\psi}_m(\vec{r}_b)$ et $\underline{\Psi}=\underline{\psi}_n(\vec{r}_b)\underline{\psi}_m(\vec{r}_a)$. Or, une des propriétés fondamentales des équations différentielles linéaires et homogènes est que toute combinaison linéaire de solutions particulières de ce type d'équations est aussi une solution, de sorte que la solution la plus générale de l'équation de Schrödinger peut s'écrire sous la forme d'une superposition $\underline{\Psi}=\alpha\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)\underline{\psi}_m(\vec{r}_b)+\beta\underline{\psi}_n(\vec{r}_b)\underline{\psi}_m(\vec{r}_a)$. Cette expression semblerait indiquer qu'il existe un grand nombre d'états stationnaires pour un système de deux singularités. Cependant, il faut maintenant tenir compte du fait que, à cause du principe d'incertitude lié aux commutateurs des opérateurs, les singularités identiques perdent leur individualité. On dit que des singularités identiques sont *indiscernables*, ce qui signifie tout simplement qu'il n'est pas possible de suivre la trajectoire d'une singularité donnée au cours du temps. Si on considère la fonction d'onde $\underline{\Psi}$ du système, nous savons que $\underline{\Psi}^2$ détermine la probabilité de trouver les deux singularités dans une certaine portion d'espace. Si on échange les deux singularités, il est clair que $\underline{\Psi}^2$ doit rester inchangée. Par contre, la phase de $\underline{\Psi}$ peut être modifiée par cet échange, de sorte que $\underline{\Psi}\rightarrow\underline{\Psi}e^{i\eta}$. Si on procède à un deuxième échange des singularité, on a évidemment $\underline{\Psi}\rightarrow\underline{\Psi}e^{2i\eta}$ et on se retrouve dans l'état initial $\underline{\Psi}$, de sorte que $e^{2i\eta}=1$. Pour satisfaire cette dernière condition, il suffit en fait que $e^{2i\eta}=+1$ ou $e^{2i\eta}=-1$.

Dans le cas où la fonction d'onde $\underline{\Psi}$ se transforme en $\underline{\Psi}\rightarrow+\underline{\Psi}$ au cours de l'échange des deux singularités, la fonction d'onde est dite *symétrique*, et les singularités sont appelées

des *bosons*. La fonction d'onde s'écrit $\underline{\Psi} = \alpha\left(\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)\underline{\psi}_m(\vec{r}_b) + \underline{\psi}_n(\vec{r}_b)\underline{\psi}_m(\vec{r}_a)\right)$, où α est un facteur de normalisation.

Si la fonction d'onde $\underline{\Psi}$ se transforme en $\underline{\Psi} \rightarrow -\underline{\Psi}$, la fonction d'onde est dite *antisymétrique*, et les singularités sont appelées des *fermions*. La fonction d'onde $\underline{\Psi}$ s'écrit avec un facteur de normalisation β comme $\underline{\Psi} = \beta\left(\underline{\psi}_n(\vec{r}_a)\underline{\psi}_m(\vec{r}_b) - \underline{\psi}_n(\vec{r}_b)\underline{\psi}_m(\vec{r}_a)\right)$.

L'indiscernabilité des deux singularités ressort alors clairement des deux expressions précédentes de la fonction d'onde $\underline{\Psi}$. On constate aussi que, pour la fonction d'onde antisymétrique, il n'est pas possible que les deux singularités soient dans le même état puisque $\underline{\Psi}$ serait alors nulle: ceci est bien l'expression mathématique au niveau de la fonction d'onde elle-même, du *principe d'exclusion de Pauli,* qui dit que deux fermions ne peuvent occuper le même état simultanément parce que les perturbations gravitationnelles disparaissent en ce cas.

Dans le cas d'un système de N singularités identiques, les concepts précédents se généralisent facilement. Dans le cas de bosons, la fonction d'onde symétrique $\underline{\Psi}_{sym}$ du système s'écrit sous la forme $\underline{\Psi}_{sym} = \alpha\sum\psi_n(\vec{r}_a)\psi_m(\vec{r}_b)\ldots\psi_k(\vec{r}_N)$, où la somme porte sur les permutations possibles de tous les états différents du système. Si le système possède n_1 singularités à l'état d'énergie n, n_2 singularités à l'état d'énergie m, n_3 singularités à l'état d'énergie k, etc., le nombre de termes composant la fonction d'onde $\underline{\Psi}_{sym}$ est donné par toutes les permutations possibles, à savoir $P = N!/\left(n_1!n_2!n_3!\ldots\right)$.

Dans le cas de fermions, la fonction d'onde antisymétrique $\underline{\Psi}_{anti}$ du système peut s'écrire sous la forme d'un déterminant, comme représenté dans la figure 11.6. En effet, la permutation de deux colonnes d'un déterminant change le signe du déterminant, ce qui assure l'anti-symétrie de la fonctions d'onde $\underline{\Psi}_{anti}$ sous l'échange de deux des singularités. D'autre part, on sait aussi qu'un déterminant est nul si deux lignes sont identiques, ce qui correspond ici à l'expression du *principe d'exclusion de Pauli*, à savoir qu'un état donné ne peut être occupé par plus d'un fermion.

De la démystification de la physique quantique

Il est tout-à-fait remarquable que la fonction d'onde associée aux perturbations gravitationnelles de l'expansion volumique soit parfaitement similaire à la fonction d'onde quantique d'une particule, et qu'elle satisfasse une équation d'onde identique à l'équation de Schrödinger. Cela mérite évidemment une discussion plus approfondie.

Nous avons montré dans ce chapitre *qu'au-delà de la limite de décohérence quantique*, c'est-à-dire pour des singularités dont la densité de masse est supérieure à une certaine valeur critique (figure 7.0), il est possible de lier à cette singularité une équation d'onde relativiste (figure 11.1) déduite par un «subterfuge» à partir de la deuxième équation partielle de Newton (figure 5.1). Cette équation a permis de décrire *les fluctuations «gravitationnelles» dynamiques d'expansion* associées à une singularité massive se mouvant à des vitesses relativistes au sein du réseau (figure 11.2). Quant à l'équation d'onde non-relativiste d'une singularité liée par un potentiel*,* elle est absolument identique à l'*équation de Schrödinger* de la physique quantique (figure 11.3) puisque leurs interprétations respectives en terme de probabilité de présence d'une particule sont *identiques*.. Les passages clefs utilisés pour aboutir à l'équation de Schrödinger d'une singularité à partir de la deuxième équation partielle de Newton pour les perturbations gravitationnelles d'expansion sont, premièrement *la conjecture 10* postulant *la signification phy-*

sique des opérateurs de temps et d'espace appliqués à la fonction d'onde, et deuxièmement *la "réduction" de l'équation d'onde* permettant de passer de l'équation d'onde du deuxième degré en les dérivés spatiales vers l'équation d'onde du premier degré en les dérivés spatiales, en utilisant encore ici *la conjecture 10*. Ce sont ces deux passages clefs qui ont permis d'établir une théorie physique tout-à-fait similaire à la physique quantique pour décrire les comportements microscopiques des singularités topologiques au sein d'un réseau cosmologique ne présentant pas d'ondes longitudinales.

Mais il manque encore dans notre approche une explication physique approfondie de ces deux passages clefs et leur raison d'être. Notamment, on peut légitimement se poser la question de savoir pourquoi la constante de Planck existe, d'où vient sa valeur, et si celle-ci est réellement une constante universelle ou si elle est déductible à partir des autres constantes apparaissant dans notre approche. Une réponse à ces questions permettrait une compréhension encore plus approfondie et définitive de la physique quantique.

Mais dans notre approche, la fonction d'onde complexe $\underline{\psi}(\vec{r},t)$ et l'équation d'onde de Schrödinger sont tout de même physiquement démystifiées, puisqu'elles y deviennent les expressions mathématiques de l'enveloppe et de la phase des fluctuations vibratoires de l'expansion du réseau, donc des fluctuations gravitationnelles corrélées avec les singularités topologiques.

De cette interprétation tout-à-fait innovante de la physique quantique, la possibilité d'avoir des singularités de type *«bosons»* et de type *«fermions»*, le fait qu'il y ait *indiscernabilité* entre les singularités topologiques lorsqu'elles contribuent au même champ de fluctuations gravitationnelles corrélées, et le fait que les singularités de type «fermions» doivent satisfaire *un principe d'exclusion* similaire au principe d'exclusion de Pauli est probablement le point le plus remarquable et le plus étonnant de nos calculs, car il démystifie un côté qui a toujours été des plus obscurs en physique quantique.

Finalement, il est tout aussi remarquable de constater que toutes ces propriétés, comme par exemple les *propriétés de superposition* (la symétrie de la fonction d'onde $\underline{\Psi}_{sym}$ des singularités de type «bosons» et l'anti-symétrie de la fonction d'onde $\underline{\Psi}_{antisym}$ des singularités de type «fermions», l'indiscernabilité des singularités topologiques et le principe d'exclusion) sont des conséquences directes du fait que *les fluctuations gravitationnelles associées à une ou plusieurs singularités doivent satisfaire la deuxième équation partielle de Newton du réseau cosmologique*.

En fait, l'image d'un champ de fluctuations gravitationnelles vibratoires corrélé avec une singularité topologique possède une potentialité énorme pour expliquer simplement des phénomènes quantiques observés et/ou calculés, mais restant encore très mystérieux dans le cadre de la physique quantique usuelle. Il suffit de penser aux quelques exemples suivants:

- le concept de dualité onde-corpuscule de la physique quantique, qui trouve ici une explication immédiate et simple puisque la particule est la singularité topologique, et que l'onde est le champ des fluctuations gravitationnelles qui lui est corrélé,
- les expériences d'interférences quantiques obtenues par le passage de particules au travers de deux fentes, mais en ne laissant passer qu'une seule particule à la fois, qui peuvent très bien s'expliquer maintenant par le fait que chaque singularité topologique ne peut effectivement passer que par une seule des fentes, mais que le champ des fluctuations gravitationnelles qui

lui est associé franchit quant à lui les deux fentes, d'où la possibilité d'une interférence de ces fluctuations à la sortie des deux fentes, entraînant par leur couplage avec la singularité une modification de la trajectoire de celle-ci, et finalement une distribution statistique des points d'impact successifs des particules sur l'écran placé après les deux fentes,

- le principe d'incertitude de Heisenberg, qui est évidemment satisfait dans notre approche puisqu'elle admet *à fortiori* la même interprétation des opérateurs agissant sur la fonction d'onde que la physique quantique, et satisfait donc toutes les relations de la physique quantique classique. Les relations d'incertitude sont alors directement liées à l'existence des perturbations gravitationnelles corrélées à la singularité,

- les expériences très mystérieuses d'intrication quantique (entanglement) et de décohérence quantique, puisqu'on peut très bien imaginer que l'intrication est le fait pour deux ou plusieurs singularités topologiques de posséder en commun un seul champ de fluctuations gravitationnelles, auquel cas le fait d'agir sur une seule des singularités va modifier ce champ commun de fluctuations gravitationnelles, ce qui va forcément agir sur les autres singularités qui participent à l'intrication, et qui peut aussi provoquer *la décohérence quantique*, autrement dit le découplage des singularités topologiques impliquées dans le champ commun de fluctuations gravitationnelles.

Einstein disait *«Dieu ne joue pas aux dés»* en parlant de la physique quantique, voulant dire par là que la physique quantique de son époque n'était pas une théorie complète, et qu'il devait forcément exister une explication rationnelle et pragmatique à l'aspect probabiliste de la théorie quantique. Cette opinion d'Einstein a été fortement discutée, pour ne pas dire vertement critiquée. Il a bien été démontré qu'il ne pouvait pas exister de variables cachées locales pour expliquer la physique quantique, mais par contre rien n'empêche qu'il puisse exister des variables cachées non locales, et c'est précisément le cas des fluctuations gravitationnelles corrélées aux singularités topologiques. Force est donc de constater ici qu'Einstein avait en effet raison, et qu'il existe bel et bien une explication tout à fait rationnelle de la physique quantique.

Il y a d'ailleurs une note fortement ironique dans la fameuse sentence d'Einstein, puisque la physique quantique s'expliquerait par des fluctuations gravitationnelles du champ d'expansion volumique et par un mouvement stochastique des singularités topologiques interagissant avec ces fluctuations gravitationnelles, qui sont bien des ingrédients avec lesquels Dieu, s'il existait, *pourrait* jouer aux dés, et que, oh comble de l'ironie, c'est précisément Einstein lui-même qui est à la base des explications de la Gravitation Générale et du Mouvement Brownien, ce qui lui a d'ailleurs valu le prix Nobel de physique.

Ainsi, notre explication de la physique quantique donne raison à Einstein, et montre que celle-ci est l'expression de fluctuations gravitationnelles à très petites échelles dans un réseau cosmologique sans propagation d'ondes longitudinales. Par conséquent, toutes les tentatives modernes de *quantifier la gravitation* sont forcément vouées à l'échec puisque la physique quantique est précisément l'expression des fluctuations gravitationnelles dynamiques à l'échelle microscopique.